Abordagem *Fuzzy* na Escolha de Projetos Populares

The *Fuzzy* Approach in the Choice of Popular Projects

Rosana Viomar de Lima
Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
Departamento de Biologia
rosanalima@unicentro.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma proposta de auxílio ao futuro proprietário na escolha de projetos arquitetônicos populares de acordo com sua preferência. Dentre vários modelos apresentados, pretende facilitar a escolha da opção mais pertinente ao gosto, necessidade e poder aquisitivo do futuro morador. Para tanto, foi utilizado um banco de dados de projetos com várias características que descrevem as opções disponíveis. Essas características foram avaliadas em cada projeto por vários especialistas. Baseado na teoria dos conjuntos *fuzzy* foi desenvolvido um mecanismo que, a partir de características informadas pelo proprietário, pode auxiliar na escolha do projeto que melhor se ajuste às suas necessidades.

Palavras-chave: projetos arquitetônicos; conjuntos *fuzzy*; equações relacionais *fuzzy*.

Abstract: This study presents a suggestion to help future owners in the choice of popular architectonic projects, according to their preference. Among several models showed, it is meant to facilitate the option that is the most adequate to the preference, necessity and buying power of the future resident. Therefore, a databank was used, with projects with various features that cover the available options. These features were evaluated in each project by several experts. Drawing on the theory of fuzzy sets, a mechanism was developed that can help choose the most adequate project to the resident's needs and according to his/her reported preferences.

Key words: architectonic projects; fuzzy sets; fuzzy relations equations.

1. Introdução

A Associação dos Engenheiros e Arquitetos de Guarapuava, PR, em convênio com a prefeitura municipal da cidade, desenvolve um projeto social denominado "Casa Fácil", onde são fornecidos projetos de casas populares para pessoas de baixa renda, sem custo para o requisitante. Para tanto, são apresentados aos interessados três opções de projetos prontos que, na maioria das vezes, não refletem seu gosto e/ou necessidade.

Em parceria com a Prefeitura, a Associação dos Engenheiros disponibiliza um profissional voluntário (engenheiro ou arquiteto) para assessorar o futuro proprietário na escolha do projeto e execução da obra. Porém, na maioria das vezes, o proponente não consegue escolher de imediato, dentre as opções apresentadas, aquela que melhor atenda às suas necessidades. Como há pouca disponibilidade de profissionais para atendimento, e a maioria dos requisitantes têm dificuldades na leitura e análise de projetos arquitetônicos, surgiu a ideia de criar um banco de dados de projetos prontos e um dispositivo capaz de, rapidamente, apontar os modelos mais pertinentes a cada perfil de família.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma ferramenta para facilitar a escolha do projeto arquitetônico de acordo com a preferência e/ou necessidade do futuro morador. Esta escolha é feita com base em características subjetivas de projetos pertencentes a um banco de dados o que tornou pertinente a utilização da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*[1]. Essa teoria já foi utilizada em classificação de imagens por Graça e outros[3].

Na próxima seção são introduzidos os conceitos da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* necessários ao desenvolvimento do trabalho. Nas seções seguintes são apresentados o desenvolvimento do modelo, os resultados e as conclusões.

2. Conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

A Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*[1] foi introduzida por Lofti Asker Zadeh, em 1965, com a finalidade de processar as informações subjetivas (de natureza incerta), que são características da linguagem do ser humano. Para obter a formalização matemática de um conjunto *fuzzy*, Zadeh baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser representado por sua *função característica*.

Definição 1: Seja *U* um conjunto clássico e *A* um subconjunto de *U*. A *função característica* de *A* é dada por

$$X_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } x \in A \\ 0 \text{ se } x \notin A \end{cases}$$

Entretanto, existem casos em que a pertinência entre elementos e conjuntos não é precisa, isto é, não sabemos dizer se um elemento pertence efetivamente a um conjunto ou não. Podemos, porém, dizer qual elemento do conjunto universo se enquadra "melhor" ao termo que caracteriza o subconjunto.

Definição 2: Seja *U* um conjunto clássico. Um *subconjunto fuzzy F* de *U* é caracterizado por uma função

$$\varphi_F :\to [0,1]$$

pré-fixada, chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy F.

O valor $\varphi_F(x) \in [0,1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F; $\varphi_F(x) = 0$ e $\varphi_F\varphi(x) = 1$ indicam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto *fuzzy* F.

Definição 3: Uma relação *fuzzy* R é um conjunto *fuzzy* definido no produto cartesiano $X_1 \times X_2 \times \ldots\ldots \times Xn$ onde Xi , i= 1,2 ....n, são conjuntos clássicos. É definida por uma função de pertinência

$\mu_R\ (x_1, x_2 \ldots. x_n) : X_1 \times X_2 \times \ldots\ldots \times Xn \to [0,1]$

em que $\mu_R\ (x_1, x_2 \ldots. x_n)$ indica o grau com que os elementos xi , i= 1,2....n estão relacionados segundo a relação R.

Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos, X×Y, então a relação é chamada de fuzzy binária sobre X×Y. Uma representação conveniente de uma relação fuzzy binária R(X,Y) são matrizes de pertinência R=[rxy], em que rx,y=μR(x,y).

A inversa de uma relação fuzzy R(X,Y), que é denotada por R-1=(Y,X), é a relação definida por

$\mu_R^{-1}(y,x) = \mu_R(x,y)$

para todo $x \in X$ e todo $y \in Y$. A matriz de pertinência $R^{-1} = \left[r_{yx}^{-1} \right]$, representando $R^{-1} = (Y, X)$ é a transposta da matriz R para R(X,Y).

Considere duas relações fuzzy binárias R(X,Y) e S(Y,Z) com um conjunto comum Y. A composição padrão destas relações, denotada por $R \circ S$ produz uma relação fuzzy binária $R \circ S$ (X,Y), em X×Y cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \max[\min(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z))]$$

Para todo $x \in X$ e todo $z \in Z$.

Esta composição é denominada *composição max-min*. Composições de relações binárias são representadas em termos de matrizes das relações. Pode-se escrever

$$\left[t_{ij} \right] = \left[r_{ik} \right] \circ \left[s_{kj} \right],$$

onde $t_{ij} = \max_k \min \left(r_{ik} s_{kj} \right)$

Quando os universos forem finitos, então a composição $R \circ S$ é obtida como uma multiplicação de matrizes, substituindo-se o produto pelo operador mínimo e a soma pelo operador máximo.

Elementos de uma coleção de conjuntos *fuzzy* podem ser combinados para formar um único conjunto *fuzzy* por meio dos operadores de agregação. Generalizando:

Definição 4: Uma *agregação* é uma operação de ordem n, $A : [0,1]^n \to [0,1]$, satisfazendo:

1. Condições de contorno:

- $A(0, 0....0) = 0$
- $A(1, 1....1) = 1$

2. Monotonicidade:

$A\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) \geq A\left(y_1, y_2, ...y_n\right)$ se $x_i \geq y_i$ para $i = 1, 2, ...n$.

A média aritmética é um operador de agregação: $A\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) = \frac{1}{n} \sum_1^n \left(x_i\right)$;

Definição 5: Sejam $U = (u_1, u_2, ..., u_n)$, $V = (v_1, v_2, ..., v_n)$ e $W = (w_1, w_2, ..., w_p)$. Consideremos três relações *fuzzy* binárias, *X(U,V), R(V,W), T(U,W)*, cujas matrizes de pertinência são dadas por

$$X = \left[x_{ij}\right];\ R = \left[r_{jk}\right]; T = \left[t_{ik}\right]$$

onde $x_{ij} = \mu_x(u_i, v_j), r_{jk} = \mu_R(v_j, w_{k)}$ e $t_{ik} = \mu_T(u_i w_{k)}$ Consideremos, ainda, que estão relacionadas por meio da matriz-equação

$$X * R = T$$

em que $*$ denota qualquer composição *fuzzy*. Quando duas das componentes são dadas e uma é *desconhecida*, esta equação é denominada *Equação Relacional Fuzzy*.

Para resolver uma equação relacional devemos achar a forma matricial de uma relação *fuzzy* binária *X* em $U \times V$, supondo conhecidas as formas matriciais *R* e *T em* $V \times W$ *e* $U \times W$, respectivamente.

Quando a operação $*$ é a composição *max-min*, resolver a equação $X * R = T$ significa encontrar $x_{jk} \in [0,1]$, tais que

$$\max\left[\min_{1 \le / \le n} (x_{ij}, r_{jk)}\right] = t_{ik},$$

Para cada $1 \le i \le m$ e $1 \le k \le p$.

Para que essa equação tenha solução é necessário que

$$\max_{1 \le / \le n} x_{ij} \ge \max_{1 \le k \le p} t_{ik},$$

Para todo *i*.

3. Modelo Matemático para a escolha de um projeto

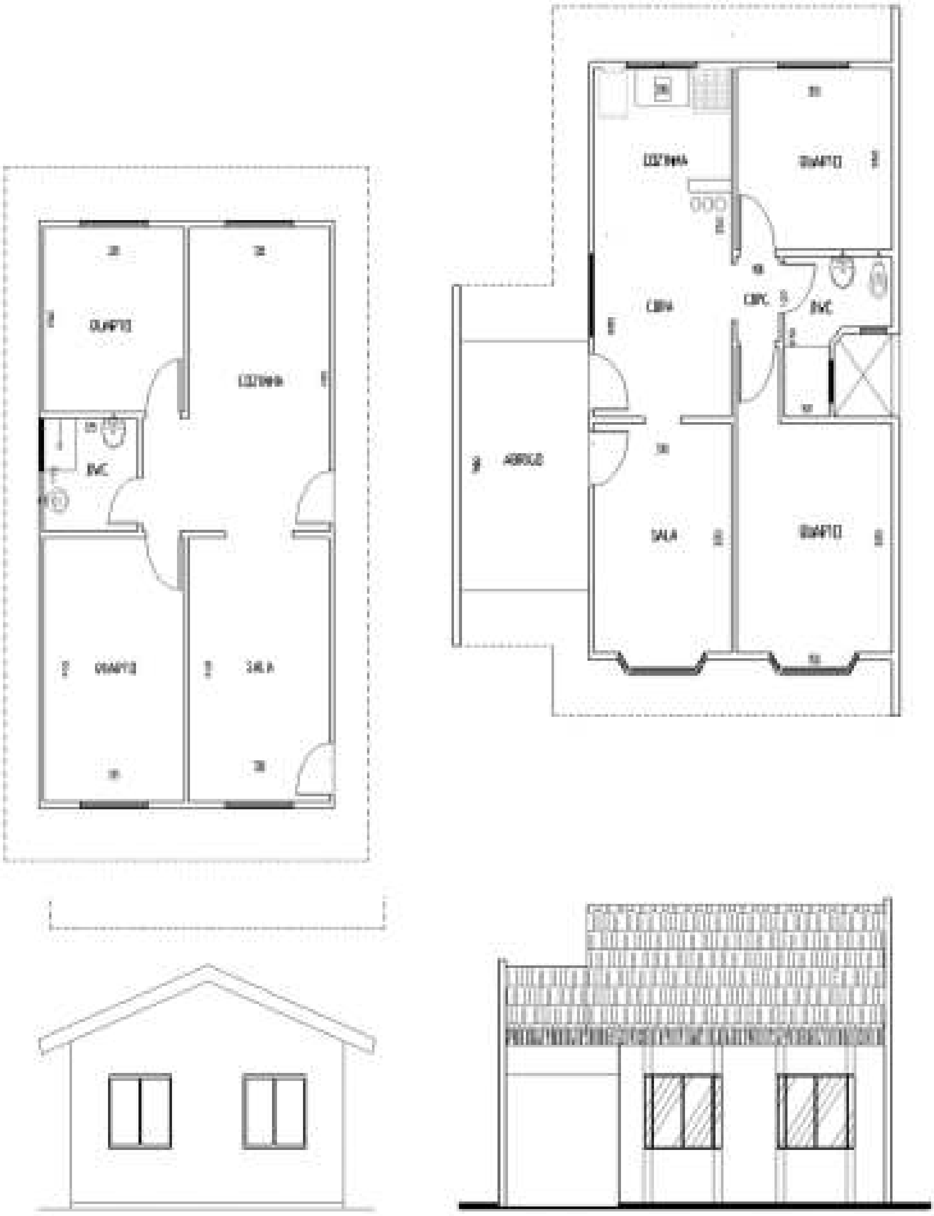
Foi elaborado um banco de dados de projetos com determinadas características subjetivas, resultado da consulta feita a especialistas (engenheiros, arquitetos e projetistas), para obter uma qualificação arquitetônica de cada projeto.

As características subjetivas foram: *bonita*; *simples*; *moderna*; *econômica*; *arrojada*; *flexível* (em relação ao tamanho e formato do terreno); *versátil* (em relação à facilidade de ampliação); *completa* (em relação à diversidade de peças) e *família* (em relação ao número de moradores). Os projetos que serviram de base para a entrevista aos especialistas são mostrados nas figuras 1 a 5.

Figura 1. casas 1 e 2

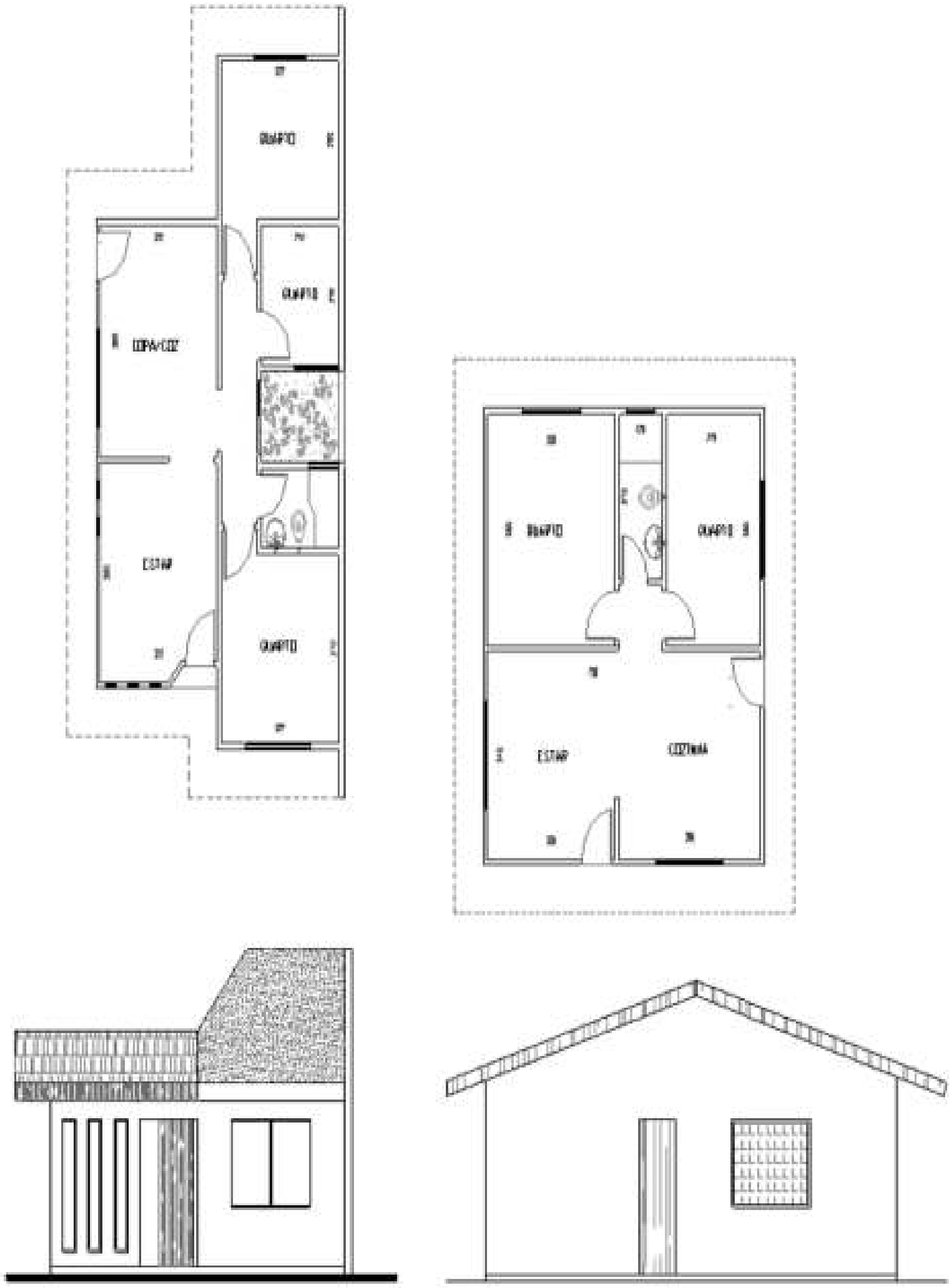
Fonte: Autora

Figura 2. casas 3 e 4



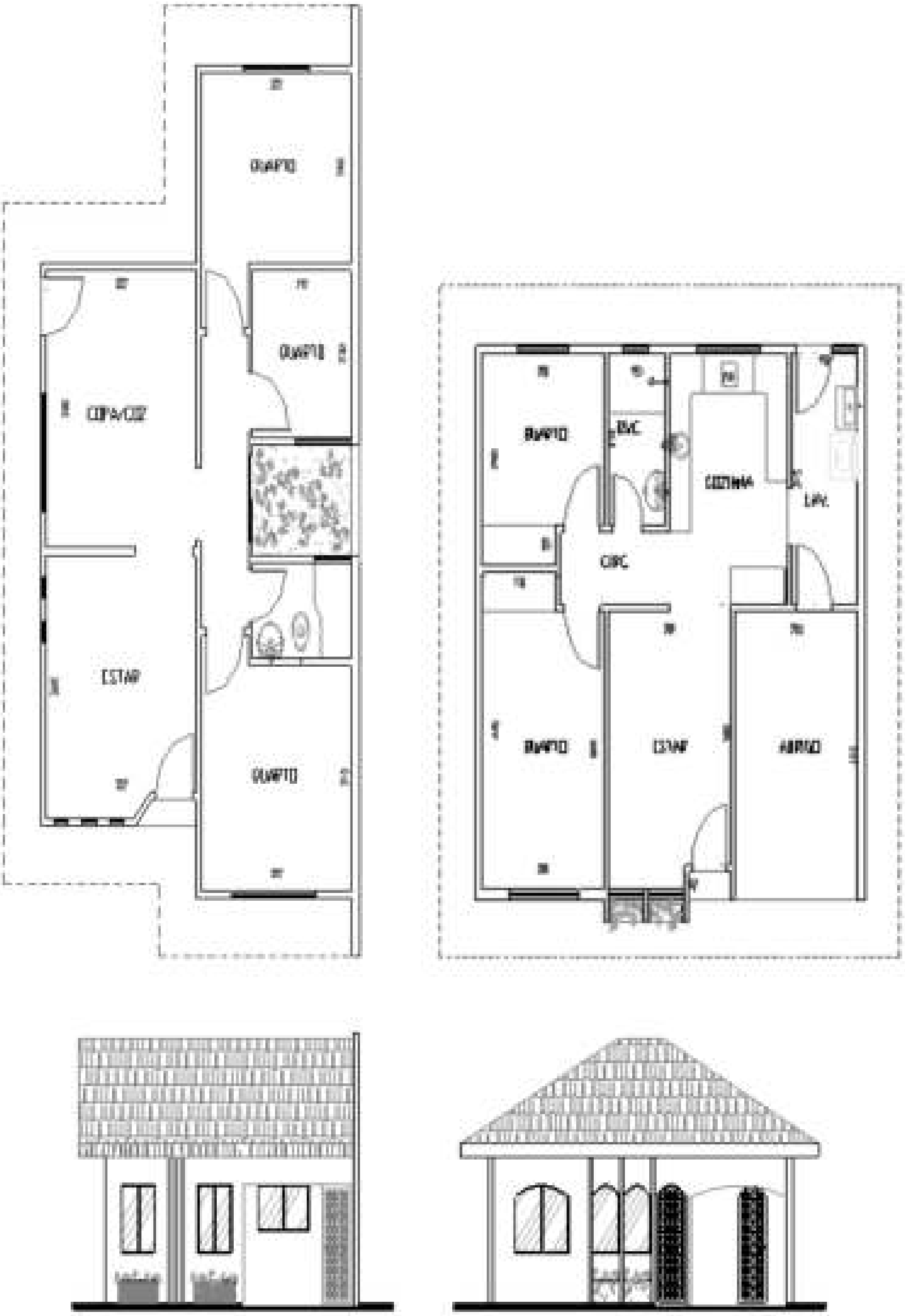
Fonte: Autora

Figura 3. casas 5 e 6



Fonte: Autora

Figura 4. casas 7 e 8



Fonte: Autora

Figura 5. casas 9 e 10

Fonte: Autora

Cada especialista classificou cada casa com valores no intervalo [0,1], significando que valores mais próximos de 1 indicam melhor descrição daquela característica. Foi utilizada a média aritmética como operador de agregação para construir uma matriz de pertinência que representa a opinião de todos os especialistas consultados. Tal matriz está descrita na tabela 1.

Tabela 1. Avaliação dos projetos pelos especialistas combinados utilizando um operador de agregação

	bonita	**simp**	**mod.**	**econ.**	**arroj.**	**flex.**	**vers.**	**comp**	**fam.**
casa1	0,90	0,39	0,81	0,39	0,69	0,48	0,40	0,84	0,46
casa2	0,73	0,60	0,73	0,66	0,68	0,66	0,61	0,83	0,56
casa3	0,19	0,80	0,31	0,91	0,23	0,73	0,72	0,39	0,44
casa4	0,79	0,58	0,83	0,64	0,63	0,63	0,70	0,69	0,49
casa5	0,46	0,63	0,72	0,71	0,79	0,85	0,76	0,58	0,74
casa6	0,16	0,81	0,26	0,94	0,13	0,74	0,77	0,38	0,38
casa7	0,79	0,55	0,74	0,62	0,54	0,65	0,62	0,53	0,46
casa8	0,84	0,34	0,48	0,32	0,66	0,44	0,37	0,80	0,53
casa9	0,60	0,62	0,68	0,60	0,67	0,72	0,75	0,54	0,49
casa10	0,63	0,63	0,73	0,52	0,68	0,79	0,74	0,82	0,71

Fonte: Autora

O modelo matemático utiliza uma composição entre relações *fuzzy* para estabelecer uma escolha que satisfaça melhor (com maior grau de pertinência) as exigências estabelecidas pelo comprador e se ajuste às suas necessidades. Constrói-se, então, uma matriz *R* com as preferências do futuro proprietário:

$$
\begin{bmatrix}
0{,}90 & 0{,}39 & 0{,}81 & 0{,}39 & 0{,}39 & 0{,}48 & 0{,}40 & 0{,}84 & 0{,}46 \\
0{,}73 & 0{,}60 & 0{,}73 & 0{,}66 & 0{,}66 & 0{,}66 & 0{,}61 & 0{,}81 & 0{,}56 \\
0{,}19 & 0{,}80 & 0{,}31 & 0{,}91 & 0{,}91 & 0{,}73 & 0{,}72 & 0{,}39 & 0{,}44 \\
0{,}79 & 0{,}58 & 0{,}83 & 0{,}64 & 0{,}64 & 0{,}63 & 0{,}70 & 0{,}69 & 0{,}49 \\
0{,}46 & 0{,}63 & 0{,}72 & 0{,}71 & 0{,}71 & 0{,}85 & 0{,}76 & 0{,}58 & 0{,}74 \\
0{,}16 & 0{,}81 & 0{,}26 & 0{,}94 & 0{,}94 & 0{,}74 & 0{,}77 & 0{,}38 & 0{,}38 \\
0{,}79 & 0{,}55 & 0{,}74 & 0{,}62 & 0{,}62 & 0{,}65 & 0{,}62 & 0{,}53 & 0{,}46 \\
0{,}84 & 0{,}34 & 0{,}48 & 0{,}32 & 0{,}32 & 0{,}44 & 0{,}37 & 0{,}80 & 0{,}53 \\
0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}68 & 0{,}60 & 0{,}60 & 0{,}72 & 0{,}75 & 0{,}54 & 0{,}49 \\
0{,}63 & 0{,}63 & 0{,}63 & 0{,}52 & 0{,}52 & 0{,}79 & 0{,}74 & 0{,}82 & 0{,}71
\end{bmatrix}
$$

Fonte: Autora

Sendo R^{-1} dada por:

$$\begin{bmatrix} 0{,}90 & 0{,}73 & 0{,}19 & 0{,}79 & 0{,}46 & 0{,}16 & 0{,}79 & 0{,}84 & 0{,}60 & 0{,}63 \\ 0{,}39 & 0{,}6 & 0{,}8 & 0{,}58 & 0{,}63 & 0{,}81 & 0{,}55 & 0{,}34 & 0{,}62 & 0{,}63 \\ 0{,}81 & 0{,}73 & 0{,}31 & 0{,}83 & 0{,}72 & 0{,}26 & 0{,}74 & 0{,}48 & 0{,}68 & 0{,}63 \\ 0{,}39 & 0{,}66 & 0{,}91 & 0{,}64 & 0{,}71 & 0{,}94 & 0{,}62 & 0{,}32 & 0{,}6 & 0{,}52 \\ 0{,}39 & 0{,}66 & 0{,}91 & 0{,}64 & 0{,}71 & 0{,}94 & 0{,}62 & 0{,}32 & 0{,}60 & 0{,}52 \\ 0{,}48 & 0{,}66 & 0{,}73 & 0{,}63 & 0{,}85 & 0{,}74 & 0{,}65 & 0{,}44 & 0{,}72 & 0{,}79 \\ 0{,}40 & 0{,}61 & 0{,}72 & 0{,}70 & 0{,}76 & 0{,}77 & 0{,}62 & 0{,}37 & 0{,}75 & 0{,}74 \\ 0{,}84 & 0{,}83 & 0{,}39 & 0{,}69 & 0{,}58 & 0{,}38 & 0{,}53 & 0{,}80 & 0{,}54 & 0{,}82 \\ 0{,}46 & 0{,}56 & 0{,}44 & 0{,}49 & 0{,}74 & 0{,}38 & 0{,}46 & 0{,}53 & 0{,}49 & 0{,}71 \end{bmatrix}$$

Fonte: Autora

Supondo que o comprador escolha apenas as três características seguintes:

- "bem **simples**" (neste caso, atribuímos o grau de pertinência 0,8 para a característica *simples*);
- "Muito **econômica"** (logo, tomamos grau de pertinência 1 para *econômica*);
- "Relativamente **versátil"** (com grau de pertinência 0,7 para *versátil*).

Dessa forma, a matriz de preferência deste comprador é dada por:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}8 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0{,}7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tem-se:

$$T \circ R^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}8 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0{,}90 & .. & 0{,}84 & 0{,}60 & 0{,}63 \\ 0{,}39 & .. & 0{,}34 & 0{,}62 & 0{,}63 \\ 0{,}81 & .. & 0{,}48 & 0{,}68 & 0{,}63 \\ 0{,}39 & .. & 0{,}32 & 0{,}6 & 0{,}52 \\ 0{,}39 & .. & 0{,}32 & 0{,}60 & 0{,}52 \\ 0{,}48 & .. & 0{,}44 & 0{,}72 & 0{,}79 \\ 0{,}40 & .. & 0{,}37 & 0{,}75 & 0{,}74 \\ 0{,}84 & .. & 0{,}80 & 0{,}54 & 0{,}82 \\ 0{,}46 & .. & 0{,}53 & 0{,}49 & 0{,}71 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}40 \\ 0{,}66 \\ 0{,}90 \\ 0{,}70 \\ 0{,}71 \\ 0{,}94 \\ 0{,}62 \\ 0{,}34 \\ 0{,}70 \\ 0{,}70 \end{bmatrix}$$

Fonte: Autora

Em que $x_{ij} = \max \min\left(t_{ik}, r_{kj}^{-1}\right)$, para $\begin{cases} k = 1,2,\ldots 9 \\ j = 1,2,\ldots 10 \end{cases}$

O valor *0,4* na primeira linha da mátria *X* significa o grau de satisfação do comprador caso a escolha fosse o projeto número 1, isto é, tal projeto satisfaz apenas *40%* de sua preferência.

O projeto "ideal" é dado por $\max_{1 \le j \le 10} x_{ij}$.

A matriz resultante $X = T \circ R^{-1}$ pode ser chamada de *matriz de satisfação*, onde cada elemento mostra o grau de satisfação na escolha de cada projeto. Neste caso, a casa que melhor se adapta às preferências do comprador seria a do projeto *6* (94% de satisfação).

3. Conclusões

O trabalho apresentou resultados coerentes para as características escolhidas (**simples, econômica** e **versátil**). Porém, para a elaboração de um banco de dados que realmente possa ser aplicado na prática, é necessário adequar os projetos (mais opções e mais diferenciadas), bem como aumentar o número de especialistas consultados. Isso deverá ser feito numa próxima etapa, uma vez que o trabalho aqui apresentado pode ser considerado como um teste.

4. Referências

1 ZADEH, L. A., Fuzzy Sets, *Information and Control*, v. 8, p. 338-353, 1965.

2 BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C., Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. Coleção IMECC, Campinas, 2006.

3 GRAÇA, V. A. C.; CHENG, L. Y.; PETRECHE; J. R. D., Qualificação subjetiva de imagens arquitetônicas utilizando a teoria de sistema nebuloso, *Revista Escola de Minas*, vol. 54(1), 2001.