Uma proposta para o ensino de oscilações

Ana Lúcia Ferreira
Pedro Pablo González Borrero
Departamento de Física, UNICENTRO,
85015-430, Guarapuava, PR
ppggonzales@brturbo.com.br

(Recebido: 22 de novembro de 2005)

Resumo: Este artigo trata da implementação de programas, empregando o software Mathematica. A utilização desses programas tem por finalidade auxiliar no processo de ensino e permitir novas formas de aprendizagem de conceitos sobre movimentos oscilatórios, presentes em algumas disciplinas de Física do Ensino Superior. O uso da informática na educação pode contribuir para que alunos e professores estabeleçam uma relação dinâmica no processo de construção de conhecimentos.

Palavras-chave: oscilações, ensino, informática.

Abstract: This article is about the implementation of programs, employing the Mathematica software. The use of its programs aims to help the teaching process and to make it possible new ways for learning the concepts related to oscillatory movements, which are present in some subjects in the Physics area in College studies. The use of informatics in education can contribute to the establishment of a dynamic relation among students and teachers in the knowledge building process.

Key-words: oscillations, teaching, informatics.

1 Introdução

A Informática está, cada vez, mais presente no dia-a-dia do homem moderno. São inúmeras as suas contribuições em vários ramos da sociedade. Nas últimas duas décadas, a utilização da informática na Educação tem experimentado um enorme avanço tanto em seu potencial quanto na diversidade de seu uso.

O computador pode ser uma ferramenta cognitiva importante, criando um ambiente de aprendizagem, de tal forma que os alunos possam estruturar a própria construção e elaboração do conhecimento [1].

A informática vem se tornando um valioso instrumento pedagógico para o ensino e aprendizagem das ciências em geral e da Física em particular. No ensino de Física, a Informática pode trazer, por exemplo, os seguintes benefícios aos alunos [2]: coleta de uma grande quantidade de dados, com maior rapidez; gerar e testar hipóteses; desenvolver habilidades de resolução de problemas; promover habilidades do raciocínio crítico; fomentar uma compreensão mais profunda dos fenômenos físicos.

A utilização do computador no ensino tem mostrado resultados positivos, não apenas por ser um instrumento imprescindível a um ensino ativo, baseado na descoberta progressiva do conhecimento pelo aluno e na maior autonomia da sua aprendizagem, mas, também, porque relançou a discussão em torno das relações professor-aluno, aluno-aluno e o desenvolvimento de capacidades do professor e do aluno [3].

A avaliação dos projetos numéricos propostos na referência [4], na seção Projetos Computacionais, por meio do *software Mathematica* [5] e [6], foi o ponto de partida para este trabalho. A partir daí, os programas foram implementados utilizando-se o *software* escolhido. Inicialmente, desenvolveram-se os projetos de forma analítica geral e, em seguida implementaram-se os programas [7].

Este trabalho traz uma proposta para o estudo de oscilações, as quais podem ser encontradas em uma enorme variedade de fenômenos físicos. Por exemplo: cordas e palhetas vibram em instrumentos musicais; as oscilações das moléculas do ar nas ondas acústicas; as oscilações das correntes elétricas nos aparelhos de rádio e de televisão. Com exceção da análise do oscilador harmônico simples, realizada também no Ensino Médio [8], o oscilador harmônico amortecido e o oscilador forçado são estudados geralmente, na disciplina de Física Geral do Ensino Superior.

Este trabalho tem como objetivo discutir alguns resultados obtidos com os programas desenvolvidos utilizando o *software Mathematica* e o emprego destes por parte de professores e alunos, no processo de ensino e aprendizagem de conceitos do movimento oscilatório unidimensional. Surge então, a possibilidade de comparação entre os tipos de movimentos oscilatórios (movimento harmônico simples, movimento harmônico amortecido e oscilações forçadas), bem como determinação das características principais de cada tipo de oscilador, visando contribuir para uma aprendizagem significativa destes.

A resolução das equações necessárias para estudar as situações mencionadas pode ser entendida pelos alunos mesmo que ainda não as tenha estudado no cálculo diferencial e integral, pois o objetivo não é a solução de equações diferenciais e sim o entendimento físico que pode ser obtido a partir dessas equações. Professores e alunos com diferentes níveis de formação matemática e computacional podem explorar e modificar os resultados, sem dificuldades.

2 Oscilações

Uma oscilação ocorre somente quando existe uma força, chamada de força restauradora, que obriga o sistema a voltar para a sua posição de equilíbrio. O tipo mais simples de oscilação ocorre quando a força restauradora $\vec{F}$ é diretamente proporcional ao deslocamento $\Delta\vec{r}$ da posição de equilíbrio. A constante de proporcionalidade *k* entre $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$ é a constante de força

$$\vec{F}=-k\,\Delta\vec{r}\,. \tag{1}$$

No caso unidimensional tem-se

$$F=-k\,x\,. \tag{2}$$

O sinal negativo na equação (2) mostra que a força tem sentido oposto ao deslocamento, isto é, quando o corpo é deslocado da posição de equilíbrio, a força tende a fazer o corpo retornar para esta posição [9].

Para o caso descrito anteriormente, o movimento descrito pelo oscilador denomina-se **movimento harmônico simples**, abreviado por **MHS**. As oscilações realizadas por um corpo, nessas condições, são chamadas oscilações naturais, e a freqüência angular do oscilador é denominada freqüência natural ou freqüência própria das oscilações livres, representada por ω_0[1]. O movimento harmônico simples é uma simplificação útil para a descrição de diversos tipos de movimentos periódicos, tais como a vibração de um cristal de quartzo em um relógio, o movimento de um diapasão, a corrente elétrica em um circuito de corrente alternada, as vibrações dos átomos nas moléculas e nos sólidos, entre outros. A aproximação fornecida pela equação (2) é boa na descrição desses sistemas desde que consideremos pequenos desvios de uma posição de equilíbrio estável. Um dos métodos para obter a equação do movimento do oscilador harmônico simples é aplicando a segunda lei de Newton $(m\vec{a}=\vec{F})$, onde $a=\dfrac{d^2x}{dt^2}$ para o movimento em uma dimensão.

Nesse caso, a equação (2) se torna:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-k\,x\,. \tag{3}$$

ou

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \tag{4}$$

[1] Em algumas partes do texto se utiliza o termo freqüência para se referir à freqüência angular.

A freqüência natural das oscilações livres ω_0 é definida como:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (5)$$

Se atuarem forças de atrito no oscilador, a amplitude da oscilação decresce gradualmente até anular-se. O movimento é dito ***amortecido*** por atrito e é denominado **movimento harmônico amortecido (MHA).** Freqüentemente, o atrito provém da resistência do ar ou de forças internas e na sua forma mais simples é proporcional à velocidade do corpo e tem sentido oposto a ela. A freqüência angular das oscilações amortecidas, representada por ω', e é dada por:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \qquad (6)$$

A freqüência angular amortecida ω' é menor que a freqüência natural ω_0. Somente no caso da ausência de atrito, o fator de amortecimento b é igual a zero e ω' se torna igual a $\sqrt{\frac{k}{m}}$, que é a freqüência angular ω_0 do movimento não amortecido (Equação (5)).

A obtenção da equação do movimento do oscilador harmônico amortecido pode ser feita aplicando, por exemplo, a segunda lei de Newton num corpo no qual a força resultante seja dada pela força restauradora $-kx$ e pela força amortecedora, que consideraremos da forma $-bv$, onde b é uma constante positiva que depende das propriedades do fluido, como sua densidade e da forma e dimensão do objeto imerso no fluido. A velocidade do corpo que oscila é $v = \frac{dx}{dt}$. Dessas considerações, obtém-se a equação (7) apresentada a seguir:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} \qquad (7)$$

ou

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (8)$$

A equação (8) é uma equação diferencial de segunda ordem homogênea.

Há três casos de movimento harmônico amortecido: a) crítico; b) subcrítico e c) supercrítico [10].

Amortecimento crítico $\left(\frac{b}{2m} = \omega_0\right)$

O sistema não oscila mais e, ao ser deslocado e liberado, retorna para sua posição de equilíbrio sem oscilar.

b) Amortecimento subcrítico $\left(\dfrac{b}{2m} < \omega_0 \right)$

O sistema oscila com uma amplitude que diminui continuamente.

Amortecimento supercrítico $\left(\dfrac{b}{2m} > \omega_0 \right)$

O sistema não oscila, porém retorna para sua posição de equilíbrio mais lentamente do que no caso do amortecimento crítico.

Para manter as oscilações num sistema amortecido é preciso fornecer energia ao sistema. Diz-se então que o sistema está sendo forçado ou excitado, como por exemplo, em um circuito RLC (resistor-indutor-capacitor). As oscilações resultantes são chamadas **oscilações forçadas.** Elas têm a mesma freqüência angular que a força externa, representada por ω'' e não a freqüência natural de oscilações do sistema. Entretanto, a resposta do sistema depende da relação entre a freqüência natural e a aplicada.

Quando a freqüência da força externa está próxima da freqüência natural do sistema ocorre o fenômeno da ressonância, no qual se observa que a amplitude da oscilação passa por um máximo. O fenômeno da ressonância tem uma grande importância na natureza e na vida diária. Por exemplo, várias propriedades dos corpos, incluindo suas propriedades ópticas, são fenômenos de ressonância; os circuitos de sintonia do rádio ou da televisão respondem fortemente para as ondas que possuem uma freqüência próxima da freqüência de ressonância do circuito fato que usado para selecionar uma emissora e rejeitar outras.

Obtém-se a equação do movimento de um oscilador forçado, aplicando a segunda lei de Newton. Além da força restauradora $-kx$ e da força amortecedora $-bv$ existe também uma força externa oscilante. Para simplificar, considera-se a força externa do tipo $F_m \cos\omega''t$, onde F_m é o valor máximo da força externa e ω'' é a sua freqüência angular.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} + F_m \cos\omega''t \qquad (9)$$

ou

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + k\,x = F_m \cos\omega''t \qquad (10)$$

A equação (10) é uma equação diferencial de segunda ordem, não homogênea, de coeficientes constantes. A solução geral dessa equação compõe-se de dois termos, um que corresponde à solução da equação homogênea (8) e outro corresponde à solução particular da equação não homogênea. Num curto intervalo de tempo após o início do movimento, designado por regime transitório, contribuem os dois fatores para a solução geral, mas o primeiro termo que caracteriza o movimento amortecido do sistema tende a anular-se no final desse intervalo de tempo, após o qual o movimento é apenas caracterizado pela solução particular, que corresponde à resposta do sistema em regime estacionário.

Uma abordagem mais detalhada deste tipo de oscilações é encontrada na referência [11].

3 Resultados

3.1 Movimento harmônico simples

O professor pode trabalhar o conceito de amplitude, que representa o valor máximo do deslocamento em relação à posição de equilíbrio, mostrando que a partícula oscila para frente e para trás, assim como a variação da velocidade, da aceleração e da energia mecânica no tempo para este tipo de movimento. O aluno pode alterar a posição e a velocidade inicial, bem como a massa da partícula e a constante de força e verificar como o deslocamento[2], a velocidade, a aceleração e a energia variam em função do tempo.

As equações (3) e (4) representam a equação do movimento de um oscilador harmônico simples (OHS). Considerando-se como condições iniciais (para $t = 0\ s$) a posição inicial $x_0 = 0{,}028\ m$ e a velocidade inicial $v_0 = 0\ m/s$ e, a massa da partícula que oscila igual a $m = 0{,}250\ kg$ e a constante de força igual a $k = 200\ N/m$. No software em questão, a equação para essas condições iniciais é realizada, por exemplo, por meio do comando *DSolve*, o qual possibilita a resolução de uma equação diferencial dada as condições de contorno. Dessa forma, tem-se:

$$DSolve[\{x''[t] == -\omega_0^2\, x[t],\ x[0] == x_0, x'[0] == v_0\}, x, t]$$

A forma geral da solução dessa equação diferencial é:

$$x\,(t) = x_m \cos(\omega_0\, t + \varphi) \qquad (11)$$

Levando em conta as condições iniciais anteriormente citadas, tem-se:

$$\{\{x \to Function[\{t\}, 0{,}028\ Cos[28{,}2843\,t]]\}\}$$ [3]

A solução obtida é expressa em termos da função cosseno, pois de acordo com as equações (3) e (4), *x(t)* deve ser uma função cuja derivada segunda seja o negativo

[2] Ao longo do texto o termo deslocamento é usado em relação à posição de equilíbrio.

[3] Sen e Cos escritos com letra maiúscula se referem à forma como os resultados são apresentados no *software Mathematica*.

da própria função *x(t)*, a menos de uma constante, e a funções seno e cosseno possuem esta propriedade.

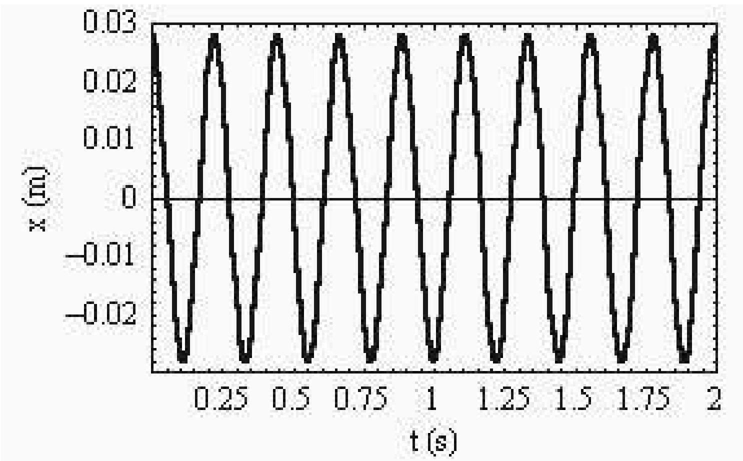
Representando-se em um gráfico o deslocamento em função do tempo obtém-se a figura 1. Esta figura torna possível ao professor e ao aluno trabalhar conceitos importantes do MHS:

1) amplitude, que é o deslocamento máximo em relação à posição de equilíbrio (*0,028 m*);

2) período, que corresponde ao tempo necessário para que o sistema efetue uma oscilação completa (*0,222 s*);

3) freqüência, número de oscilações efetuadas em uma unidade de tempo (*4,505 Hz*).

Figura 1.

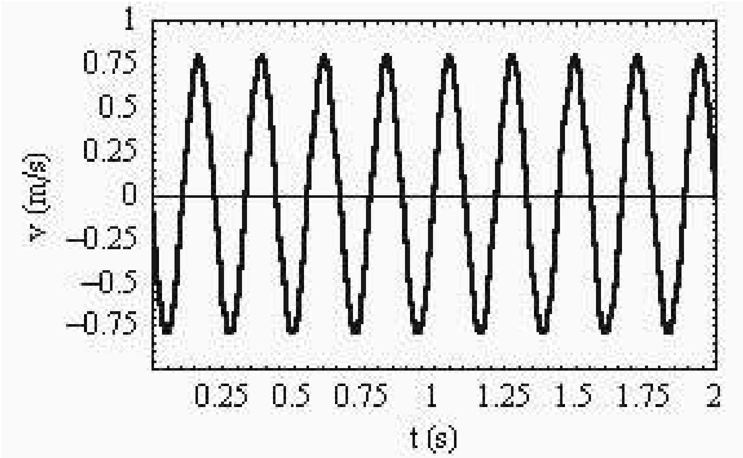


Derivando a equação do deslocamento em função do tempo, obtém-se a equação da velocidade da partícula em função do tempo.

$$v(t) = -\,\omega_0\, x_m \operatorname{sen}(\omega_0\, t + \varphi) = 0{,}79196\, Sen(28{,}2843 t)$$

Esta equação é representada na figura 2, a qual comparada a figura 1, possibilita ao professor e ao aluno estabelecerem a relação entre o deslocamento e a velocidade: quando o deslocamento for máximo em qualquer sentido, a velocidade é nula, porque nesse ponto o sentido do movimento se inverte; quando o deslocamento é nulo, a velocidade da partícula é máxima, cujo valor teórico é dado por $v_{máx} = \omega_0\, x_m$ (*0,79196 m/s*).

Figura 2.



Derivando a equação da velocidade em função do tempo, obtém-se a equação da aceleração da partícula em função do tempo.

$$a(t) = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = -22{,}4\ Cos(28{,}2843 t)$$

A figura 3 representa graficamente a aceleração do movimento. Comparando esta figura com as anteriores, professor e aluno podem estabelecer a relação entre as grandezas deslocamento, velocidade e aceleração para o movimento harmônico simples: quando o deslocamento for máximo em qualquer sentido, a velocidade é nula e a aceleração tem valor máximo (*22,4 m/s²*), mas seu sentido é oposto ao do deslocamento; quando o deslocamento é nulo, a velocidade da partícula é máxima e a aceleração é nula. A aceleração máxima é dada por $a_{máx} = \omega_0^2 x_m$.

Outra análise que pode interessar professor e aluno é relacionada à energia mecânica de um oscilador harmônico simples. A energia mecânica total é dada por $E = K + U$, onde *K* é a energia cinética e *U* é a energia potencial do sistema. As energias potencial e cinética em cada instante são dadas por:

$$U(t) = \frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} k x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$ e

$$K(t) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Então:

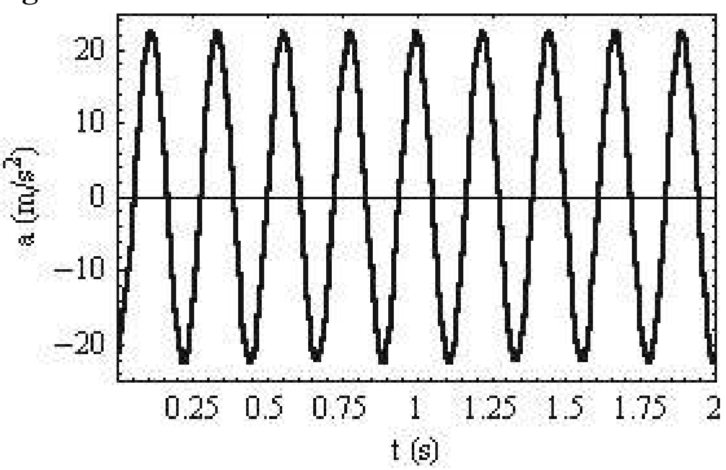
$$E(t) = \frac{1}{2} k x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k x_m^2 \operatorname{sen}^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Utilizando o fato de que $k = m\omega_0^2$, obtém-se a equação a seguir:

$$E = \frac{1}{2} k x_m^2 \qquad (12)$$

Observa-se que, uma vez que independe do tempo, a energia mecânica total do sistema oscilante permanece constante (*0,0784 J*), uma vez que nesse tipo de movimento não há presença de forças dissipativas.

Figura 3.



3.2 Movimento Harmônico Amortecido

Em um sistema no qual existe a presença de forças de atrito, verifica-se que a amplitude das oscilações decresce gradualmente com o tempo e a energia do oscilador é dissipada aos poucos pelo atrito, anulando-se com o tempo. O caso do movimento com a presença de uma força de atrito proporcional à velocidade, permite ao professor abordar a influência dessa força no comportamento temporal do deslocamento, da velocidade, da aceleração e da energia, em comparação ao caso idealizado do movimento harmônico simples, bem como trabalhar com os três casos de oscilador amortecido. O aluno tem a possibilidade de estudar o que acontece com o movimento oscilatório de uma partícula sujeita a uma força de atrito proporcional à velocidade, para diferentes valores da constante *b*.

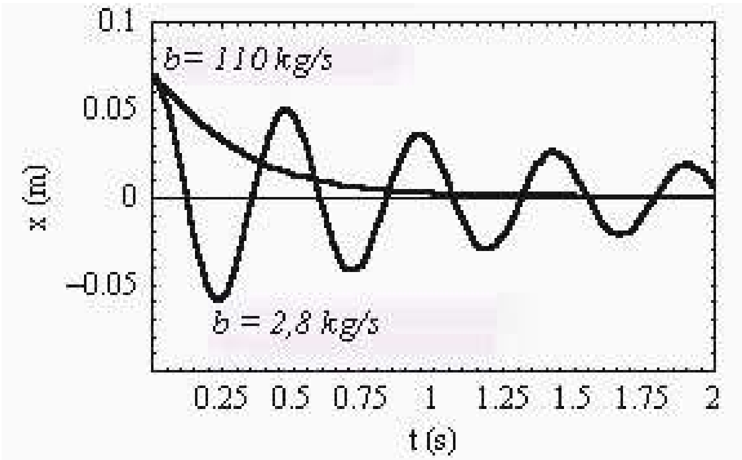
Um exemplo desse tipo de movimento é o que se consegue com os amortecedores da suspensão de um automóvel. O movimento da partícula, nesta situação, é descrito pela equação (8). Considerando-se como condições iniciais (para $t = 0\ s$) a posição inicial $x_0 = 0{,}070\ m$ e a velocidade inicial $v_0 = 0\ m/s$ e, a massa a partícula que oscila igual a $m = 2{,}0\ kg$ e a constante de força igual a $k = 350\ N/m$. O comando *DSolve* do *Mathematica* fornece para *x(t)*, a seguinte solução geral:

$$x(t) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi) \qquad (13)$$

A comparação da equação (11) com a equação (13) permite verificar que na ausência de atrito, ou seja, $b = 0\ kg/s$, as duas se tornam iguais. Assim é possível concluir que o MHS é um caso particular do MHA.

A solução geral dada pela Equação (13) é representada na figura 4, para as condições iniciais já mencionadas. Comparando as duas curvas dessa figura, o professor pode caracterizar os tipos de amortecimento: para $b = 2{,}8\ kg/s$ o deslocamento decresce exponencialmente com o tempo (amortecimento subcrítico, pois $\dfrac{b}{2m} < \omega_0$) e para $b = 110\ kg/s$ o sistema retorna à posição de equilíbrio sem oscilar, caracterizando neste caso o amortecimento supercrítico, pois $\dfrac{b}{2m} > \omega_0$. O aluno pode verificar como o deslocamento varia para diferentes valores da constante *b* e também caracterizar o sistema quanto ao tipo de amortecimento presente.

Figura 4.



A variação da velocidade em função do tempo para um MHA é mostrada, nas figuras 5a e 5b, para *b= 2,8* e *110 kg/s*, respectivamente. A análise dessas figuras possibilita ao professor e ao aluno estabelecer uma comparação com a figura 2, verificando que a velocidade não mais alterna entre os valores mínimo e máximo (iguais em módulo), mas decresce exponencialmente com o tempo, no caso do amortecimento subcrítico (figura 5a), e se anula sem oscilar no caso do amortecimento supercrítico (figura 5b).

Figura 5 a.

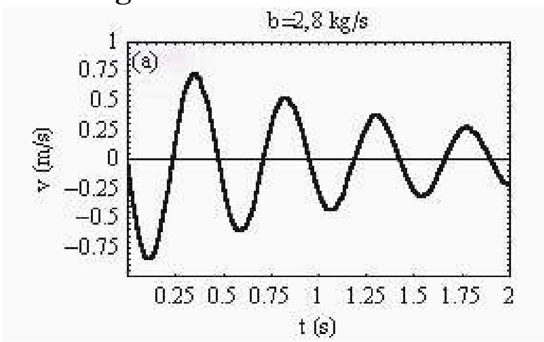
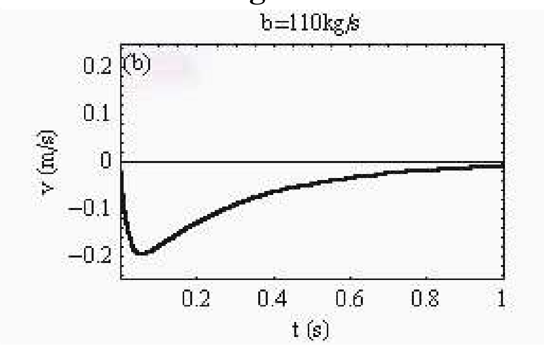


Figura 5 b



De maneira similar, as figuras 6a e 6b trazem a variação da aceleração em função do tempo para um MHA. Estas figuras permitem ao professor e ao aluno estabelecer uma comparação com a figura 3, verificando que a aceleração decresce exponencialmente com o tempo, no caso do amortecimento subcrítico (figura 6a), e se anula sem oscilar no caso do amortecimento supercrítico (figura 6b).

Figura 6 a.

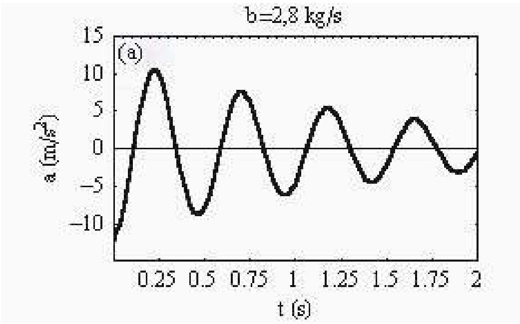
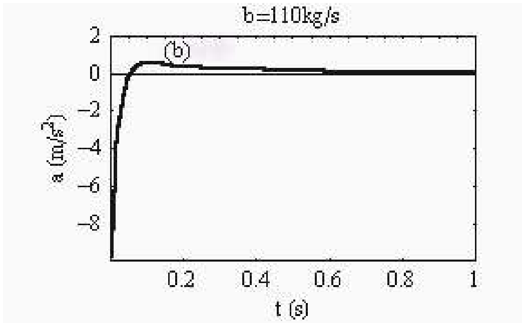


Figura 6 b



A representação gráfica da energia mecânica total em função do tempo, tomando os mesmos valores para as condições iniciais, é feita nas figuras 7a e 7b para, respectivamente, $b= 2,8$ e *110 kg/s*. Esta figura permite ao professor mostrar que quanto maior é o valor de *b*, mais rapidamente a energia da partícula se torna nula, uma vez que o sistema está mais amortecido. No caso de amortecimento subcrítico a energia do oscilador decai exponencialmente com o tempo. Isso permite ao aluno constatar como a energia varia à medida que o amortecimento do sistema sofre alterações.

Figura 7 a

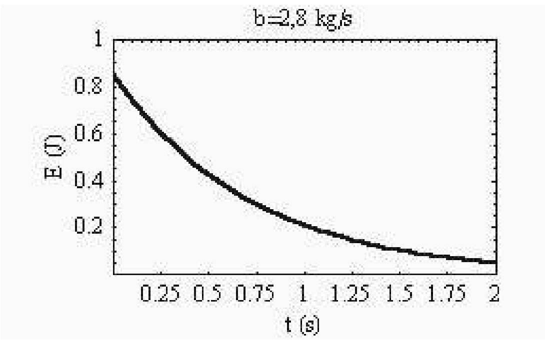
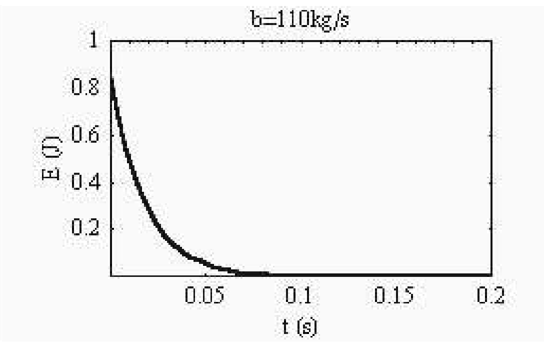


Figura 7 b



3.3 Oscilações forçadas

Os movimentos anteriores podem ser comparados com os do oscilador forçado (OF), ou seja, um sistema no qual uma força externa do tipo senoidal injeta energia no sistema. Resolvendo as equações (9) e (10), considerando como condições iniciais (para $t = 0\ s$) a posição inicial $x_0 = 0,070\ m$, e a velocidade inicial $v_0 = 0\ m$/s e, a massa da partícula $m = 2,0$ kg; a constante de força $k= 350\ N/m$ e o valor máximo da força externa $F_m= 18\ N$, obtém-se a posição em função do tempo para o oscilador forçado. Neste tipo de movimento, pode-se estudar, por exemplo, quatro situações distintas: 1) não há atrito e a freqüência angular da força externa é diferente da freqüência natural do sistema; 2) não há atrito e a freqüência angular da força externa é próxima da freqüência natural do sistema; 3) há atrito e a freqüência angular da força externa é diferente da freqüência natural do sistema; e 4) há atrito e a freqüência angular da força externa é próxima da freqüência natural do sistema. A freqüência natural do sistema ω_0 é obtida mediante equação (5). A partir dessas situações, pode-se estudar a variação do deslocamento e da potência em função do tempo para as situações mencionadas, entre outras grandezas.

A potência em função do tempo, que representa a taxa de variação da energia mecânica E, de acordo com a referência [10] é dada por:

$$\frac{dE}{dt} = -b\dot{x}^2 + F(t)\dot{x} \tag{14}$$

Em que $F(t)$ representa a força externa.

1) Não há atrito ($b = 0\ kg/s$) e a freqüência da força externa ($\omega'' = 35\ rad/s$) é diferente da freqüência natural do sistema dada pela equação (5) ($\omega_0 \cong 13\ rad/s$).

O professor pode demonstrar que, neste caso, o movimento é a superposição de dois movimentos: movimento livre, correspondente ao caso em que não há força externa, que é um movimento harmônico simples, com freqüência ω_0 e movimento forçado com freqüência da força externa ω'' (figura 8) e a potência, neste caso prevalece força externa, após o movimento inicial diminui (figura 9). O aluno pode modificar a freqüência da força externa, alterando diretamente seu valor e a freqüência natural, bastando alterar os valores de k e m, para que a freqüência natural se modifique, assim como as condições iniciais, e verificar como as grandezas mostradas nas figuras mencionadas são alteradas.

Figura 8

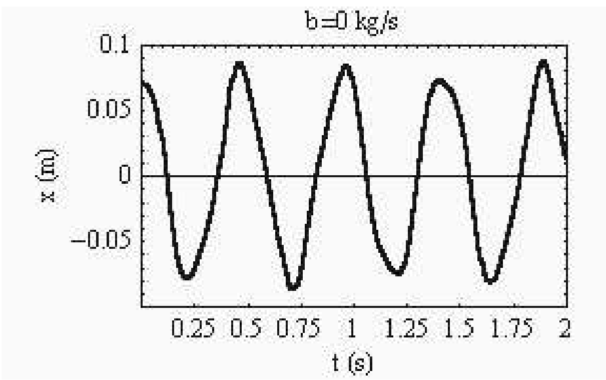
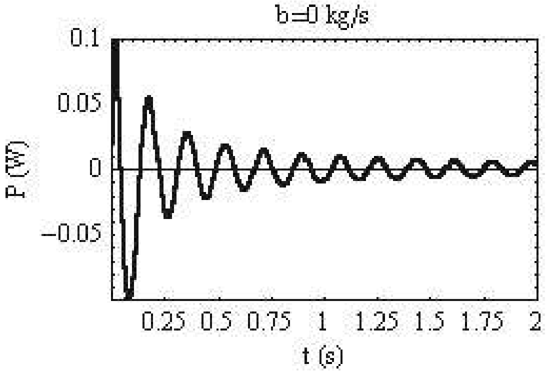


Figura 9



2) Não há atrito ($b = 0\ kg/s$) e a freqüência da força externa ($\omega'' = 15\ rad/s$) é próxima da freqüência natural do sistema ($\omega_0 \cong 13\ rad/s$).

Este caso possibilita ao professor tratar o fenômeno chamado batimento (a nomenclatura batimento vem da Acústica), já que ω'' é próxima de ω_0 (figura 10) e a potência após o movimento inicial decresce com o tempo (figura 11). Ao aluno é possibilitada a alteração das freqüências da força externa e natural, tornando-as mais próximas ou até iguais, e também as condições iniciais, e dessa forma verificar como as grandezas mencionadas se modificam.

Figura 10 a **Figura 10 b**

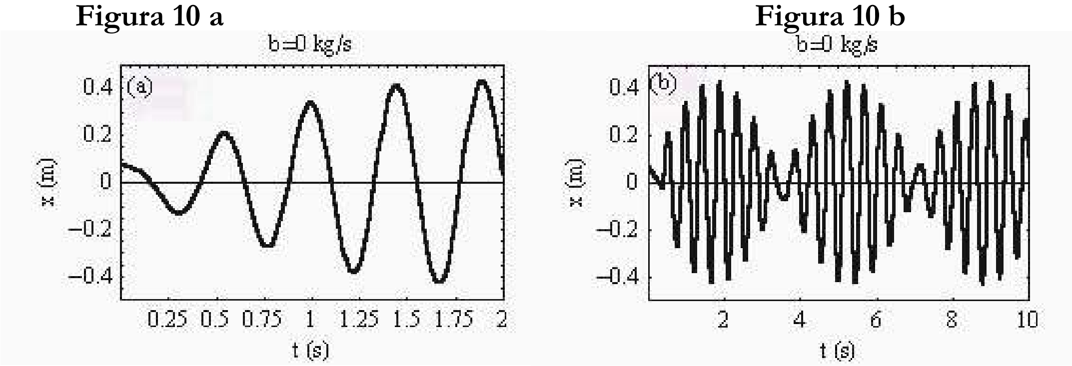
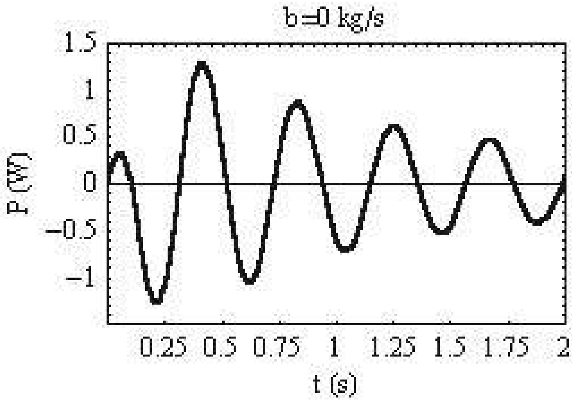


Figura 11



3) Há atrito (*b =15 kg/s*) e a freqüência da força externa (ω''= *35rad/s*) é diferente da freqüência natural do sistema ($\omega_0 \cong 13$ *rad/s*).

A análise desta situação permite ao professor trabalhar com oscilações forçadas amortecidas, na qual se verifica que o deslocamento diminui com o tempo, pois o movimento amortecido (movimento transitório) desaparece depois de um breve período e só permanece o movimento estacionário cuja freqüência é a freqüência da força externa ω'' (figura 12), assim como a potência diminui no decorrer do tempo (figura 13), em virtude da presença de uma força dissipativa. Ao aluno é permitido alterar o atrito, mediante à modificação do valor da constante *b*, e os valores das demais constantes.

Figura 12

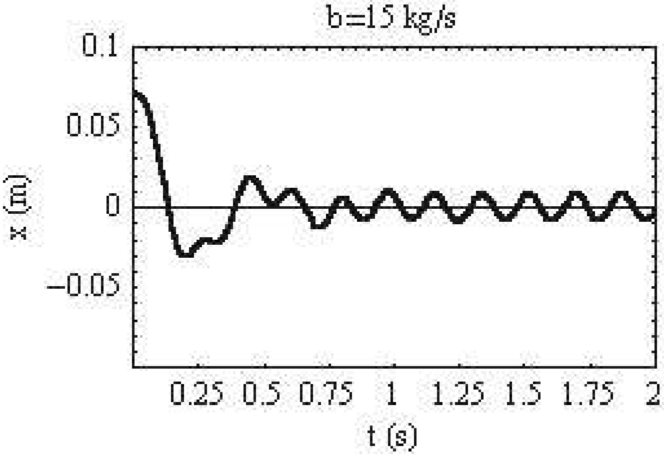
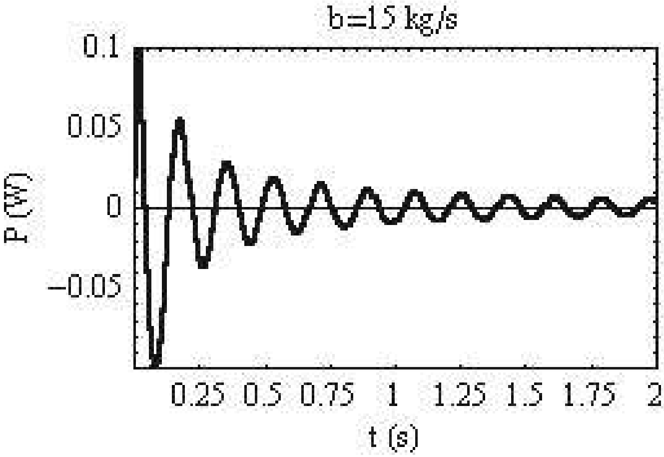


Figura 13



4) Há atrito (*b = 15 kg/s*) e a freqüência da força externa (ω''= *15 rad/s*) é próxima da freqüência natural do sistema ($\omega_0 \cong$ *13 rad/s*).

Neste caso o professor pode abordar a variação do deslocamento em função do tempo em um sistema no qual existe a presença de amortecimento e ω'' é próxima a ω_0, fazendo com que o sistema oscile alternando entre os valores mínimo e máximo (iguais em módulo), fato que pode ser explicado da seguinte maneira: a força de atrito dissipa energia e a força externa supre energia ao sistema (figura 14); a potência após o movimento inicial decresce com o tempo (figura 15). O aluno pode: tornar as freqüências da força externa e natural mais próximas ou até iguais; alterar o atrito, mediante a modificação do valor da constante *b*; mudar as condições iniciais, e dessa forma verificar como as grandezas mencionadas se modificam. Esta situação, a presença do atrito é compensada pelo fato de que a freqüência externa é próxima da freqüência natural, fazendo com que o sistema oscile entre os mesmos valores máximo e mínimo no decorrer do tempo, pode ser comparada com a situação 1, em que o movimento é a superposição dos movimentos livre e forçado, anteriormente explicados.

Figura 14

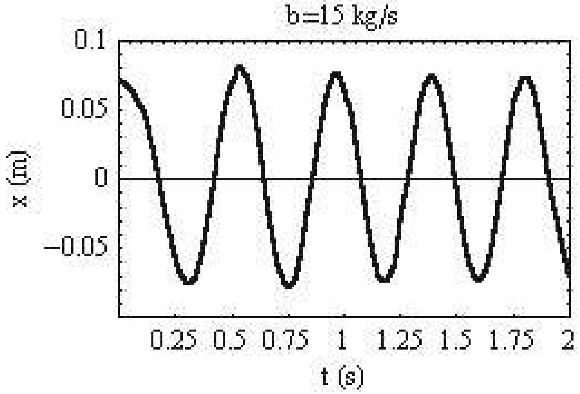
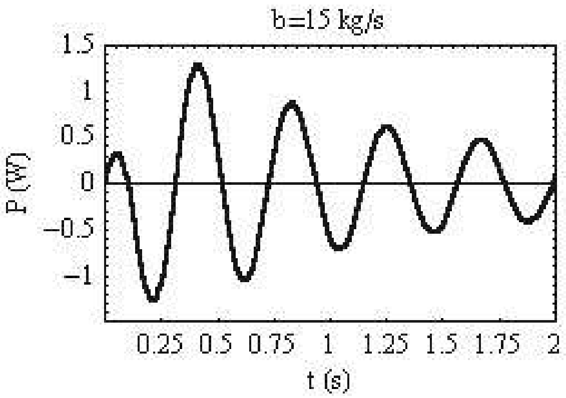


Figura 15



As quatro situações anteriormente mencionadas possibilitam ao professor e ao aluno trabalhar com osciladores forçados com diferentes características e existindo interesse outras situações que abordem, por exemplo, a ressonância podem ser estudadas. A solução do problema das oscilações forçadas é útil, em sistemas acústicos, circuitos de corrente alternada, física atômica, além de outras situações, constituindo-se em uma importante ferramenta para o ensino e a aprendizagem de diversas áreas da Física.

4 Conclusão

A utilização do computador torna possível ao aluno observar um fenômeno, fazer hipóteses e testá-las, relacionar grandezas, quantificar e identificar parâmetros relevantes, minimizando as dificuldades e dessa maneira, compreendendo melhor o que está sendo estudado.

A relevância do emprego da ferramenta computacional na obtenção dos resultados mostrados é tornar viável, aos alunos e professores, a alteração de valores e condições iniciais, de algumas situações descritas. Dessa forma, pode-se observar como o sistema estudado é afetado por essas modificações, possibilitando um maior entendimento dos fenômenos físicos relacionados ao movimento oscilatório, mesmo que ainda não disponha do instrumental matemático necessário para a análise desse tipo de movimento.

Neste trabalho foi discutido o uso do computador, aplicado em projetos numéricos, e sua importância na aprendizagem de conceitos físicos relacionados aos diferentes tipos de oscilações, pois ao mesmo tempo em que o aluno compreende melhor o que está sendo estudado, desenvolve habilidades computacionais, cada vez mais necessárias no trabalho com as ciências.

A utilização dos programas pelos alunos no laboratório de informática pode ser um bom recurso metodológico, na medida em que o professor assume seu papel de articulador, incentivando os alunos a explorar as possibilidades oferecidas por esses recursos.

5 Agradecimentos

Agradecemos aos consultores pelas valiosas sugestões e comentários.

6 Referências

[1] GUERRINI, I.M.; MAGALHÃES, M.G.M. de; MAREGA JR. E. Utilizando tecnologia computacional na análise quantitativa de movimentos: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 97-102, jun. 2002.

[2] MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. de. Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino da Física: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 77-86, jun. 2002.

[3] FIOLHAIS, C.; TRINDADE, J. Física no computador: o computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 25, n. 3, p. 259-272, set 2003.

[4] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. *Física* vol. 1, 5ª ed, cap. 15. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004.

[5] MATHEMATICA. http://www.wolfram.com

[6] WOLFRAM, S. *The Mathematica Book,* 5ª ed, 2003.

[7] FERREIRA, A.L. *Projetos computacionais no ensino de conceitos físicos,* 2005. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual do Centro – Oeste, Guarapuava, Paraná.

[8] RAMALHO JR, F.; FERRARO, N.G.; SOARES, P.A.T. *Os Fundamentos da Física* vol. 2, 6ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 1996.

[9] YOUNG, H.D.; FREEDMAN, R. A. *Física: Mecânica* vol. 1, 10ª ed. São Paulo: Addison Wesley, 2003.

[10] NUSSENZVEIG, H.M. *Curso de Física Básica* vol. 2, 3ª ed, São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

[11] BERTUOLA, A.C.; HUSSEIN, M.S.; PATO, M.P. O oscilador harmônico amortecido forçado revisitado: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 27, n. 3, p. 327-332, set 2005.