

# A Utilização de Equações Diferenciais Ordinárias na Determinação do Teor de Sólidos e Teor de Umidade de uma Composteira

## Use of Ordinary Differential Equations in Determination of the Solid Content and the Humidity Content of a Compound

**Camila Nicola Boeri Di Domenico**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Francisco Beltrão, PR  
*camiladomenico@utfpr.edu.br*

**Daniela da Silva**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Francisco Beltrão, PR  
*andresebben@gmail.com*

**João Henrique Alves Cerqueira**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Francisco Beltrão, PR  
*xaviersoler@uol.com.br*

**Maiquiel Schmidt de Oliveira**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Francisco Beltrão, PR  
*xaviersoler@uol.com.br*

**Resumo:** O crescimento econômico acelerado está diretamente relacionado ao consumo e geração de resíduos sólidos. A política nacional de resíduos sólidos foi criada em 2010 como forma de instruir o gerenciamento adequado destes resíduos e elenca as principais formas de tratamento e destinação final adequada. Dentre estas, é citada a compostagem, que é uma maneira de tratar os resíduos orgânicos e obter ao fim do processo uma disposição final adequada. Para o bom andamento da compostagem, existem parâmetros como o teor de sólidos e água que devem ser analisados e estes devem decrescer e crescer, respectivamente, indicando assim que o processo de degradação está acontecendo. A fim de comparar os dados obtidos experimentalmente em laboratório e identificar possíveis erros absolutos de medida em uma composteira mesclada de óleo de origem animal e serragem e, para avaliar tais desempenhos, foi proposta a aplicação de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem de decrescimento e outra de crescimento. Estas equações serviram, também, para estimar os valores dos teores de sólidos e de água nas semanas em que não foi possível realizar as medições. As equações propostas representaram de forma satisfatória os fenômenos analisados e permitiram simular os dados faltantes.

**Palavras-chave:** compostagem; teor de sólidos; teor de água; equações diferenciais ordinárias.

**Abstract:** The accelerated economic growth is directly related to consumption and solid

waste generation. The national solid waste policy was created in 2010 as a way to instruct the proper management of the waste and lists the main forms of treatment and appropriated disposal, among these is the composting method, which is a way of treating organic waste and get at the end of the process the ideal disposal. To ensure the progress of the composting, there are parameters such as solids and water that must be analyzed and these should decrease and increase, respectively, indicating that the degradation process is going on. In order to compare the data obtained experimentally in the laboratory and identify possible errors in a compost mix of animal oil and sawdust and to evaluate such performance, it was proposed the application of an ordinary differential equation of decreasing and another one of growth. These equations were also used to estimate the values of solids and water contents in the weeks in which the measurements could not be performed. The proposed equations satisfactorily represented the analyzed phenomena and allowed to simulate the missing data.

**Key words:** composting; solids content; water content; ordinary differential equation.

## 1 Introdução

O modelo de desenvolvimento capitalista adotado, atualmente, pela maior parte dos Estados, é voltado para o incentivo ao consumo em detrimento da manutenção dos recursos naturais e tem como consequência direta de seu ciclo a produção de resíduos - em uma proporção superior ao atual potencial de tratamento dos mesmos.

Com a finalidade de remediar o atual e crescente passivo ambiental, o Congresso Federal Brasileiro legislou à cerca do tema através da Política Nacional de Resíduos Sólidos, norma que estabelece a não geração, redução, reutilização, reciclagem e tratamento dos resíduos sólidos, bem como disposição final ambientalmente adequada dos rejeitos, como diretriz dentro e fora da gestão pública [1].

Um dos meios para garantir a eficácia da legislação é a educação ambiental, sendo que as instituições de ensino apresentam um papel crucial para isso ao produzir e legitimar o conhecimento e, por isso, a institucionalização de boas práticas de gestão de resíduos dentro desse espaço se mostra como um método imperativo categórico [2].

É importante salientar os inúmeros problemas que o descarte inadequado de resíduos pode causar ao meio ambiente, além de ser um potencial criadouro de vetores que trazem doenças à população. Dentre os problemas pode-se citar a poluição do solo e a percolação destes materiais para o lençol freático, contaminando assim as águas subterrâneas e posteriormente as águas que irão para abastecimento urbano.

Uma das formas de reduzir esta disposição inadequada de resíduos é a compostagem, um procedimento simples e que pode ser realizada em casa. Desta forma, além de os resíduos orgânicos serem aproveitados para adubo, há uma diminuição de resíduos coletados pelo serviço de limpeza urbana, proporcionando assim um tempo de vida útil maior aos aterros sanitários.

A compostagem é definida como um conjunto de técnicas que são aplicadas com a finalidade de controlar o acondicionamento final dos materiais orgânicos, com o intuito de se obter em um tempo razoavelmente curto um material rico em húmus e nutrientes minerais, desta forma, gera-se um ciclo produtivo com características sustentáveis que utiliza as sobras para produzir adubo [3].

Esse processo pode ocorrer de forma aeróbia ou anaeróbia, em função da presença de

oxigênio no processo. Na compostagem anaeróbia (sem oxigênio) a decomposição ocorre com a ação microbiótica sobre o resíduo orgânico e é caracterizada pela baixa temperatura, maior tempo para obtenção do composto final e odores desagradáveis durante o processo. A compostagem aeróbia, por sua vez, demanda menos tempo, não apresenta odor desagradável durante a decomposição e atinge uma temperatura de até 70°C [4].

O composto final obtido através da compostagem traz diversos benefícios, se for aplicado ao solo este propicia uma carga maior de nutrientes as plantas e também ajuda a estabilizar a estrutura do solo, melhora a aeração e a infiltração de água, além de proporcionar uma maior atividade de biomassa e microbiana [5]. No entanto, se a pessoa não possui uma área de plantação, este adubo pode ser vendido para os produtores próximos, gerando se assim uma fonte de renda para a família. Para o presente trabalho foi montada uma composteira em forma de pilha, com óleo de origem animal e serragem. Com os dados auferidos do acompanhamento da reação foi estruturada uma equação diferencial ordinária (EDO) para modelar o problema e avaliar o andamento do processo de compostagem de óleo de origem animal com serragem em relação ao tempo. Para a aplicação da equação utilizou-se o teor de sólidos (granulometria) e o teor de água (umidade), e com base no decaimento e aumento desses teores, respectivamente, em relação ao tempo decorrido, possibilitou verificar se o processo de compostagem está ou não acontecendo.

A granulometria é um dos principais indicadores da eficácia do processo de decomposição do resíduo e também determinante na qualidade para uso em fertilização do composto obtido [6].

O teor de umidade também é um fator importante na compostagem, visto que sem água os microrganismos não vão degradar a matéria orgânica. Para a compostagem, a umidade ideal está entre 50% e 60%, pois se este valor for muito abaixo não haverá atividade microbiológica, se for muito úmido, a degradação da matéria se torna mais lenta. Durante o processo o teor de umidade não pode ficar abaixo de 40%, se o teor de umidade for muito alto, há uma ocupação do espaço vazio com água e desta forma há uma restrição à ocupação do ar e conseqüentemente da propagação do oxigênio [7]

Desta forma, o estudo teve por objetivo modelar o processo de compostagem de resíduos sólidos, por meio de duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem: uma que descreve a variação do teor de sólidos em função do tempo e outra que analisa a variação do teor de água em função.

## 2 Metodologia

Os dados para análise da composteira foram coletados, periodicamente, por cerca de 90 dias e levados para o laboratório da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. As amostras foram coletadas e analisadas em triplicata.

Durante o período de acompanhamento da reação, variáveis climáticas tiveram interferência na temperatura e umidade das pilhas e, conseqüentemente, geraram alterações na velocidade das reações.

Para o teor de água pesou-se 10 gramas de amostra e colocou-se na estufa pelo período de 24 horas. Após isso, as amostras ficaram cerca de 15 minutos no dessecador para atingir temperatura estável para serem pesadas novamente. Por fim, através da fórmula e de posse desses valores, foi calculada a porcentagem do teor de água.

Para o teor de sólidos as amostras foram coletadas secas da estufa, amassadas no almofariz com a ajuda de um pistilo e pesadas em 2 gramas de amostra para cada cadinho antes

de serem levadas à mufla, onde permaneceram por 2 horas. Após este período, as amostras foram levadas ao dessecador por cerca de 20 minutos e na sequência foram pesadas. Para a obtenção do valor do teor de sólidos foi realizada a subtração de pesos dos cadinhos antes e depois das amostras serem incineradas na mufla.

Depois de finalizado o período de acompanhamento e com os dados obtidos das amostras foi possível realizar a modelagem deles com a utilização de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem. O objetivo da modelagem foi simular os valores da concentração de sólidos do composto e umidade para as semanas em que as medições não foram possíveis de serem realizadas, bem como estimar os valores de erros absolutos relacionados às variáveis climáticas e erros operacionais. A equação diferencial ordinária de primeira ordem que descreve a variação do teor de sólidos ao longo do tempo é dada por:

$$\frac{dS}{dt} = kS, \quad (1)$$

em que,  $S \equiv$  teor de sólidos (%) e  $k \equiv$  coeficiente de decaimento.

Já a equação diferencial de primeira ordem proposta para descrever a variação da umidade em relação ao tempo é dada por :

$$\frac{dA}{dt} = KA, \quad (2)$$

sendo,  $A \equiv$  teor de umidade (%) e  $K \equiv$  coeficiente de aumento.

As Equações 1 e 2 foram resolvidas analiticamente por meio de variáveis separáveis, a fim de se obter as soluções gerais que descrevem, respectivamente, a variação do teor de sólidos e a variação do teor de água, em função do tempo.

A partir das soluções gerais, foram determinados por meio de análise de regressão os valores dos coeficientes de decaimento ( $k$ ) e de aumento ( $K$ ) e modelados os problemas descritos no estudo. Para uma melhor visualização do comportamento dos teores de sólidos e de água da composteira, foi utilizado o software Excel para dispor os dados obtidos tanto no laboratório como pela EDO.

### 3 Resultados e Discussão

No que se refere à variação do teor de sólidos em função do tempo, os dados coletados são mostrados no Quadro 1:

Quadro 1. Dados do teor de sólidos em função do tempo.

Semana	Teor de sólidos experimental
1	0,30
2	0,13
4	0,06
5	0,05
6	0,03
8	0,03
9	0,05
10	0,04
11	0,02

Observa-se que a análise não foi realizada nas semanas 3 e 7, bem como não foi medido o valor inicial do teor de sólidos da composteira. Para simular estes valores faltantes, utilizou-se a Equação 1, descrita anteriormente. Resolvendo-a, obtém-se a Função 3 que modela a variação do teor de sólidos em função do tempo:

$$S(t) = c e^{kt} \quad (3)$$

em que:  $t \equiv$  tempo da pilha (semanas) e  $c \equiv$  valor inicial do teor de sólidos (%).

A partir dos valores coletados experimentalmente e por meio de análise de regressão, foi possível estimar os valores das constantes  $c$  e  $k$ . Assim a Equação 3 pode ser reescrita como:

$$S(t) = 0,48 e^{0,461t} \quad (4)$$

Através dessa função, o teor de sólidos de compostagem pode ser obtido em qualquer momento durante a amostragem. Assim, foi possível determinar os valores para as semanas faltantes, simular o teor de sólidos inicial bem como estimar a concentração para aquelas semanas em que houve erro de coleta. A comparação entre os dados experimentais e os simulados é mostrada na Figura 1:

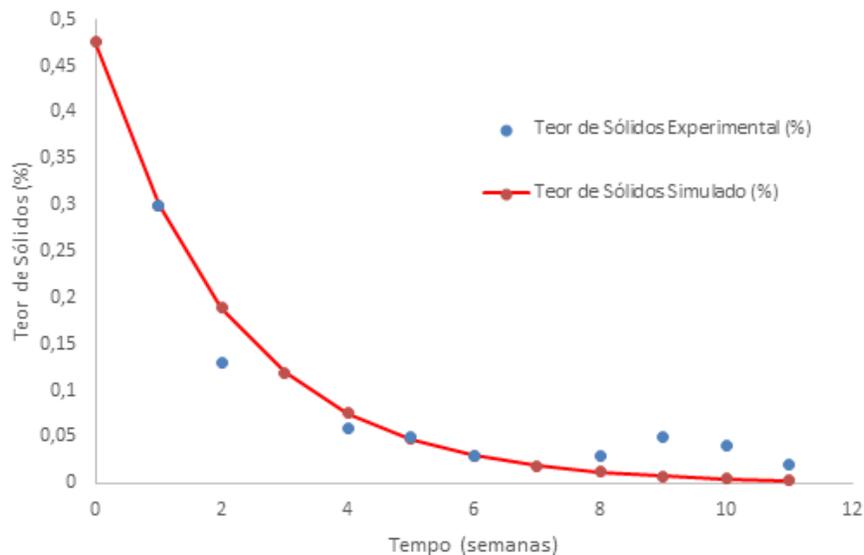


Figura 1. Comparação entre os dados experimentais e simulados para o teor de sólidos

A partir das simulações realizadas, foi possível estimar o valor inicial do teor de sólidos da composteira, que ficou em aproximadamente 0,48. Também foram feitas as estimativas para a terceira semana, com um teor de sólidos aproximado de 0,12 e sétima semana, aproximadamente de 0,02.

Analisando os dados do teor de sólidos é possível observar que a reação de compostagem alcança estabilidade em relação à granulometria presente na sua composição a partir do vigésimo terceiro dia e o cálculo utilizando o coeficiente de decaimento (EDO) obtido pelos valores de contorno deixa de apresentar resultados próximos à realidade obtida experimentalmente. Demais alterações podem ser explicadas devido a erros por parte dos operadores

visto que a princípio a reação estava ocorrendo da forma mais recomendada, ou seja, o teor de sólidos obteve um decaimento.

Em relação à variação do teor de água na composteira em função do tempo, os dados coletados ao longo das semanas estão mostrados no Quadro 2:

Quadro 2. Dados do teor de água em função do tempo.

Semana	Teor de água experimental
1	15,43
2	15,50
4	32,03
5	30,10
6	33,80
8	44,73
9	55,63
10	58,90
11	62,70

Para o teor de água, observa-se que os dados foram bastante oscilatórios no início do processo, oscilações estas que podem ser explicadas devido às intempéries que a composteira sofreu, bem como por possíveis erros operacionais durante o processo de monitoramento - onde água foi inserida semanalmente no processo. No entanto, os valores estão dentro da média que a literatura recomenda para que a compostagem ocorra de forma ideal. Para corrigir os valores da segunda e da quinta semana, bem como simular o teor de água inicial da composteira, foi utilizada a Equação 2 descrita anteriormente.

A solução geral desta equação é dada pela expressão a seguir:

$$A(t) = C e^{Kt}, \quad (5)$$

em que:  $t \equiv$  tempo da pilha (semanas) e  $C \equiv$  teor inicial de água (%)

Tendo-se os dados experimentais do teor de água em função do tempo e por meio de uma análise de regressão, foram estimados os valores das constantes  $C$  e  $K$ , ficando assim:

$$A(t) = 23,24 e^{0,09t}. \quad (6)$$

Com a Expressão 6, foram feitas as simulações e comparadas aos dados experimentais conforme a Figura 2:

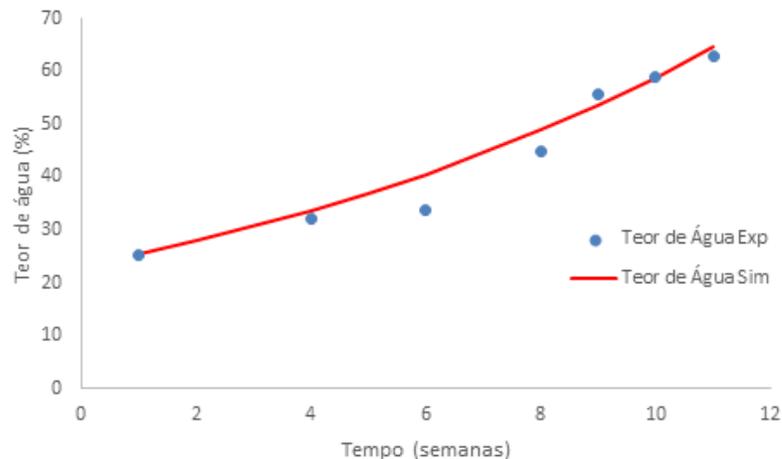


Figura 2. Comparação entre os dados experimentais e simulados para o teor de água da composteira

A partir das simulações realizadas, estimou-se os teores de água inicial, da segunda e da quinta semana, respectivamente, iguais a 23,26%, 27,92% e 36,94%.

## 4 Conclusão

A compostagem apresenta estabilidade no teor de sólidos com o decorrer de cerca de 20 dias. Para essas amostras, a estabilidade foi alcançada com a granulometria média de 0,045. O teor de água obteve uma média de cerca de 55%, o que comprova que o processo ocorreu de forma aeróbia.

No entanto, com os dados obtidos experimentalmente foi possível concluir que o composto é passível de degradação e o material estabilizado pode ser utilizado para fertilização [8].

As simulações realizadas foram importantes para estimar os valores das semanas em que não foi possível realizar as medições, bem como verificar quais os valores iniciais dos teores de sólidos e de água da composteira. Porém, com os inúmeros fatores que interferiram na composteira e na evolução do seu processo de decomposição, foram encontradas divergências entre valores experimentais e analíticos.

Os fatores que podem ter contribuído são diversos, mas as variações climáticas, as quais o composto esteve sujeito durante o experimento, impossibilitam a precisão dos resultados calculados, visto que a reação de compostagem é extremamente suscetível às mudanças de temperatura e umidade e no período da análise, houve dias de chuvas intensas, fortes ventos, baixas temperaturas e geada.

## Referências

- [1] BRASIL. Política Nacional de Resíduos Sólidos. Lei 12.305 de 2 de Agosto de 2010.
- [2] KANT, Immanuel. A Metafísica dos Costumes, Edipro, 2003.

DOMENICO, C. N. B. D.; SILVA, S. D.; CERQUEIRA, J. H. A.; OLIVEIRA, M. S. D.

- [3] PEIXOTO, M. *et al.* Compostagem: Construção e Benefícios. In: Resumos do I Congresso Paranaense de Agroecologia, 15566, 2014 – Pinhais/Paraná. Anais: ISSN 2236-7934 – Vol 9, No. 1, 2014. Disponível em: <http://aba-groecologia.org.br/revistas/index.php/cad/article/view/15566>.
- [4] MANUAL GERENCIAMENTO INTEGRADO DE RESÍDUOS SÓLIDOS (IBAM - 2001).
- [5] REZENDE, F. A. Aproveitamento da Casca de Café e da Borra de Gorduras e Óleos Residuários Em Compostagem. Dissertação de Doutorado. Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.
- [6] BUSNELLO, J. F.; *et al.* pH e granulometria em compostagem de pequena escala com diferentes fontes de resíduos. *Cadernos de Agroecologia*, v.6, n.2, p.1-6. 2013.
- [7] COSTA, A. R. S.; *et al.* O Processo da Compostagem e Seu Potencial na Reciclagem de Resíduos Sólidos. ISSN 2447-0740. Disponível em: <http://www.journals.ufrpe.br/index.php/geama/article/view/503>.
- [8] LEITE, P. D.; POVINELLI, J. Comportamento dos sólidos totais no processo de digestão anaeróbia de resíduos sólidos urbanos e industriais. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v.3, n.2, p.229-232. 1999
- [9] ABNT (São Paulo, SP). NBR-10004, Resíduos sólidos - classificação, 1987.
- [10] BRONSON, Richard. Moderna Introdução Às Equações Diferenciais. 3ª edição. São Paulo. Makron Books. 1977.
- [11] GONÇALVES, M. *et al.* Gerenciamento de Resíduos Sólidos na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Francisco Beltrão. *Revista Brasileira de Ciências Ambientais*. n.15, p.79-84. 2010.