

ISSN 1518-0352

Revista Ciências Exatas e Naturais

Volume 20 - Número 1

Janeiro/Junho 2018

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
Rua Simeão Camargo Varela de Sá,3
85040-080 - Guarapuava,Paraná
Brasil

Revista Ciências Exatas e Naturais

Publicação do
Setor de Ciências Exatas e de Tecnologia - UNICENTRO Campus
CEDETEG

Rua Simeão Camargo Varela de Sá, 3
85040-080 - Guarapuava, Paraná
Brasil
Fone: (42)3629-8116
Fax: (42)3629-8100
E-mail: recen.unicentro@gmail.com

FICHA CATALOGRÁFICA (Catalogação na publicação - Biblioteca da UNICENTRO)

Revista Ciências Exatas e Naturais/Setor de
Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Estadual do Centro-Oeste
-PR.-v.1,n.1 (1999) - Guarapuava: UNICENTRO, 2017-

Semestral

Até o n.1: Revista de Ciências Exatas e Naturais.
ISSN 1518-0352
1. Universidade Estadual do Centro-Oeste.
Setor de Ciências Exatas e de Tecnologia.

**Indexada no Latindex, Sumários.org e PKP Harvester
e-ISSN 2175-5620**

Nota: O conteúdo dos artigos desta revista é de exclusiva responsabilidade dos autores, não refletindo, necessariamente, a opinião dos editores.

Revista Ciências Exatas e Naturais

Reitor

Aldo Nelson Bona

Vice-Reitor

Osmar Ambrósio de Souza

Diretora da Editora UNICENTRO

Denise Gabriel Witzel

Diretora do Setor de Ciências Exatas e de Tecnologia

Karina Worm Beckmann

Publicação aprovada pelo Conselho Editorial da UNICENTRO

Revista Ciências Exatas e Naturais

Editores

Eduardo Vicentini
Gisane Aparecida Michelin
Karina Czaikoski

Márcio André Martins
Paulo Rogério Pinto Rodrigues
Sandro Rodrigues

Comissão Editorial

Adriane Beatriz de Souza Serapião
Adressa Galli
Antonio José da Costa Filho
Bogdan Demczuk Júnior
David Lira Ninez
Fábio Luiz Malquiades
Giuliano Gadioli La Guardia
Inali Wisniewski Soares
Jesuí Vergílio Visentainer
Karine Feverzani Magnano
Lucimar Maria Fossatti
Luiz Fernando Cótica

Márcio André Martins
Marcio Augusto Villela Pinto
Marcos Eduardo Valle
Marcos Lúcio Corazza
Mauro de Paula Moreira
Mauro Henrique Mulati
Michele Cristiane Mesomo
Oleg Katchatourian
Ricardo Coêlho Silva
Romildo Martins Sampaio
Sílvia Amélia Bim
Valtencir Zucolotto

Edição

Editora UNICENTRO

Impressão

Gráfica da UNICENTRO

Diagramação

Oseias Costa

Capa

Fernanda Pacheco de Moraes

Editorial

Visando disponibilizar gratuitamente o conhecimento científico ao público e proporcionar maior democratização mundial do conhecimento, eis que apresentamos o primeiro volume do ano de 2018 da Revista Ciências Exatas e Naturais. Este volume foi elaborado com grande empenho e satisfação da equipe de editores da revista, sempre visando contribuir com o cenário atual de desenvolvimento científico e tecnológico de diversas áreas dentro da Ciência e Tecnologia de Alimentos, Ciência da Computação e Informática, Engenharias, Física, Matemática, Química e Educação.

Conforme o significado genuíno da palavra, pesquisa é o conjunto de atividades que têm por finalidade a descoberta de novos conhecimentos do domínio científico. Dessa forma, de nada vale uma pesquisa sem disseminação para a comunidade científica, bem como para o desenvolvimento do interesse social. Além disso, levando em consideração que a crise econômica que afeta nosso país tem afetado diretamente pesquisas e projetos de inovação é importantíssimo valorizar o trabalho árduo dos pesquisadores, sejam eles estudantes ou profissionais.

Nesse contexto, no Volume 20 - Número 1 da Revista Ciências Exatas e Naturais são apresentados 10 trabalhos dos mais variados temas com grande valia para a comunidade científica, o que mostra o comprometimento e trabalho do Conselho Editorial e Editores com o desenvolvimento científico e social.

Karina Czaikoski
Editora da Revista

Sumário

Análise Estatística da Precipitação Máxima Diária Para Franca-SP, Com o Propósito da Curva IDF	9
<i>Giovanni Chaves Penner</i>	
<i>Cleiber Roberto Pacífico do Nascimento</i>	
Influência de espécies iônicas na instabilidade qualitativa de méis produzidos e comercializados no estado da Bahia, Brasil	19
<i>Milena Mendes de Souza</i>	
<i>Kaíque Mesquita Cardoso</i>	
<i>Karoline Dutra do Amaral</i>	
<i>José Soares dos Santos</i>	
<i>Maria Lúcia Pires dos Santos</i>	
Obtenção de Lipases Microbianas: Uma Breve Revisão	30
<i>José Lucas de Almeida Antunes Ferraz</i>	
<i>Lucas Oliveira Souza</i>	
<i>Tatielle Pereira Silva Marcelo Franco</i>	
Produção de Bebida Láctea Fermentada Com Kefir Adicionada de Chia ..	54
<i>Flávia Daiana Montanuci</i>	
<i>Suelen Pereira Ruiz</i>	
<i>Cecília Pinzon</i>	
Contribuições do Projeto PIBID/Química no CE Prof. Pedro Carli em Guarapuava-PR	69
<i>Irineo Kelte Filho</i>	
<i>Marcelo Schram</i>	
<i>Neide Hiroko Takata</i>	
<i>Micheli Kuchla</i>	
<i>Andréia Boeno de Lima</i>	
<i>Aparecida Ferreira</i>	
<i>Neucinéia Vieira Chagas</i>	
Propriedades trigonométricas em triângulos Pitagóricos	81
<i>Maurício de Araujo Ferreira</i>	
<i>Calebe Miranda da Silva</i>	
Funções: construindo conceitos a partir da análise gráfica	90
<i>Diego Souza da Silva João Roberto Lazzarin</i>	
Modelagem numérica e análise experimental de um protótipo didático de motor <i>Stirling</i>	104

Laura Vitória Rezende Dias
Antônio César Baleeiro Alves

Avaliação educacional em larga escala e algumas considerações sobre a TCT e a TRI
..... 118

José Ailton Rodrigues Soares
Aline Ferreira Amorim
Claudionor Renato da Silva

Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática
..... 125

Mailson Matos Pereira
Divanilda Maia Esteves

ANÁLISE ESTATÍSTICA DA PRECIPITAÇÃO MÁXIMA DIÁRIA PARA FRANCA-SP, COM O PROPÓSITO DA CURVA IDF

STATISTICAL ANALYSIS OF MAXIMUM DAILY PRECIPITATION IN FRANCA-SP, FOR IDF CURVE PURPOSE

Giovanni Chaves Penner

Faculdade de Engenharia Sanitária e Ambiental
Instituto de Tecnologia
Universidade Federal do Pará – UFPA, Belém, PA.
gpenner@gmail.com

Cleiber Roberto Pacifico do Nascimento

Engenharia Civil – UNIFRAN, Franca, São Paulo.
crpnascimento@hotmail.com

Resumo: O objetivo deste trabalho foi elaborar uma curva de Intensidade-Duração-Frequência (IDF) para a cidade de Franca, Estado de São Paulo, usando os registros pluviométricos da Estação Climatológica Principal, cedidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), com 49 anos de registros, período de 1965 a 2014. Os intervalos de duração: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 minutos foram desagregados dos registros pluviométricos conforme valores de desagregação sugeridos na literatura. Para o estudo da frequência de distribuição das chuvas intensas nos tempos de recorrência de 2, 5, 10, 15, 20, 25, 50 e 100 anos, utilizou-se o método de Chow-Gumbel. A análise dos resultados finais mostrou boa aderência entre os dados e método aplicado, assim como os valores de intensidade máxima de chuva calculada em cada duração, resultando no coeficiente de determinação, $R^2 = 0,999878$. Os coeficientes ajustados para a equação IDF foram: $T_0 = 12$ min, $n=0,759$, $m=0,155$ e $K = 14,623$. A equação IDF obtida pode ser utilizada para o dimensionamento de obras hidráulico-hidrológicas de forma mais precisa em Franca-SP e imediações.

Palavras-chave: chuvas intensas; águas pluviais; drenagem urbana; curva IDF.

Abstract: The purpose of this study was presented an intensity duration frequency curve (IDF) of the highest intensity rain observed in *Franca* city, *São Paulo* State, by pluviometric data from *Estação Climatológica Principal*, assigned from *Instituto Nacional de Meteorologia* (INMET), 49 year data, period of 1965-2014. Duration times: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 minutes was disaggregated from pluviometric data based on literature. The Chow-Gumbel method was applied for the study of the frequency distribution of intense precipitations considering different recurrence times (2, 5, 10, 15, 20, 25, 50 e 100 years). The results obtained applying the equation to data gave best fit with determination coefficient $R^2 = 0,999878$. The coefficients adjustment $T_0=12$ min, $n=0,759$, $m=0,155$ e $K = 14,623$ were obtained for IDF equation. In *Franca-SP* and neighbor cities the IDF equation can be used in design of hydraulic-hydrology structures with better precision.

Key words: intensity rain; rain waters; urban waters; IDF curve.

1 Introdução

No Brasil e no mundo as chuvas intensas são apontadas como a causa de prejuízos sociais e financeiros provocados por enchentes e deslizamentos de terras.

Segundo [9] para o correto dimensionamento de drenos, vertedores, obras de proteção contra cheias e erosão hídrica é necessário o conhecimento das três grandezas que caracterizam uma precipitação: a intensidade, a duração e a frequência. A equação de intensidade, duração e frequência (IDF), também conhecida como equação de chuvas intensas, é a principal forma de caracterizar a relação dessas grandezas.

O estudo de probabilidades fornece informações úteis sobre a chance de um determinado evento extremo ocorrer novamente em determinado espaço de tempo, ou seja, o período de retorno. Para a agricultura, o conhecimento dos valores normais dos elementos meteorológicos é a utilização e o conhecimento de estudos de probabilidades baseadas em eventos de chuvas intensas (Freire et al., 2012). A definição da melhor distribuição de probabilidade requer o uso de testes para provar a adaptação dos dados ou da série de dados às funções. Esses testes são conhecidos como testes de aderência e sua real função é verificar a forma de uma distribuição, através da análise da adequação dos dados à curva de um modelo de distribuição hipotética (Araujo et al., 2010).

Na maioria dos casos a simples visualização dos dados observados de uma variável em gráfico é insuficiente para inferir, entre as diversas funções de distribuição de probabilidade conhecidas, a que melhor se ajusta aos dados em estudo (Assis et al., 1996 in: Reis et. al, 2010). As mais comuns no estudo de precipitações intensas são: Gumbel, Log-Pearson III, Log-Normal, Pearson III e a de GEV (Generalizada de Eventos Extremos, que engloba as de Gumbel, Fréchet e Weibull) (Alves et. al, 2013).

A estimativa dos parâmetros de cada distribuição de probabilidades pode ser feita a partir de uma amostra das observações em que são feitas inferências estatísticas sobre a população, por diferentes métodos. A comparação dos modelos pode ser conduzida com base em testes de aderência não paramétricos, os quais podem informar a adequabilidade do ajuste de cada modelo à série histórica de dados observados (Casella & Berger, 1990; Naghettini & Pinto, 2007).

Estas distribuições estatísticas possuem parâmetros, que dentre outras formas podem ser encontrados a partir do método dos momentos, do método da máxima verossimilhança e do método dos momentos-L.

O Município de Franca vem já há muitos anos defrontando-se com o problema das inundações e alagamentos. O controle destas enchentes torna-se um desafio cada vez maior, à medida em que o crescimento de nossa área urbana impõe, como contrapartida, o aumento das áreas impermeabilizadas.

Em Franca é comum o transbordamento dos córregos dos Bagres e Cubatão que interceptação a malha urbana do município. As avenidas Antônio Barbosa Filho, Ismael Alonso y Alonso e próximo ao Pontilhão Dona Quita são pontos comuns de alagamento.

Neste contexto objetivou-se analisar a precisão dos ajustes das distribuições de probabilidade (Gumbel, Log-Pearson III, Log-Normal, Pearson III e a de GEV) utilizando, para estimativa dos parâmetros, o método dos Momentos L (ML), da série histórica de precipitação máxima diária anual, da cidade de Franca-SP.

2 Materiais e Métodos

Neste trabalho foram utilizados dados de precipitação referentes ao período de 1965 a 2014, coletados pelo INMET (Instituto Nacional de Meteorologia). Sendo que estes dados foram coletados por um pluviômetro na estação climatológica principal de Franca, que está localizada no aeroporto Tenente Lund Presotto em Franca/SP, e tem como altitude média 1.003 metros acima do nível do mar, com as seguintes coordenadas: Latitude: -20.584475° Longitude: -47.382549° , Figura 1. A temperatura média anual de $27,8^\circ C$. Localizado na zona sul da cidade de Franca, região essa que vem sendo urbanizada, predominantemente residencial, nos últimos 15 anos.

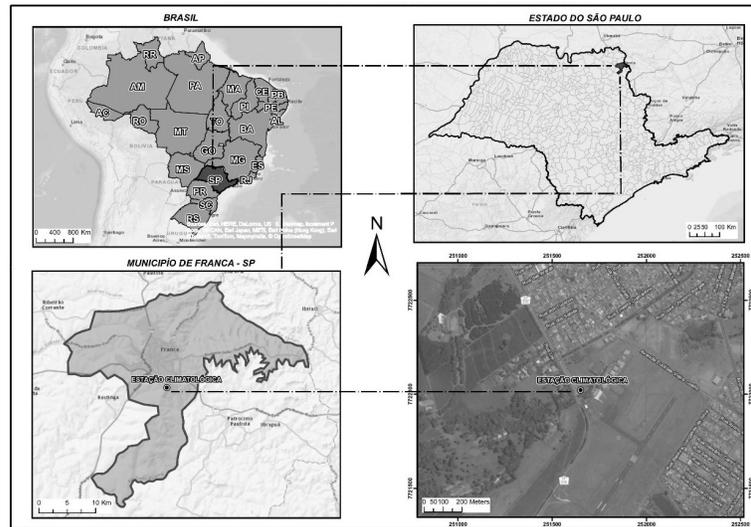


Figura 1. Localização da estação climatológica principal de Franca (INMET).

Conforme [7], a ferramenta básica para os estudos hidrológicos em áreas urbanas é a relação intensidade-frequência-duração das chuvas de curta duração. Infelizmente, nem todas as cidades dispõem de série histórica de dados pluviográficos que possam ser utilizados para o levantamento desta relação. Muitas vezes há a necessidade de se avaliar tais relações, em regiões onde as únicas informações disponíveis são as chuvas de 1 dia. Desta forma foi aplicada a metodologia apresentada em [14], onde se obteve uma relação para a cidade de Franca.

Partiu-se da relação obtida por [3] que estabeleceu uma relação entre as alturas pluviométricas das chuvas máximas de “1 dia” e de “24 horas”, obtidas dos dados pluviométricos e pluviográficos observados simultaneamente na cidade de São Paulo. Os resultados obtidos pelos autores, resumidos na Tabela 1 mostram as relações entre tais alturas pluviométricas para vários períodos de retorno. Analisando os dados da Tabela 1 observa-se que as alturas de chuva máximas de “1 dia” e “24 horas”, guardam uma relação quase constante independente do período de retorno, cujo valor é da ordem de 1,14, praticamente coincidente com o valor adotado pelo *U.S. Weather Bureau* para a mesma relação que é de 1,13.

Tabela 1. Relação entre as alturas de chuva máximas em São Paulo.

	Período de Retorno (Anos)					
	5	10	25	50	75	100
Relação entre alturas pluviométricas das chuvas de 24 h e de 1 dia	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
	3	3	4	5	4	5

2.1 Relação entre chuvas de diferentes durações

Já a relação entre chuvas de diferentes durações foi obtida da publicação [5]. Este trabalho levou ao estabelecimento de relações entre alturas pluviométricas de diferentes durações, para períodos de retorno de 2 a 100 anos, cujos valores médios são apresentados na Tabela 2.

Portanto, em regiões onde as únicas informações mais detalhadas são as chuvas de 1 dia observadas em postos pluviométricos, pode-se avaliar a chuva de 24 horas de determinada frequência, utilizando-se o fator 1,14, e a partir dessas, determinar as chuvas de menor duração com a mesma frequência utilizando-se as relações constantes na Tabela 2.

Tabela 2. Relação entre alturas pluviométricas.

Relação entre alturas pluviométricas	Valores médios obtidos no estudo do DNOS*	Valores adotados pelo <i>U.S. Weather Bureau</i>
5 min/30 min	0,34	0,34
10 min/30 min	0,54	0,57
15 min/30 min	0,70	0,72
20 min/30 min	0,81	
25 min/30 min	0,91	
30 min/1 h	0,74	0,79
1 h/24 h	0,42	
6 h/24 h	0,72	
8 h/24 h	0,78	
10 h/24 h	0,82	
12 h/24 h	0,85	

*DNOS - Departamento Nacional de Obras de Saneamento, extinto em 1990.

2.2 Dados de chuva utilizados

A metodologia até agora descrita foi aplicada à série histórica de alturas pluviométricas máximas anuais, obtida na estação climatológica principal de Franca. Os dados foram tratados estatisticamente, determinando-se média, desvio padrão e coeficiente de assimetria da amostra, ordenados os valores em ordem decrescente e calculado as frequências e os períodos de retorno, usando a posição de plotagem de Weibull.

2.3 Método de Gumbel-Chow

Em outro trabalho os dados foram testados quanto a melhor distribuição. Por se tratar de uma série de eventos anuais extremos, foi utilizada a distribuição de frequência de Gumbel-

Chow, normalmente empregada em Hidrologia, e expressa como:

$$P_{Tr} = P_{med} + K_{Tr} * \sigma_P \quad (1)$$

Onde $P_{med} = 79,25mm$ e $\sigma_P = 18,62mm$ são, respectivamente a média e o desvio padrão da série histórica analisada, K_{Tr} o fator de frequência que depende do tamanho da amostra, do período de retorno e do tipo de distribuição e P_{Tr} o valor esperado da altura de chuva. Para a distribuição Gumbel-Chow, com $N = 49$ anos, a referência [9] fornece os valores de K_{Tr} em função do período de retorno.

Iniciando-se o processo de desagregação, os valores de P_{Tr} da Tabela 3, que equivalem a chuva máxima de “1 dia”, para cada período de retorno, foram multiplicados pelo fator 1,14 para se obter as alturas de chuva de “24 horas”.

Tabela 3. Alturas de chuva máxima diária pelo método de Gumbel-Chow.

Período de Retorno em Anos	Fator de Frequência K	Altura da Chuva $P_{tr}(mm)$
2	-0,159	76,29
5	0,801	94,17
10	1,436	106,00
15	1,794	112,66
20	2,045	117,34
25	2,239	120,95
50	2,834	132,03
75	3,18	138,47
100	3,425	143,04

A desagregação da chuva de “24 horas” para durações menores seguiu as relações sugeridas pelo Departamento Nacional de Obras de Saneamento, contidas na Tabela 2, onde foram determinadas as precipitações, em milímetros, para durações menores, conforme a Tabela 4. Com os valores de precipitação obtidos na última transformação (Tabela 4), foram calculadas as intensidades de chuva em mm/min para as mesmas durações e períodos de retorno, ver Tabela 5.

2.4 Relação intensidade-frequência-duração

Os dados de intensidades de chuva foram utilizados para a determinação da relação intensidade-frequência-duração. A expressão geral da relação é dada por:

$$i = \frac{K * Tr^m}{(T + T_o)^n} \quad (2)$$

Onde: i é a intensidade em mm/min; Tr o período de retorno em anos; t a duração da chuva em min; T_o é a correção do termo referente a duração; K , m e n coeficientes determinados por análise de regressão.

A determinação dos parâmetros K , m , n , e b , foi feita por regressão linear, isto é, a Equação (2) foi linearizada pela relação gráfica entre os logaritmos das intensidades em mm/min e a duração $t + b$. Que pode ser interpretada pela equação:

$$\ln(i) = \ln(C) - n * \ln(t + T_o) \quad (3)$$

Tabela 4. Alturas de chuva (mm), para várias durações e períodos de retorno.

Duração	Período de Retorno (anos)								
	2	5	10	15	20	25	50	75	100
5 min	9,19	11,34	12,77	13,57	14,14	14,57	15,91	16,68	17,23
10 min	14,60	18,02	20,28	21,56	22,45	23,14	25,26	26,49	27,37
15 min	18,92	23,36	26,29	27,94	29,10	30,00	32,75	34,34	35,48
20 min	21,90	27,03	30,42	32,33	33,67	34,71	37,89	39,74	41,05
25 min	24,60	30,36	34,18	36,32	37,83	39,00	42,57	44,65	46,12
30 min	27,03	33,37	37,56	39,92	41,57	42,85	46,78	49,06	50,68
1 h	36,53	45,09	50,75	53,94	56,18	57,91	63,22	66,30	68,49
6 h	62,62	77,29	87,00	92,47	96,31	99,28	108,37	113,66	117,40
8 h	67,84	83,74	94,25	100,18	104,34	107,55	117,40	123,13	127,19
10 h	71,32	88,03	99,08	105,32	109,69	113,06	123,42	129,44	133,71
12 h	73,93	91,25	102,71	109,17	113,70	117,20	127,94	134,18	138,60
24 h	86,97	107,35	120,83	128,43	133,76	137,88	150,51	157,86	163,06
1 dia	76,29	94,17	106,00	112,66	117,34	120,95	132,03	138,47	143,04

Onde: $C = K * Tr^m$ O valor $To = 12$ min foi o que forneceu o melhor coeficiente de determinação $R^2 = 0,999878$, sendo testados valores para “ To ” variando de 1 a 60 min, para todos os períodos de retorno. Na Tabela 6 e Figura 2 são mostrados os resultados usando o coeficiente $To = 12$ min.

Tabela 5. Intensidade de chuva (mm/min).

Intensidade (mm/min)	Período de Retorno (anos)								
	2	5	10	15	20	25	50	75	100
5	1,84	2,27	2,55	2,71	2,83	2,91	3,18	3,34	3,45
10	1,46	1,80	2,03	2,16	2,24	2,31	2,53	2,65	2,74
15	1,26	1,56	1,75	1,86	1,94	2,00	2,18	2,29	2,37
20	1,09	1,35	1,52	1,62	1,68	1,74	1,89	1,99	2,05
25	0,98	1,21	1,37	1,45	1,51	1,56	1,70	1,79	1,84
30	0,90	1,11	1,25	1,33	1,39	1,43	1,56	1,64	1,69
60	0,61	0,75	0,85	0,90	0,94	0,97	1,05	1,11	1,14
360	0,17	0,21	0,24	0,26	0,27	0,28	0,30	0,32	0,33
480	0,14	0,17	0,20	0,21	0,22	0,22	0,24	0,26	0,26
600	0,12	0,15	0,17	0,18	0,18	0,19	0,21	0,22	0,22
720	0,10	0,13	0,14	0,15	0,16	0,16	0,18	0,19	0,19
1440	0,06	0,07	0,08	0,09	0,09	0,10	0,10	0,11	0,11

Observe na Figura 2 o bom ajuste das retas, para todos os períodos de retorno, adotando o valor $To = 12$ min.

Ainda com relação a Figura 2, o valor do coeficiente “n” da equação IDF é próprio coeficiente angular das equações de regressão linear, para cada período de retorno, que neste caso, considerando três casas decimais, $n = 0,759$.

Os coeficientes K e m, do numerador da Equação (2), $K.Tr^m$, que equivalem a C na

Tabela 6. Valores dos logaritmos das intensidades em mm/min e da duração t + 12 min, para cada período de retorno.

ln(t+b)	Período de Retorno (anos)							
	2	5	10	15	20	25	75	100
	Ln (Intensidade)							
2,83	0,61	0,82	0,94	1,00	1,04	1,07	1,20	1,24
3,09	0,38	0,59	0,71	0,77	0,81	0,84	0,97	1,01
3,30	0,23	0,44	0,56	0,62	0,66	0,69	0,83	0,86
3,47	0,09	0,30	0,42	0,48	0,52	0,55	0,69	0,72
3,61	-0,02	0,19	0,31	0,37	0,41	0,44	0,58	0,61
3,74	-0,10	0,11	0,22	0,29	0,33	0,36	0,49	0,52
4,28	-0,50	-0,29	-0,17	-0,11	-0,07	-0,04	0,10	0,13
5,92	-1,75	-1,54	-1,42	-1,36	-1,32	-1,29	-1,15	-1,12

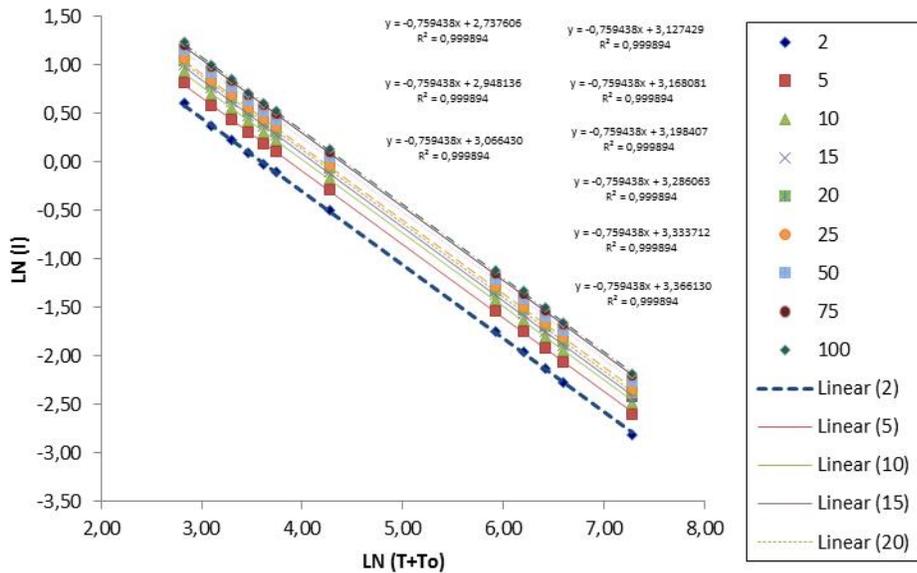


Figura 2. Relação entre os logaritmos da intensidade (mm/min) e duração t + To (min).

Equação (3), foram determinados também por regressão linear, segundo o procedimento descrito na Equação (4):

$$\ln(C) = \ln(K) + m * \ln(Tr) \tag{4}$$

Usando os valores dos coeficientes (a1) das retas da Figura 2 foi elaborada a Tabela 7 e construída a Figura 3.

Desta forma foram determinados os coeficientes: m = 0,155 (coeficiente a1 da reta da Figura 3), e K = 14,623, onde Ln (K) = 2,68 (coeficiente a2 da reta da Figura 3).

Tabela 7. Valores dos logaritmos de Tr e $C = K \cdot Tr^m$.

<i>Determinação de K e m</i>			
Período Retorno (Tr)	Ln (Tr)	Coeficiente B = Ln (C)	C
100	4,6052	3,366130	28,966211
75	4,3175	3,333712	28,042242
50	3,9120	3,286063	26,737391
25	3,2189	3,198407	24,493481
20	2,9957	3,168081	23,761842
15	2,7081	3,127429	22,815246
10	2,3026	3,06643	21,465135
5	1,6094	2,948136	19,070373
2	0,6931	2,737606	15,449954
m	0,155092		
K	14,623035		

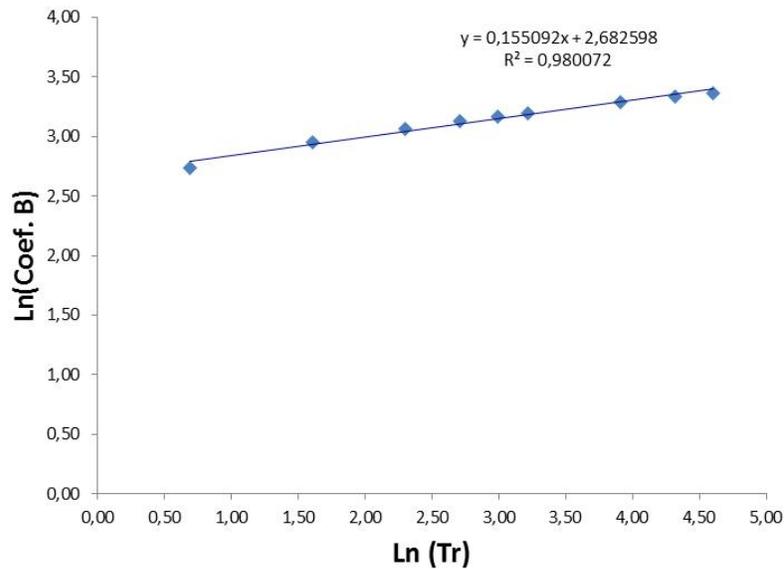


Figura 3. Relação entre os logaritmos de Tr e C.

3 Resultados

Recapitulando os valores determinados para os coeficientes têm-se: $T_0 = 12$ min; $n = 0,759$ (coeficiente a1 das retas da Figura 2); $m = 0,155$ (coeficiente a1 da reta da Figura 3),

e como $\ln(K) = 2,68$ (coeficiente a_2 da reta da Figura 3), daí determina-se $K = 14,623$. Desta forma, a equação com os coeficientes obtidos ficou na forma:

$$i = \frac{14,623 * Tr^{0,155}}{(t + 12)^{0,759}} \quad (5)$$

i – Intensidade de chuva (mm/min);
 Tr – Período de retorno (ano);
 t – Duração (min).

4 Conclusões

A equação (5) obtida permite o cálculo da intensidade máxima de chuvas com diferentes durações e períodos de retorno, com aproximação adequada a projetos de engenharia hidráulico-hidrológica.

Pode-se observar que os coeficientes de ajuste, R^2 , mostrados nas Figuras 2 e 3 ficaram acima de 98%, comprovando que por um procedimento relativamente simples de linearização e regressão linear foi possível determinar a equação IDF para a cidade de Franca-SP, com boa correlação entre os dados.

Recomenda-se que a cada 5 anos seja feita uma atualização para garantir que eventual mudança na dinâmica temporal das chuvas seja contemplada.

5 Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem à Coordenação de Engenharia Civil da Universidade de Franca (UNIFRAN) e Faculdade de Engenharia Sanitária e Ambiental (FAESA) da Universidade Federal do Pará (UFPA) pelo apoio e colaboração.

Referências

- [1] FENDRICH, R. Chuvas Intensas para Obras de Drenagem no Estado do Paraná. Curitiba-PR, 2003. 101p.
- [2] MARTINEZ JÚNIOR, F.; MAGNI, N. L. G. Equações de Chuvas Intensas do Estado de São Paulo. Convênio Departamento de Águas e Energia Elétrica e Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 125p., 1999.
- [3] OCCHIPINTI, A. G.; SANTOS, P.M. Relações entre as precipitações máximas de um dia e de 24 horas na cidade de São Paulo. São Paulo: IAU/USP, 1966. 10p.
- [4] OLIVEIRA, L. F. C. de; CORTÊS, F. C.; BARBOSA, F. de O. A.; ROMÃO, P. de A.; CARVALHO, D. F. de. Estimativa das equações de chuvas intensas para algumas localidades no Estado de Goiás pelo método da desagregação de chuvas. Pesquisa Agropecuária Tropical, Goiânia, v. 30, n. 1, p. 23-27, jan./jun. 2000.

- [5] PFAFSTETTER, O., Chuvas Intensas no Brasil, 2^a. edição, Rio de Janeiro, DNOS, 1982,426p.
- [6] PINTO, F. A.; FERREIRA, P. A.; PRUSKI, F. F.; ALVES, A. R.; CECON, P. R. Estimativa de chuvas intensas no Estado de Minas Gerais utilizando registros diários. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v. 16, n. 2, p. 8-21, dez. 1996.
- [7] PORTO, R. Determinação da relação Intensidade-Frequência-Duração de chuvas para a cidade de Pirassununga, 1998. 7p.
- [8] PRUSKI, F. F.; SILVA, D. D. da; TEIXEIRA, A. de F.; CECÍLIO, R. A.; SILVA, J. M. A. da; GRIEBELER, N. P. Hidros: dimensionamento de sistemas hidroagrícolas. Viçosa, MG: Editora UFV, 2006. 259 p.
- [9] REIS, L. F. R. Notas de Aula Disciplina SHS 403 – Hidrologia e Recursos Hídricos. São Carlos-SP, 2000. 122 p.
- [10] SAMPAIO, M.V. Determinação e espacialização das equações de chuvas intensas em bacias hidrográficas do Rio Grande do Sul. Santa Maria, 2011. Tese de doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola, Área de Concentração Engenharia de Água e Solo, da Universidade Federal de Santa Maria, 2011.
- [11] SILVA, D. D. da; GOMES FILHO, R. R.; PRUSKI, F. F.; PEREIRA, S. B.; NOVAES, L. F. de. Chuvas intensas no Estado da Bahia. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Campina Grande, v. 6, n. 2, p. 362-367, 2002.
- [12] SILVA, D. D. da; PEREIRA, S. B.; PRUSKI, F. F.; GOMES FILHO, R. R.; LANA, A. M. Q.; BAENA, L. G. N. Equações de intensidade-duração-frequência da precipitação pluvial para o Estado de Tocantins. Engenharia na Agricultura, Viçosa, MG, v. 11, n. 1/4, p. 7-14, jan./dez. 2003.
- [13] SILVA, D. D. da; PINTO, F. R. L.; PRUSKI, F. F.; PINTO, F. A. Estimativa e espacialização dos parâmetros da equação de intensidade-duração-frequência da precipitação para o Rio de Janeiro e o Espírito Santo. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v. 18, n. 3, p. 11-21, mar. 1999.
- [14] WILKEN, P. S. Engenharia de Drenagem Superficial. São Paulo-SP, 1978. 476p.

Influência de espécies iônicas na instabilidade qualitativa de méis produzidos e comercializados no estado da Bahia, Brasil

The influence of ionic species on qualitative instability of honey produced and marketed in the state of Bahia, Brazil

Milena Mendes de Souza

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, Vitória da Conquista, BA
milena_mendessouza@hotmail.com

Kaíque Mesquita Cardoso

Instituto Federal do Norte de Minas Gerais - IFNMG, Araçuaí, MG
kaiquesmesquita@outlook.com

Karoline Dutra do Amaral

Universidade Federal Fluminense - UFF, Niterói, RJ
karolinequimica@hotmail.com

José Soares dos Santos

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, Vitória da Conquista, BA
zesoares25@hotmail.com

Maria Lúcia Pires dos Santos

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, Vitória da Conquista, BA
luciapires27@hotmail.com

Resumo: A preocupação com a qualidade dos alimentos consumidos reflete no controle mais efetivo dos méis produzidos e comercializados. Com o propósito de diagnosticar e inferir sobre frescor e possíveis adulterações do produto provenientes de diversas regiões do estado da Bahia, objetivou-se, neste trabalho, avaliar a influência dos íons na qualidade do mel por meio de interações com parâmetros físico-químicos. Para tal, determinaram-se parâmetros físico-químicos (Lund, pH, cor, condutividade elétrica, umidade, sólidos solúveis totais, acidez, açúcares redutores, açúcares não redutores), bem como a quantificação de espécies iônicas (K^+ , Ca^{+2} , Mg^{+2} , Cl^- , e NO_3^-) no mel. A padronização das técnicas de análise e interpretação apoiaram-se em limites de qualidade do mel estabelecidos pela legislação nacional, recomendações de laboratórios de referência e em normas internacionais. A maior parte dos parâmetros avaliados apresentaram-se de acordo com os limites estabelecidos, contudo, percebeu-se que a instabilidade da condutividade elétrica foi influenciada pela concentração de K^+ . O parâmetro da reação de Lund confirmou que o potássio pode influenciar como indicativo de instabilidade e a umidade indicou influência dos sólidos dissolvidos no mel.

Palavras-chave: qualidade do mel; *apis mellifera*; propriedades físico-químicas.

Abstract: The concern with the quality of food that are consumed reflects on a more effective control of the honey that is produced and marketed. Aiming to identify the quality and

freshness as well as the presence of possible adulterations in honey native of several regions of the state of Bahia (Brazil), this very research evaluated the influence of ions in its quality, through interactions with physical-chemical parameters. The following parameters were determined in the samples of honey: Lund, pH, color, electrical conductivity, humidity, total soluble solids, acidity, reducing sugars and nonreducing sugars, as well as the quantification of the following ionic species: (K^+ , Ca^{+2} , Mg^{+2} , Cl^- , and NO_3^-). The standardization of the techniques of analysis and interpretation was based upon established international norms of quality of honey, the Brazilian legislation and recommendations of reference labs. Although the majority of the parameters evaluated were similar to the established limits, there was a disagreement between the values of electrical conductivity found and the established limits, and it was influenced by the concentration of K^+ ion. The reaction parameter of Lund confirmed that the potassium can influence as an indicator of instability. The humidity showed influence on the solids dissolved in the honey.

Key words: quality of honey; *apis mellifera*; physicochemical properties.

1 Introdução

O mel é um alimento natural com alto valor nutritivo, constituído por vitaminas, minerais e rico em diferentes tipos de açúcares [1, 2]. A composição e as propriedades do mel são variáveis e depende de diversos fatores que envolvem desde a interação com o ecossistema, o manejo das áreas agrícolas onde as abelhas forrageiam até o processamento do produto final [3, 4].

O Estado da Bahia destaca-se na produção de mel no Brasil pois possui grande potencial apícola, apresentando condições climáticas favoráveis à criação das abelhas, número expressivo de matas silvestres, diversidade de plantas e conseqüente diversidade de floradas naturais. Devido à diversidade botânica e à variação climática de cada região, é de suma importância a caracterização regional de méis, bem como alertar os consumidores sobre produtos contaminados ou adulterados.

Outro fator que preocupa os produtores de mel é o desaparecimento em massa das abelhas, fenômeno conhecido como Síndrome do Colapso das Colônias (Colony Collapse Disorder-CCD). Estudos recentes apontam o uso indiscriminado de agrotóxicos em lavouras próximas aos apiários como a principal causa desse fenômeno, pois compromete a produção agrícola - uma vez que ocorre a diminuição da polinização - e também provoca a contaminação indireta devido a contaminantes presentes na colmeia, que alterariam não apenas a composição química, mas também a qualidade do mel produzido [5, 6].

A determinação de parâmetros físico-químicos e espécies iônicas em méis contribuem de forma significativa no controle de qualidade e na fiscalização do produto encontrado no mercado [7, 9]. Neste contexto, torna-se necessário prevenir a ocorrência de adulterações nos méis através das análises referentes à sua qualidade, e assim colaborar com a caracterização e criação de padrões de qualidade dos méis produzidos no estado da Bahia.

Desta forma, este trabalho teve como objetivo caracterizar méis provenientes de diversas regiões do estado da Bahia com o propósito de inferir sobre o frescor e avaliar a influência dos íons na sua qualidade por meio de interações com os parâmetros físico-químicos.

2 Materiais e Métodos

2.1 Área de Estudo

Foram coletadas 38 amostras de méis de *Apis mellifera* de origem mono e multifloral, no período de fevereiro de 2012 a março de 2013, oriundas de 17 municípios do estado da Bahia. As amostras eram agrupadas por região de produção, sendo elas: CN (Região Centro-Norte da Bahia), CS (Região Centro-Sul), Nd (Nordeste), S (Região Sul) e VSF (Vale do São Francisco da Bahia).

2.2 Reagentes e soluções

As soluções de trabalho foram preparadas utilizando água ultrapura, obtida através do sistema de purificação Millipore (Millipore, São Paulo, Brasil).

Para a determinação dos parâmetros físico-químicos, foram utilizados a solução tampão de pH $4,0 \pm 0,01$ e $7,0 \pm 0,01$ (Nuclear); solução-padrão KCl $146,7 \mu\text{Scm}^{-1}$ a 25°C (Tecnopon); HCl $0,05 \text{ mol L}^{-1}$ (Quimex, grau de pureza 38%); NaOH $0,05 \text{ mol L}^{-1}$ e Tartarato duplo de sódio e potássio ($\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$) (Vetec, Rio de Janeiro, Brasil, com níveis de pureza 99 e 97% respectivamente); solução de ácido tânico ($\text{C}_{76}\text{H}_{52}\text{O}_{46}$) a 0,5% (Ecibra, Santo Amaro, Brasil, grau de pureza 99,9%); Solução de CuSO_4 (Isofar, Rio de Janeiro, Brasil, grau de pureza 98%) e Azul de metileno ($\text{C}_{16}\text{H}_{18}\text{N}_3\text{SCl}$) (Vetec, Rio de Janeiro).

Nas determinações dos íons, utilizou-se soluções de referência de K^+ (Ecibra, São Paulo, Brasil, grau de pureza 98,6%), Ca^{+2} (Nuclear, São Paulo, Brasil, com nível de pureza, 99%), Mg^{+2} (Synth, São Paulo, Brasil, 99,8% de pureza) e Cl^- (Vetec, São Paulo, Brasil, com níveis de pureza 97%). Para as determinações das espécies iônicas, foram necessárias preparações de duas soluções de fase móvel: uma para os cátions composta de $\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$ (Cinética Química, pureza de 99,8%) e outra para os ânions utilizando Na_2CO_3 (Synth, São Paulo, Brasil com nível de pureza 99,5%) e NaHCO_3 (Reagen, Rio de Janeiro, 99,7%). Todas as soluções foram preparadas pela diluição apropriada de massa obtida por seus respectivos padrões de grau analítico(PA), tendo por regenerante da resina de troca catiônica uma solução de H_2SO_4 (Synth, 98%).

2.3 Preparo de amostra e procedimentos analíticos

As amostras dos méis foram preparadas por diluição seguindo as metodologias específicas para a condutividade elétrica (CE) (20:100 m/v), pH (10:75 m/v), Lund (2:50 m/v), acidez total (10:75 m/v), açúcares redutores (AR) e açúcares não redutores (ANR) (25:100 m/v) [10, 10].

Os teores de umidade e os de sólidos solúveis totais foram determinados seguindo o método refratométrico de Chataway, revisado por Wedmore [9, 10].

A reação de Lund e as determinações potenciométricas (pH) foram realizadas seguindo as Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz (2005). A CE, assim como a acidez total, foi determinada seguindo o método n° 962.19 da AOAC (1998).

Os açúcares redutores e a sacarose aparente foram determinados conforme o método de Lane-Eynon (1934), descrito nas Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz, por meio da titulação volumétrica [10]. Para a classificação da cor dos méis, utilizou-se o método de Bianchi (1981) com a classificação da cor expressa em mm Pfund.

Para a determinação das espécies iônicas K^+ , Ca^{+2} , Mg^{+2} , Cl^- e NO_3^- , as amostras de mel foram pesadas e diluídas na proporção de 1:50 (m/v). Em seguida, foram filtradas em

membrana de borossilicato $0,45 \mu\text{m}$, sendo o filtrado recolhido em tubo falcon e armazenado sob refrigeração à temperatura de 4°C até o momento das análises. Os extratos foram injetados diretamente no aparelho.

Os limites de qualidade do mel estabelecidos foram apoiados nas normas internacionais de padrões em alimentos recomendados pela Organização Mundial da Saúde (OMS) e Nações Unidas para Agricultura e Alimentação [12], pelo regulamento técnico de identidade e qualidade do mel aprovado pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento [13] e recomendações das Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz [10, 11], bem como sugestões e similaridades na literatura [14].

2.4 Equipamentos e condições operacionais

Utilizou-se o refratômetro ABBÉ (Biobrix, modelo 2 WAJ); pHmetro (Digimed, modelo DM 20); condutivímetro de bancada (CAAL, modelo MCA-150); espectrofotômetro UV-VIS (modelo E-225D), bem como o cromatógrafo de íons (METROHM modelo 883 Basic IC plus, Herisau, Suíça) [15], composto por uma bomba de alta pressão inteligente (Ipump), um detector de condutividade com estabilizador de detecção e um sistema de supressão química.

Para os cátions, utilizou-se uma coluna metrosep A Supp4 cuja fase móvel foi composta por Na_2CO_3 e NaHCO_3 , nas respectivas concentrações $1,8 \text{ mmol L}^{-1}$ e $1,7 \text{ mmol L}^{-1}$. Para os ânions, usou-se uma coluna metrosep C2 com a fase móvel em $\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$ $2,7 \text{ mmol L}^{-1}$. Como regenerante da resina de troca iônica foi utilizada uma solução de H_2SO_4 100 mmol L^{-1} , com fluxo de $0,9 \text{ mL}$ por minuto. A metodologia de análise seguiu as recomendações do fabricante.

2.5 Tratamento estatístico

Devido à existência de diferentes fatores (origem botânica, características dos solos, clima e poluição) que poderiam afetar a composição físico-química e/ou mineral nos méis, foram aplicadas nos resultados a análise de correlação de *Pearson*, a fim de obter as variáveis químicas capazes de caracterizar as possíveis indicações de adulterações nos méis estudados. A análise de correlação (*Pearson*) foi realizada entre as variáveis Lund, pH, cor, CE, umidade, sólidos solúveis totais, acidez, AR, ANR, K^+ , Ca^{+2} , Mg^{+2} , Cl^- , e NO_3^- . Para tanto, foi utilizado os programas SPSS 15.2 e Excel 2010.

3 Resultados e Discussão

Todas as determinações neste trabalho foram feitas em triplicatas reais, cujos valores podem ser encontrados na tabela 1. Esses valores são referentes às médias das triplicatas das análises e todos os resultados apresentaram um desvio-padrão menor que 10%.

O primeiro resultado relatado na tabela 1 é referente aos valores da reação de Lund, e esse parâmetro físico-químico tem como objetivo indicar se houve adição de água ou de algum outro diluidor no mel. Segundo as Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz [10], o mel é considerado puro se o precipitado formado oscilar de $0,6$ à $3,0 \text{ mL}$. Na maioria dos méis estudados não houve alterações, entretanto, três amostras ($\text{CS1} = 3,07$; $\text{CS27} < 0,1$; $\text{S4} < 0,1$) apresentaram resultados que indicam adulteração do produto [16].

As amostras de méis avaliadas apresentaram teores de umidade que variam entre $15,2$ e $21,87$, semelhantes aos valores encontrados por Sodré et al. (2007) em méis do estado do Ceará, que variam entre $15,77$ e $20,27\%$ e em méis do sudoeste da Bahia com variações

entre 17,2 e 21,2% [9]. Contudo, três amostras (CS9= 21,27; CS10=21,87 e CS19=20,20) apresentaram teores superiores ao preconizado pela legislação vigente [13]. Esse parâmetro é de suma importância pois pode vir a influenciar na viscosidade, sabor, fluidez e conservação do produto. A presença de água nos méis favorece o desenvolvimento de micro-organismos e a fermentação do produto, além de estar relacionada com o grau de maturidade do mel [17].

Os sólidos solúveis totais nos méis analisados foram determinados em graus °Brix, e variaram entre 78 e 80,8. Tais valores são semelhantes ao observado por Silva *et al.* (2004), que encontrou uma faixa de variação entre 76,07 e 80,80 em méis de diferentes floradas no estado do Piauí. Essa variação do °Brix geralmente decorre das diferentes espécies florísticas e clima das regiões onde foram produzidos e indicam a quantidade de sólidos que se encontram dissolvidos na água presente no mel [18].

A acidez dos méis é proveniente dos ácidos orgânicos de diferentes fontes de néctares, das reações enzimáticas para produção do ácido glucônico, pela ação das bactérias durante o processo de maturação do mel e pela presença de alguns minerais (FINCO *et al.*, 2010). Os valores de acidez variaram entre 5,3 e 66 meq kg⁻¹ com o valor médio de 38,2 meq kg⁻¹, sendo que apenas 4 amostras (CS4=52; CS5=53; CS15=53,65 e CS3=66) estão acima do limite estabelecido pela legislação que é de 50,0 meq kg⁻¹, podendo ter relação com as condições de armazenamento inadequado e fermentação [3, 13].

Os resultados para as determinações do parâmetro da condutividade elétrica atingiram uma média de 313,88 $\mu\text{S cm}^{-1}$, variando entre 116,1 e 1241,66 $\mu\text{S cm}^{-1}$. Esses altos valores já eram esperados, uma vez que as amostras apresentaram grandes quantidades de íons. De acordo com Bogdanov *et al.* (1999), a CE é bastante influenciada pela quantidade de minerais presentes nos méis, podendo ser utilizado como um dos parâmetros para definir a origem botânica. Campos (1998) complementa dizendo que méis de uma mesma origem floral apresentaram condutividade semelhante, mesmo sendo de origens geográficas e condições climáticas distintas. No Brasil não existe uma legislação vigente para a condutividade elétrica, e por isso utiliza como referência as normas internacionais. O valor preconizado é de até 800 $\mu\text{S cm}^{-1}$, não sendo recomendados caso atinja índice acima desse valor [12, 14].

Os valores de pH compreenderam resultados entre 3,53 e 6,98, e vão de acordo aos apresentados por Lacerda *et al.* (2010) em méis provenientes da região sudoeste da Bahia. A amostra proveniente do sul da Bahia (S4) apresentou um valor superior (pH = 6,98), demonstrando que o valor de pH para Crane (1983) é variável, pois além de estar relacionado ao néctar das flores e a composição do solo, as associações vegetacionais promovem uma maior oscilação no índice. Desta forma, este parâmetro é também influenciado pela localização geográfica, mas como apenas uma amostra do conjunto da região Sul distinguiu-se dos demais, provavelmente a florada ou o manuseio inadequado no apiário influenciou para que esse valor discrepante indicasse adulteração do produto [21].

De acordo à legislação brasileira, a porcentagem mínima para os açúcares redutores no mel é de 65% [13]. Os valores médios encontrados nos méis analisados apresentaram-se dentro do valor exigido, atingindo a taxa de 71,7%. No entanto, 6 amostras analisadas em todas as regiões amostradas estão em desacordo e variaram entre 59,41 e 64,26%. Valores semelhantes foram apresentados por Abadio-Finco, 2010, que analisou méis da região Sul do Estado do Tocantins e encontrou a média de 68,94% (mínimo de 62,7 e máximo de 76,20%).

O conteúdo de AR (glicose e frutose) é utilizado para indicar a quantidade de açúcar presente no mel e estão ligados à características como higroscopicidade e cristalização [23]. Para Horn (1996), quanto mais alta as taxas de frutose presentes no mel, mais tempo ele

Tabela 1. Parâmetros físico-químicos e concentração de potássio nos méis em estudo identificados por região e seguidos pelos limites de referência

Amostras	Lund ml	Umidade %	SST °Brix	Acidez meq kg ⁻¹	CE μS cm ⁻¹	pH -	AR %	ANR %	K ⁺ mg L ⁻¹	Cor mm Pfund
CN1	0,93	17,4	80,5	45,65	239,7	3,78	63,29	7,7	1057,1	Âmbar escuro
CS1	3,07	17,8	80,8	46	188,8	3,83	62,4	6,34	887,0	Branco
CS2	1,84	18,8	79,8	45	297,53	3,66	79,2	2,6	524,1	Branco
CS3	1,14	18,8	79,8	42	184,56	3,83	73,2	3,5	1048,3	Extra-Branco
CS4	1,17	17	81,5	52	301,93	3,79	75,2	9,4	636,7	Branco-água
CS5	2,46	19,2	79,3	53	243,4	3,89	66,0	6,5	1027,5	Âmbar escuro
CS6	2,7	15,2	80,1	40,5	158,6	3,62	72,7	6,1	658,0	Âmbar claro
CS7	1,8	18	80,1	39,5	167,6	4,28	78,12	9,4	951,0	Branco
CS8	1,3	19,6	78,5	31,5	322	3,49	82,91	5,9	659,2	Extra-Branco
CS9	2,9	21,27	80,23	24,83	229,96	3,88	71,63	11,52	836,0	Branco
CS10	1,97	21,87	79,81	32,33	245,43	3,75	72,15	6,3	895,7	Âmbar extra-claro
CS11	2	16,6	81,5	20	116,1	4,08	82,64	4,6	409,4	Extra-Branco
CS12	2,5	19,6	78,4	40,5	163,86	4,06	74,07	3,5	721,7	Âmbar extra-claro
CS13	1,8	18,8	79,8	24,5	138,3	4,07	77,71	6,6	440,8	Extra-Branco
CS14	1,23	17,8	80,8	33,8	168,3	3,66	79,8	3,5	623,1	Branco
CS15	1,46	19,6	78,6	53,65	169,7	3,53	65,35	5,4	627,4	Âmbar claro
CS16	2,1	19,2	79,3	40,5	181,8	4,06	78,74	0,6	526,1	Âmbar extra-claro
CS17	1,4	19,2	79,3	37,15	155,2	3,6	70,92	3,6	686,3	Branco
CS18	1,53	18,4	79,7	50	354,26	3,91	74,29	11,1	3106,0	Âmbar escuro
CS19	1,3	20,2	78	38,35	398,6	3,62	75,18	7,6	496,7	Extra-Branco
CS20	1,3	17,6	80,5	39,65	203,16	3,73	69,63	14,24	804,5	Âmbar claro
CS21	1,7	17,8	80,8	31,3	169,03	3,63	80,45	7,0	653,1	Branco
CS22	2,6	18	80,1	33	241,4	3,65	70,95	5,4	1078,4	Branco
CS23	1,57	18,4	80	38,85	233,7	3,6	66,4	4,3	642,1	Âmbar extra-claro
CS24	1,6	19,4	78,5	27	445,33	4,37	77,51	5,5	2778,0	Branco
CS25	1,53	18,4	79,7	38	293,06	4,63	68,68	4,58	1080,5	Âmbar escuro
CS26	1,83	17,6	80,3	47,7	229,6	3,85	75,18	7,6	1009,2	Branco
CS27	< 0, 1	18	80,3	40,15	1241,66	4,61	64,26	3,98	5769,5	Âmbar claro
CS28	1,2	17,8	80,3	38,3	589,06	4,12	66,09	1,83	1777	Extra-Branco
CS29	1,9	17	81,2	43,7	379,93	3,82	59,41	0,32	1441	Âmbar claro
Nd1	1,3	19	79,2	18,65	190,46	3,74	63,57	3,77	686,3	Branco-água
Nd2	1,13	18	80,1	21,8	165,9	3,82	68,21	4,58	708,9	Branco
Nd3	1,63	19,4	78,8	37,15	168,36	3,74	78,98	5,9	2202,5	Âmbar
S1	1,46	18,8	79,8	44,35	292,9	4,06	71,12	2,7	1000,1	Âmbar extra-claro
S2	1,43	17,4	81	37,97	367,9	4,33	65,36	9,07	2712,5	Âmbar extra-claro
S3	2,76	20	78	66	244	3,66	67,75	8,8	1002,1	Âmbar extra-claro
S4	< 0, 1	19,6	78,5	5,3	901,86	6,98	64,1	1,7	4417,0	Branco-água
VSF1	2,5	19,8	78,4	27,5	136	3,84	72,99	5,8	237,6	Extra-Branco
Média	1,69	18,55	79,77	38,2	313,88	4,04	71,7	5,75	1229,82	—
Limites	0,6-3,0	Máx. 20	-	Máx. 50	200 - 800	-	Min. 65	Máx. 6		Variável
Referências	[10]	[13]		[13]	[12] [14]		[13]	[13]		[12] [13]

Os desvios-padrão das determinações em triplicata não ultrapassam 10% do valor da média; CN (Região Centro-Norte da Bahia), CS (Região Centro-Sul), Nd (Nordeste), S (Região Sul), VSF (Vale do São Francisco da Bahia)

tende a permanecer líquido, e esse é um importante fator para indicar a pureza do mel e a sua tendência de cristalização.

A média encontrada para a sacarose aparente nas amostras analisadas foi de 5,75%, variando entre 0,6 e 14,24%. Desta maneira, quando comparado às normas nacionais que estabelecem um máximo de 6,0%, constatou-se que 42% das amostras apresentaram valores acima do permitido [13]. Destacam-se duas amostras de mel que apresentaram altas taxas desse parâmetro, proveniente do centro sul baiano, com valores de 14,24%, e 11,52%, respectivamente. Segundo Azeredo *et al.* (1999), o teor elevado de sacarose pode ser considerado como indicativo de uma colheita prematura do mel, momento esse em que a sacarose ainda não foi totalmente transformada glicose e frutose pela ação da enzima invertase produzido pelas abelhas. O alto teor de sacarose pode indicar também uma adulteração do produto por meio da adição de xaropes e açúcares comerciais [26].

Em relação à coloração das amostras estudadas, foram encontradas todas as classes de cores estabelecidas. Os méis que apresentaram uma coloração mais escura foram do centro-sul baiano, cuja florada era Aroeira, e em algumas amostras do Centro-Norte que eram provenientes de florada silvestre. Os méis mais claros, classificados como branco-água, eram provenientes de amostras das floradas da Mata Atlântica e Unha de Gato. Lacerda *et al.* (2010) indica que méis do sudoeste da Bahia também encontraram essa variedade de cores em suas amostras, comprovando assim a relação dos parâmetros físico-químicos com a coloração dos méis analisados.

3.1 Espécies iônicas

A quantificação das espécies iônicas em amostras de méis vem despertando interesse dos pesquisadores desde 1908, quando Van Dine e Thomson, pela primeira vez, determinaram Ca e Mg em méis havaianos. A partir do desenvolvimento de técnicas de determinações e quantificações analíticas, os números de pesquisas relacionados à composição mineral dos méis aumentaram, o que permitiu o desenvolvimento de novas pesquisas.

Os méis analisados nesse estudo apresentam uma pequena quantidade de minerais quando comparados com outros alimentos, contudo, independente da origem floral ou da coloração, o elemento presente em maior quantidade é o potássio [25]. Entre as espécies iônicas estudadas, o K^+ e Cl^- foram os íons que apresentaram maiores concentrações nas amostras (tabela 2). As concentrações de K^+ , Mg^{+2} e Ca^{+2} encontradas são concordantes com a concentração média revelada na literatura [27-30]. Dos ânions avaliados, foram encontradas diferentes concentrações de Cl^- e NO_3^- por Fermo *et al.* (2013) variando entre 8,4 e 931,1 $mg L^{-1}$ e 0 e 208,4 $mg kg^{-1}$, respectivamente.

Tabela 2. Universo amostral das concentrações das espécies iônicas ($mg L^{-1}$) presentes no mel.

Medidas Estatísticas	Espécies Iônicas				
	K^+	Mg^{2+}	Ca^{2+}	Cl^-	NO_3^-
Mínimo	237,60	31,90	4,90	52,24	<0,25
Máximo	5769,50	772,20	201,20	4931,00	159,90
Média	1229,82	36,72	107,70	875,93	13,95

3.2 Análise estatística

Para verificar as principais alterações nos parâmetros estabelecidos pelos limites, fez-se uma análise de correlação de *Pearson*, em que fica evidente a contribuição do K^+ para a dinâmica da condutividade elétrica (tabela 3). Este íon comportou-se de maneira proporcional ao parâmetro da condutividade elétrica, ou seja: quando presente em maiores concentrações, influenciou maiores condutividades elétricas, e quando presentes em baixas quantidades, promoveu menores condutividades. Algumas amostras apresentaram valores

Tabela 3. Matriz de correlação entre variáveis em estudo

	Lund	pH	CE	SST	Umidade	K⁺	Mg²⁺
Lund	1						
Ph	-.453**	1					
CE	-.616**	.628**	1				
° Brix	-.035	-.123	-.048	1			
Umidade	.094	.062	.016	-.681**	1		
K⁺	-.584**	.646**	.873**	-.060	-.007	1	
Mg²⁺	-.302	.351*	.495**	.044	-.095	558**	1
	Cor	Acidez	AR	Mg²⁺	Ca²⁺	Cl⁻	NO₃⁻
Cor	1						
Acidez	405*	1					
AR	-.263	-.149	1				
Mg²⁺	.592**	.114	-.286	1			
Ca²⁺	.061	.418**	-.187	.203	1		
Cl⁻	.453**	.112	-.355*	.329*	-.037	1	
NO₃⁻	-.103	-.119	-.429**	.054	-.051	.033	1

*Significativo ao nível de 5% de probabilidade pelo teste t de Student

** Significativo ao nível de 1% de probabilidade pelo teste de Student

acima do limite da CE ($> 800 \mu S.cm^{-1}$), mostrando que o que justifica o aumento da condutividade elétrica é a concentração de K^+ nos méis. O potássio é o principal parâmetro que condiciona a oscilação da condutividade elétrica, e é o íon que se apresenta em maior quantidade na composição do mel, observado pela análise de correlação a 1% de probabilidade ($r = 0,873$). Essa instabilidade foi confirmada por meio da reação de Lund, em que as amostras que não apresentaram a formação de depósitos proteicos esperada em méis puros se coincidiram com altas taxas de K^+ ($r = -0,584$). Sabe-se que o teor de sólidos solúveis é um parâmetro que influi na quantidade de sólidos dissolvidos, e uma vez perdendo a umidade, ocorre uma concentração desses sólidos. Devido a isso, observa-se a correlação negativa entre a umidade e o teor de sólidos solúveis ($r = -0,681$).

4 Conclusões

No geral, as amostras avaliadas encontram-se de acordo às recomendações determinadas para o controle de qualidade do mel no Brasil, com exceção do ANR que superou as

especificações exigidas para mel de florada silvestre.

A condutividade elétrica foi o parâmetro que superou os limites estabelecidos por normas internacionais. As amostras que apresentaram valores fora da faixa dos limites especificados foram explicadas pela correlação significativa com a concentração de K^+ . A reação de Lund também possui correlação significativa e sofre influência em relação ao potássio. Este parâmetro representa o frescor dos méis, confirma-se assim a interferência do K^+ no impedimento à precipitação de compostos proteicos.

Os sólidos solúveis totais presentes no mel são diretamente influenciados pelo teor de umidade.

Referências

- [1] WIESE, H. Nova Apicultura, Guaíba-RS: Agropecuária, p.493. 1993.
- [2] EMBRAPA. Produção de mel. Sistema de Produção, 3 ISSN 1678-8818; Versão Eletrônica Jul/2003. Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Mel/SPMel/mel.htm>
- [3] SILVA, C.L.; QUEIROZ, A. J. M.; FIGUEIRÊDO, R. M. F. Caracterização físico-química de méis produzidos no Estado do Piauí para diferentes floradas. Rev Bras de Eng Agríc e Amb, Campina Grande, v.8, n.2-3, p.260-265, 2004.
- [4] BARTH, M. O.; MAIORINO, C.; BENATTI, A.P.T.; BASTOS, D.H.M. Determinação de parâmetros físico-químicos e da origem botânica de méis indicados monoflorais do sudeste do Brasil. Ciênc Tecnol de Aliment, v. 25, n. 2, p. 229-233, 2005.
- [5] PORRINI, C; SABATINI, A.G.; GIROTTI, S.; GHINI, S.; MEDRZYCKI, P.; GRILLENZONI, F.; BORTOLOTTI, L.; GATTAVECCHIA, E.; CELLI, G. Honey bees and bee products as monitors of the environmental contamination. Apiacta, v.38, p.63-70, 2003.
- [6] IMPERATRIZ-FONSECA, VERA L.; GONÇALVES, L. S.; FRANCOY, T. M.; NUNES-SILVA, P. Desaparecimento das abelhas melíferas e a perspectiva do uso de outras abelhas na polinização. Embrapa Semi-Árido. Online, v. 249, p. 220-233, 2012.
- [7] EVANGELISTA-RODRIGUES, A.; SILVA, E. M. S.; BESERRA, E. M. F.; RODRIGUES, M. L. Análises físico-química dos méis das abelhas *Apis mellifera* e *Melipona scutellaris* produzidos em duas regiões no Estado da Paraíba. Cienc Rural Online, v.35, n.5, p.1166-1171, 2005.
- [8] LACERDA, J.J.J.; SANTOS, J.S.; SANTOS, S.A.; RODRIGUES, G.B.; SANTOS, M.L.P. Influência das características físico-químicas e composição elementar nas cores de méis produzidos por *Apis mellifera* no sudoeste da Bahia utilizando análise multivariada. Quimic Nova, v. 33, n. 5, p. 1022-1026, 2010.
- [9] INSTITUTO ADOLFO LUTZ (IAL). Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz. Métodos Químicos e Físicos para Análise de Alimentos. São Paulo: IAL, v. 1, 1985.
- [10] AOAC-Association of Official Analytical Chemists. Offic methods of analys. 16.ed. rev.4. Washington, 1170 p., 1998.

- [11] INSTITUTO ADOLFO LUTZ. Métodos físico-químicos para a análise de alimentos. São Paulo, 1020 p., 2008
- [12] CODEX ALIMENTARIUS. Revised codex standard for honey. Rev. 2 [2001]. 24th session of the Codex Alimentarius in 2001.
- [13] BRASIL. Instrução Normativa n.11, de 20 de outubro de 2000. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento aprova o regulamento técnico de identidade e qualidade do mel. In: Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Legislação. SisLegis - Sistema de Consulta à Legislação.
- [14] BOGDANOV, S. Honey quality and international regulatory standards: review by the international honey commission. *Bee World*, v.80, p.61-69. 1999.
- [15] METROHM. Práticas em cromatografia de íons - Monografia, 2007.
- [16] MEIRELES, S.; CANÇADO, I.A.C. Mel: parâmetros de qualidade e suas implicações para a saúde. *SynTh Rev Digit. FAPAM, Pará de Minas*, v.4, n.4, 207-219, abr. 2013
- [17] CAMARGO, C. R. R.; RÊGO, J. G. de S.; LOPES, M. T. do R.; PEREIRA, F. de M.; MELO, A. L. Boas Práticas na Colheita, Extração e Beneficiamento do Mel. Teresina: Embrapa Meio-Norte, Documentos, v.78, p.9, 2003.
- [18] GOIS, G.C.; LIMA, C.A.M.; SILVA, L.T.; Evangelista-Rodrigues, A. Composição do mel de *Apis mellifera*: requisitos de qualidade. *Acta Veter Brasil*, v.7, n.2, p.137-147, 2013.
- [19] MORAES, F.J., GARCIA, R.C., VASCONCELOS, E., CAMARGO, S.C., PIRES, B.G., HARTLEBEN, A.M., LIESENFELD, F., PEREIRA, D.J., MITTANCK, E.S., GIASSON, J., & GREMASCHI, J.R. Caracterização físico-química de amostras de mel de abelha africanizada dos municípios de Santa Helena e Terra Roxa (PR). *Arq Bras Med Vet Zootec [online]*. v.66, n.4, p.1269-1275, 2014.
- [20] CRANE, E. O livro do mel. São Paulo: Nobel, 225p., 1983.
- [21] OPUCHKEVICH, M.A.; KLOSOWSKI, A.L.M.; MACOHON, E.R. Macohon. Qualidade do mel no município de Prudentópolis. *Rev Conex UEPG*, v.4, n.1, 2008.
- [22] ABADIO FINCO, F. D. B.; MOURA, L. L.; SILVA, I. G. Propriedades físicas e químicas do mel de *Apis mellifera* L. *Ciênc e Tecnol de Aliment*, v. 30, n.3, p. 706-712, 2010.
- [23] CAMPOS, G. Melato no mel e sua determinação através de diferentes metodologias. Belo Horizonte. Tese (Doutorado) – Escola de Veterinária, UFMG. p.178, 1998.
- [24] HORN, H. Méis Brasileiros: resultados de análises físico químicas e palinológicas. In: XI Congresso Brasileiro de Apicultura, Teresina, PI, p. 403-429, 1996
- [25] AZEREDO, M. A. A.; AZEREDO, L. C.; DAMASCENO, J. G. Características físico-químicas dos méis do município de São Fidelis-RJ. *Rev Ciênc e Tecnol de Aliment*, v. 19, n. 1, p. 3-7, 1999.

- [26] SODRÉ, G. S.; MARCHINI, L.C.; MORETI, A.C.C.C.; OTSUK, I.P.; CARVALHO, C.A.L. Caracterização físico-química de amostras de méis de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera: Apidae) do Estado do Ceará. *Ciênc Rural*, v. 37, n. 4, 2007.
- [27] PARAMÁS, A.M.G.; BAREZ, J.A.G.; GARCIA-VILLANOVA,R.J.; PALÁ, T.R.; ALBAJA, R.A; SÁNCHEZ, J.S. Geographical discrimination of honeys by using mineral composition and common chemical quality parameters. *J Scienc of Food and Agric* v.80, Issue 1, p. 157–165, 2000.
- [28] MENDES, T. M. F. F. Determinação de espécies metálicas em mel de abelhas por ICP OES – Campinas, SP:[s.n], 2003.
- [29] MARCHINI, L.C.; MORETI, A. C.; OTSUK, I.P. Análise de agrupamento de méis produzidos por *Apis mellifera* L. *Ciênc Tecnol Aliment*, Campinas, 25(1): 8-17, 2005.
- [30] FERMO, P.; BERETTA, G.; FACINO, R.M.; GELMINI, F.; PIAZZALUNGA, A. Ionic profile of honey as a potential indicator of botanical origin and global environmental pollution. *Envir Pollut.* v. 178, p. 173–181, 2013.

Obtenção de Lipases Microbianas: Uma Breve Revisão

Obtaining of Microbial Lipase: A Brief Review

José Lucas de Almeida Antunes Ferraz

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus, BA
lucasferraz_15@hotmail.com

Lucas Oliveira Souza

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Itapetinga, BA
Lucasgbi01@hotmail.com

Tatielle Pereira Silva

Universidade Federal de Alagoas – UFAL, Maceió, AL
tatielle.pereira@yahoo.com.br

Marcelo Franco

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus, BA
mfranco@uesc.br

Resumo: Lipases (glicerol éster hidrolases EC 3.1.1.3) são enzimas capazes de catalisar naturalmente a hidrólise de ligações éster presentes em triacilgliceróis de cadeia longa, bem como reações de esterificação, interesterificação, transesterificação e aminólise em baixas condições de água. A capacidade de catalisar tais reações com alta eficiência e seletividade tornam estas enzimas potencialmente úteis em diversos processos biotecnológicos e industriais. Nas últimas décadas, a utilização de lipases microbianas em substituição aos catalisadores químicos convencionais tem sido fortemente incentivada. Entretanto, os altos custos de produção e as dificuldades operacionais destes biocatalisadores têm limitado bastante a sua utilização, impulsionando, portanto, muitas pesquisas relacionadas com a produção e utilização destas enzimas. Neste trabalho de revisão, pretendeu-se fornecer uma visão geral sobre as pesquisas que vêm sendo desenvolvidas envolvendo a produção, purificação e imobilização de lipases microbianas. Os processos de fermentação investigados para a produção, os principais tipos de micro-organismos e substratos empregados, bem como as estratégias para purificação e imobilização foram os principais focos desta revisão.

Palavras-chave: lipases; produção; fermentação; purificação; imobilização.

Abstract: Lipases (glycerol ester hydrolases EC 3.1.1.3) are enzymes capable to catalyze naturally the hydrolysis of ester bonds present in long-chain triglycerides, as well as to catalyze reactions of esterification, interesterification, transesterification and aminolysis in low water conditions. The ability to catalyze such reactions with high efficiency and selectivity make these enzymes potentially useful in various biotechnological and industrial processes. In recent decades, a use of microbial lipases in place of conventional chemical catalysts has been strongly encouraged. However, the high costs of production and operational difficulties of these biocatalysts has limited its use. This fact has boosting many research related

to the production and use of this enzymes. In this review, it was intended to provide an overview of the researches that have been developed involving the production, purification and immobilization of microbial lipases. The fermentation processes investigated for the production, the main types of microorganisms and substrates used, as well as the strategies for purification and immobilization were the main focuses of this review.

Key words: lipases; production; fermentation; purification; immobilization.

1 Introdução

As enzimas são importantes catalisadores biológicos indispensáveis em processos biotecnológicos, principalmente por catalisarem reações de modo seletivo e rápido [1]. Do ponto de vista da ciência química e biológica, as enzimas são caracterizadas como proteínas, com exceção das ribozimas, sendo formadas por aminoácidos ligados por ligações peptídicas covalentes. As suas estruturas conformacionais, estabilidade e atividade dependem fortemente das condições do meio, como, por exemplo, pH e temperatura [2].

Atualmente, cerca de 200 enzimas são utilizadas comercialmente. Dentre estas, as enzimas hidrolíticas somam aproximadamente 75% das enzimas utilizadas em processos industriais [3]. Em relação ao mercado global de vendas de enzimas, até a década de 1960 as vendas totais eram de apenas alguns milhões por ano. Após a melhor compreensão da bioquímica dos processos de produção, que envolve os processos de fermentação e métodos de recuperação, além dos avanços nos métodos de uso e o aumento da demanda por novos biocatalisadores, esse mercado tem crescido espetacularmente [4], atingindo cerca de US\$ 4,6 bilhões e US\$ 4,9 bilhões em 2014 e 2015, respectivamente, devendo aumentar de cerca de US\$ 5,0 bilhões em 2016 para US\$ 6,3 bilhões em 2021 [5].

De acordo com um relatório recente da Novoenzymes [6], companhia com uma quota estimada em 48% do mercado global de enzimas, as indústrias de alimentos e de produtos domésticos estão entre as mais importantes em termos de uso de enzimas, seguido pela indústria de bioenergia, alimentação animal, farmacêutica e outros setores técnicos (Figura 1).

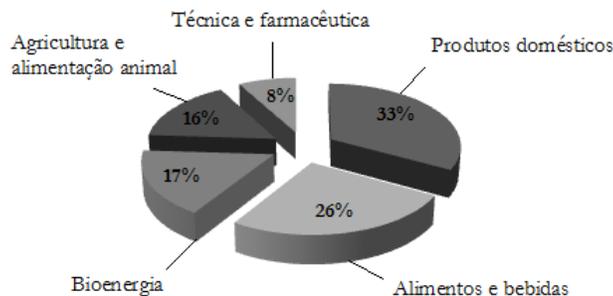


Figura 1. Distribuição do Mercado Global de enzimas industriais. Fonte: Novoenzymes [6]

Dentre as enzimas que participam do grande volume de vendas no mercado, as lipases (glicerol éster hidrolases E. C. 3.1.1.3) se classificam em terceiro lugar, ficando atrás apenas das proteases e das amilases [7]. Lipases podem ser utilizadas na indústria de alimentos

(aditivos para modificação de aromas), farmacêutica (medicamentos), química fina (síntese de ésteres), produção de detergentes (hidrólise de gorduras), tratamentos de águas residuais (decomposição de substâncias oleaginosas), produção de biodiesel, bem como em ensaios biomédicos [9, 10].

Nos últimos anos, visando minimizar a formação de produtos indesejáveis durante os processos reacionais e, em geral, atender aos conceitos da química verde, a utilização de lipases em processos industriais tem sido fortemente encorajada em substituição aos processos químicos convencionais [10, 11]. Entretanto, os altos custos envolvidos e as dificuldades operacionais para produção e utilização destas enzimas, frequentemente, limitam seu uso [12]. A fim de solucionar os problemas supracitados, e outros interesses, estudos envolvendo lipases vêm apresentando elevado crescimento. Este fato pode ser confirmado pelo número crescente de publicações apresentadas pela base de dados Web of Science utilizando como caractere de busca a palavra-chave “lipase” para o intervalo de anos de 2006 a 2016 (Figura 2).

Diante desta crescente investigação, o presente trabalho teve como objetivo revisar a literatura acerca da obtenção de lipases microbianas, ressaltando suas principais características, as técnicas de fermentação utilizadas durante a sua produção, os principais tipos de microorganismos e substratos empregados, bem como os métodos empregados para a purificação e imobilização.

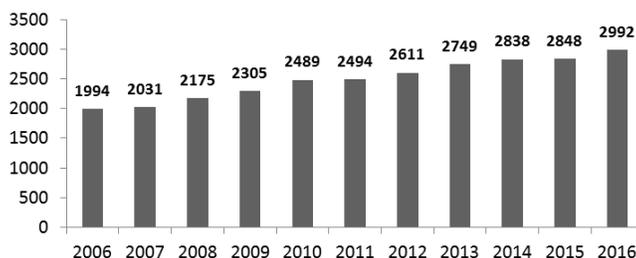


Figura 2. Número de publicações em jornais científicos durante o período de 2005 a 2014 utilizando a palavra-chave “lipase”. Fonte: Web of Science.

2 Propriedades e características das lipases

As lipases são relatadas como proteínas monoméricas amplamente distribuídas na natureza (podem ser de origem animal, vegetal e microbiana) que pertencem à classe das hidrolases e possuem como principal função biológica a capacidade de catalisar a hidrólise de ligações éster presentes em triacilgliceróis para formar ácidos graxos livres, diacilgliceróis, monoacilgliceróis e glicerol. Além de catalisarem naturalmente reações de hidrólise, são também capazes de catalisar reações de esterificação, transesterificação (acidólise e alcoólise), interesterificação e aminólise em ambientes não aquosos [13, 14].

A principal característica física das lipases é sua baixa solubilidade em água. A capacidade de catalisar a hidrólise de ésteres de ácidos graxos insolúveis em água, inclusive a

hidrólise de ésteres de cadeia longa, é o que as distingue das esterases. Além disso, as lipases atuam na interface óleo/água, já as esterases agem em ésteres solúveis em água [15].

A estrutura química e as propriedades cinéticas das lipases variam dependendo da fonte. Entretanto, a determinação das estruturas tridimensionais de muitas lipases por cristalografia de raios X tem revelado características comuns entre estas enzimas, que incluem: (a) possuem uma estrutura que é composta por um núcleo de fitas β , predominantemente paralelas, rodeadas por α -hélices; (b) sítio ativo formado por uma tríade catalítica constituída pelos aminoácidos serina, ácido aspártico (ou glutâmico) e histidina; (c) presença de uma superfície entrelaçada, denominada de tampa (ou borda), composta por uma sequência de peptídeos α -hélice anfífilos que cobrem o sítio ativo [16].

A atividade catalítica das lipases depende de diversos fatores que envolvem desde o substrato até as condições do meio de reação. Em relação ao substrato, a atividade lipolítica depende, principalmente, da posição do ácido graxo no esqueleto glicérol, do comprimento da cadeia do ácido graxo e de seu grau de insaturação. Dessa forma, as lipases apresentam especificidade, regiosseletividade, quimiosseletividade e enâncio-seletividade [17].

De acordo com Cortez et al [19], no que diz respeito a sua atuação sobre determinada região do *triacilglicérol*, as lipases podem ser classificadas em três grupos: (a) Lipases não específicas: não apresentam especificidade com relação à natureza do grupo acil ou à posição em que está esterificado. São enzimas que catalisam a hidrólise completa das moléculas de triacilglicérol, de forma aleatória, para formar glicérol e ácidos graxos livres (Figura 3a). Monoacilglicérols e diacilglicérols são formados como intermediários na mistura reacional; (b) Lipases 1,3 específicas: catalisam a liberação de ácidos graxos especificamente nas posições 1 e 3 dos triacilglicérols e formam produtos diferentes daqueles obtidos por lipases não regiosseletivas (Figura 3b) e (c) Lipases ácido graxo específicas: catalisam a hidrólise de ésteres cujos ácidos graxos são de cadeia longa insaturada, contendo dupla ligação *cis* no carbono 9 (Figura 3c). Este tipo de especificidade não é muito comum entre as lipases.

Geralmente, as lipases apresentam massa molecular variando entre 19 a 75 kDa, dependendo da fonte. Em relação ao meio de atuação, a atividade das lipases dependem fortemente do pH e da temperatura. Algumas dessas enzimas são estáveis em uma ampla variação de pH, normalmente, entre 4 e 9. A faixa ótima de temperatura em relação à atividade pode variar entre 30 e 40°C, no entanto, algumas lipases têm mostrado níveis de estabilidade moderado em temperaturas extremas, como, por exemplo, 5 e 70°C [20, 21]. As lipases normalmente não requerem cofatores, mas cátions divalentes, tal como o cálcio, tende a estimular sua atividade. Geralmente, são drasticamente inibidas pela presença de Co^{2+} , Ni^{2+} , Hg^{2+} e Sn^{2+} e levemente inibidas por Zn^{2+} , Mg^{2+} e EDTA (ácido etilenodiamino tetra-acético) [22].

3 Fonte de lipases microbianas

Enzimas lipolíticas são amplamente encontradas na natureza (animais, plantas e micro-organismos). No entanto, lipases obtidas a partir de fontes microbianas vêm recebendo maior atenção industrial por causa de suas interessantes características, tais como menor custo de produção, ação em condições brandas, estabilidade e alta especificidade ao substrato. Estas características têm levado a sua aplicação em vários processos catalíticos industrialmente importantes [23].

Muitos micro-organismos são conhecidos como potenciais produtores de lipases. Fazem parte desta categoria os fungos, leveduras e bactérias (Grã-positivas e Grã-negativas), sendo

meio de fermentação, além da expectativa crescente do seu emprego como biocatalizadores na forma de células integrais, o que simplifica e pode reduzir o custo dos processos reacionais nos quais são utilizados [26, 27]. Uma lista com os tipos mais comuns de micro-organismos produtores de lipases é apresentada na tabela 1.

Tabela 1. Alguns micro-organismos citados como fonte de lipase.

Fonte	Microrganismos
Fungos	<i>Penicillium citrinum</i> , <i>Penicillium restrictum</i> , <i>Penicillium simplicissimum</i> , <i>Penicillium verrucosum</i> , <i>Rhizopus arrhizus</i> , <i>Rhizopus chinensis</i> , <i>Rhizopus homothallicus</i> , <i>Rhizopus oryzae</i> , <i>Rhizopus</i> sp., <i>Aspergillus</i> sp., <i>Aspergillus carneus</i> , <i>Aspergillus niger</i> , <i>Geotrichum</i> sp., <i>Geotrichum candidum</i> , <i>Colletotrichum gloesporioides</i> .
Leveduras	<i>Rhodotorula mucilaginosa</i> , <i>Yarrowia lipolytica</i> , <i>Candida utilis</i> , <i>Candida rugosa</i> , <i>Candida artctica</i> , <i>Candida cylindracea</i> , <i>Candida</i> sp., <i>Trichosporon asahii</i> , <i>Aureobasidium pullulans</i> , <i>Saccharomyces cerevisiae</i> , <i>Williopsis californica</i> .
Bactérias	<i>Pseudomonas</i> sp., <i>Pseudomonas aeruginosa</i> , <i>Acinetobacter radioresistens</i> , <i>Bacillus stearothermophilus</i> , <i>Bacillus</i> sp., <i>Bacillus coagulans</i> , <i>Bacillus subtilis</i> , <i>Staphylococcus caseolyticus</i> , <i>Burkholderia cepacia</i> , <i>Burkholderia multivorans</i> , <i>Serratia rubidaea</i> .

Adaptado de: Treichel et al [27].

Em relação ao rendimento da produção enzimática, os fungos e leveduras são apontados como os preferenciais. Lipases fúngicas comercialmente importantes são, geralmente, obtidas de espécies dos gêneros *Rhizopus*, *Aspergillus*, *Penicillium*, *Geotrichum*, *Mucor* e *Rhizomucor*. Dentre estes, os gêneros *Aspergillus* e *Penicillium* têm sido indicados como potenciais em termos de rendimento de produção; espécies tais como *A. alliaceus*, *A. candidus*, *A. carneus*, *A. fischeri*, *A. niger*, *A. ochraceus*, *A. parasiticus*, *A. sundarbanii*, *A. terreus*, *A. versicolor*, *P. aurantiogriseum*, *P. brevicompactum*, *P. camemberti*, *P. chrysogenum* I, *P. corymbiferum* I, *P. crustosum*, *P. egyptiacum*, *P. expansum* e *P. spiculisporum* apresentaram altos níveis de produção de enzimas lipolíticas [28].

Dentre as leveduras, o gênero *Candida* tem sido bastante investigado. Lipases produzidas por *C. rugosa* e *C. antarctica* são amplamente utilizadas pela indústria devido a alta atividade em processos de hidrólise e síntese [29, 30, 31]. Outras leveduras que também têm sido consideradas importantes produtoras de lipases são: *Saccharomyces cerevisiae*, *Yarrowia lipolytica*, *Trichosporon asahii*, *Candida tropicalis*, *Candida curvata*, *Candida cylindraceae*, *Candida deformans*, *Candida parapsilosis*, *Candida utilis*, *Candida valida*, *Candida viswanathii*, *Galactomyces geotricum*, *Arxula adeninivorans*, *Trichosporan fermentans*, *Rhodotorula mucilaginosa*, *Aureobasidium pullulans*[32].

Os gêneros *Bacillus*, *Pseudomonas* e *Burkholderia* são apontados como importantes produtores de lipase dentre os gêneros bacterianos. *Bacillus subtilis*, *Bacillus pumilus*, *Bacillus licheniformis*, *Bacillus coagulans*, *Bacillus stearothermophilus*, *Bacillus alcalophilus*, *Pseudomonas* sp., *Pseudomonas aeruginosa*, *Burkholderia multivorans* e *Burkholderia cepacia* têm sido relatadas como potenciais fontes de lipase [33]. Dentre os micro-organismos em geral, as bactérias têm sido as mais investigadas para a produção de lipases adaptadas ao frio. *Bacillus sphaericus*, *Pseudomonas fragi*, *Pseudomonas fluorescens*, *Moraxella* sp., *Acinetobacter* sp., *Aeromonas hydrophila*, *Achromobacter lipolyticum*, *Psychrobacter okhotskensis*,

Photobacterium lipolyticum, *Staphylococcus epidermidis* e *Serratia marcescens* são exemplos de cepas investigadas para produção de lipase em temperaturas tão baixas quanto 5°C [28].

Embora seja conhecido um grande número de micro-organismos produtores de lipase, nem todos são adequados para produção em escala comercial. Características do micro-organismo, tais como alta produtividade, facilidade de manipulação e capacidade de produzir uma ampla variedade de enzimas extracelulares; bem como as características das enzimas produzidas, tais como tolerância a variações de temperatura e pH, tolerância a emulsificação, surfactantes, e capacidade de armazenamento, são algumas das considerações importantes na seleção de micro-organismos para a produção de lipases comerciais [34, 35]. Algumas lipases comerciais bem como as companhias fornecedoras são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2. Algumas lipases de origem microbiana disponíveis comercialmente.

Fonte	Nome comercial	Fornecedores
Bactérias		
<i>Pseudomonas cepacia</i>	Lipase SL	Amano
<i>Pseudomonas menodocina</i>	Lumafast	Genencor International
<i>Alcaligenes</i> sp.	Lipase PL	Meito Sangyo, Co.
<i>Chromobacterium viscosum</i>	Lipase CV	Genzyme
Fungos		
<i>Aspergillus niger</i>	Lipase DS Lipase	Amano Sigma
<i>Penicillium</i> sp.	LipomodTM 621P-L621	Biocatalysts
<i>Penicillium roqueforti</i>	LipomodTM 338P-L338P	
<i>Rhizopus oryzae</i>	Lipopan [®] F ^a LipomodTM 627PL627P LipomodTM 36P-L036P	Novozyme Biocatalysts
<i>Geotrichum candidum</i>	SP 524 Lipolase	Nova Nordisk
<i>Mucor javanicus</i>	Lipase M “Amano” 10	Amano
<i>Rhizomucor miehei</i>	Palatase ^{®a}	Novozyme
Leveduras		
<i>Candida cylindracea</i>	Lipase MY Resinase ^{®a}	Meito Sangyo, Co. Novozyme
<i>Candida rugosa</i>	Lipase AY “Amano” 30	Amano
<i>Candida antarctica</i>	Novozym [®] 435 ^a Noopazyme ^{®a}	Novozyme

Fonte: Salihu et al [29]; de Souza Vandenberghe et al [3].

4 Produção de lipases microbianas

As principais técnicas utilizadas para a produção de lipases microbianas são a fermentação submersa (FS) e a fermentação em estado sólido (FES). A FS consiste em um bioprocesso que ocorre na presença de excesso de água. Durante a FS os micro-organismos são suspensos em um meio líquido contendo nutrientes dissolvidos necessários para seu desenvolvimento e síntese de produtos de interesse [36]. Em contrapartida, a FES consiste

no cultivo de micro-organismos sobre suportes sólidos húmidos, inertes ou em substratos insolúveis que podem ser utilizados como fonte de nutrientes e energia. Neste caso, o bioprocesso é realizado na ausência ou quase ausência de água livre, simulando o ambiente natural que muitos micro-organismos estão adaptados [37].

Estima-se que aproximadamente 90% da produção de enzimas industriais seja realizada por FS [38], cujo processo apresenta notáveis vantagens em relação à instrumentação para produção em larga escala, controle das condições de cultivo (monitoramento de temperatura, pH, oxigênio dissolvido, concentração de soluto), separação da biomassa após o processo fermentativo, aeração e mistura [39]. Entretanto, apresenta uma maior probabilidade de contaminação do meio durante o processo devido a maior quantidade de água utilizada e, normalmente, necessita de uma etapa a mais de concentração para processos que envolvem a produção de enzimas extracelulares. Além disso, a produção de enzimas por FS, geralmente, envolve altos custos [40, 41].

A maioria das lipases produzidas por FS podem também ser produzidas por FES. A capacidade de fornecer uma alta produtividade enzimática, menor demanda por energia para esterilização, concentração mais elevada e estabilidade do produto final, menor geração de águas residuais e melhor utilização de resíduos agro-industriais como matéria prima de baixo custo, torna a FES uma técnica atrativa do ponto de vista econômico e ambiental [42, 39]. Por outro lado, a produção em larga escala de enzimas por esta técnica geralmente apresenta problemas que precisam ser superados, principalmente, às dificuldades encontradas no controle de alguns parâmetros que governam o processo de fermentação. Este fato pode ser observado pela limitada quantidade de trabalhos disponibilizados na literatura sobre designs de biorreatores para produção de enzimas por FES em maior escala [43, 44].

Estudos de produção de lipases por FS e FES têm focado principalmente na seleção de micro-organismos, controle das condições físico-químicas críticas (pH, temperatura, tempo de fermentação, difusão de oxigênio, entre outros), substratos, e suplementos que possam contribuir para alcançar rendimentos elevados de produção associado a custos reduzidos [45, 46].

Maia et al [47] utilizando um meio de cultura consistindo de 0,11% de $MgSO_4 \cdot 7H_2O$, 0,001% de $FeSO_4$, 0,015% de $ZnSO_4$, 0,015% de $NaCl$, 0,015% de KH_2PO_4 e 0,3% de $NaNO_3$, avaliou a influência de óleos vegetais (0,5%) e trioléina (0,5%) como fonte de carbono em um processo de FS. O agente fermentador avaliado foi o fungo *Fusarium Solani* e melhor atividade lipolítica foi obtida quando utilizado o óleo de gergelim (0,88 U/mL), sob as condições de 120 horas de fermentação a $28^\circ C$ e 120 rpm. Outras fontes de carbono como óleo de oliva, glicose e lactose, foram avaliadas por Freire et al [48] utilizando o fungo *Penicillium restrictum* em FS. Foi obtido um crescimento celular semelhante para o óleo de oliva e glicose, no entanto, empregando-se óleo de oliva foi obtida uma maior atividade lipolítica. Com a utilização de lactose não houve crescimento celular, sendo obtida baixa produção enzimática.

A utilização de óleos de oliva e girassol provenientes de frituras também tem sido avaliada por como substratos fonte de carbono para isolamento e produção de enzimas lipolíticas por FS. A utilização destes resíduos de forma eficiente já foi relatada para espécies dos gêneros *Pseudomonas*, *Bacillus*, *Candida*, *Rhodococcus* and *Staphylococcus*, sendo que *Pseudomonas sp.* apresentou melhores resultados, atividade de 2784 U/L [49]. Outros indutores tais como óleo de jojoba, óleo de milho e óleo de algodão; além de meios suplementares contendo co-produtos de cervejaria, extrato de malte e tween 80, têm sido frequentemente investigados [50, 51, 52, 53, 54]. Dentre as principais fontes orgânicas de nitrogênio investigadas na FS destacam-se extrato de levedura, peptonas, farelo de soja, uréia; e fontes inorgânicas como:

(NH₄)₂SO₄, NaNO₃.e NH₄Cl [55, 56, 57].

Um trabalho relevante voltado para a investigação da influencia da temperatura e pH sobre a produção de lipases por FS foi desenvolvido por Freire et al [?]. As temperaturas estudadas foram 25, 30 e 37°C, e a faixa de pH variou de 5,5 a 8. O micro-organismo utilizado foi *P. restrictum* e foi obtido uma maior produção enzimática (14 U/mL) em 80 horas de fermentação sob a temperatura de 30°C e pH inicial de 5,5, demonstrando que esses fatores podem exercer forte influencia na FS.

Amin et al [58] explorou a produção de lipases por *Aspergillus melleus* sob FES de diferentes resíduos agroindustriais: farelo de arroz, farelo de trigo, torta de óleo de semente de canola, casca de girassol e casca de amendoim. Dentre estes substratos, a torta de óleo de semente de canola foi considerada o melhor substrato para produção de lipases. Máxima atividade de lipase (684,02 U/g de substrato) foi obtida utilizando óleo de oliva 3% como indutor, tempo de 96 horas de fermentação, temperatura de 30°C e umidade de 60%.

Bhatti e Amin [59] relataram a produção de uma lipase alcalina por *Ganoderma lucidum* em FES utilizando torta de óleo de canola como substrato. A lipase purificada apresentou uma atividade de 33262 U/mg de proteínas e pH e temperatura ótimas de 8,5 e 35°C, respectivamente.

Damaso et al [60] também avaliaram a produção de lipase por FES utilizando dois resíduos agroindustriais, farelo de trigo e sabugo de milho, bem como diferentes indutores provenientes do processo de refinamento do óleo de milho ou oliva (borra, estearina e ácidos graxos). O micro-organismo utilizado foi o fungo *Aspergillus niger* mutante 11T53A14 e os melhores resultados foram alcançados utilizando farelo de trigo como substrato e borra e estearina como indutores (62,7 e 37,7 U/g de substrato, respectivamente). Fleuri et al [61] também avaliaram a utilização de farelo de trigo sob a influência de indutores. Bons resultados foram alcançados utilizando o fungo *Aspergillus sp.* e farelo de soja suplementado com bagaço de cana-de-açúcar após um período de 96 h de fermentação (cerca de 11 U/mL).

Diversos outros resíduos de origem agro-industrial também têm sido avaliados como substratos para produção de lipases por FES, podendo-se destacar palha de arroz, resíduos sólidos e líquidos do processamento do óleo de oliva, farelo de amêndoa, girassol, coco, soja e crambe, resíduo de babaçu, farelo de mamona, resíduos provenientes da extração do óleo de gergelim, amendoim, coco, semente de algodão, dentre outros (Tabela 3).

É difícil generalizar uma das técnicas, FS ou FES, como a mais apropriada para produção lipases. Além disso, torna-se difícil fazer uma comparação quantitativa uma vez que os métodos utilizados para determinação da atividade lipásica são diferentes [27]. Entretanto, é possível encontrar na literatura estudos que comparam a utilização destas técnicas sob condições específicas para produção de lipase por um mesmo micro-organismo. Oliveira et al. [69], por exemplo, avaliou a produção de lipase por *Fusarium* (complexo *Gibberella fujikuroi*) por FS e FES, sendo alcançando 3 U/mL e 5 U/g, respectivamente, de atividade lipásica. Melhor custo/atividade enzimática foi alcançado quando utilizado a FES, apresentando um custo 87,27% menor quando utilizado a FS. Sarkar e Laha [70] avaliaram a produção de lipase extracelular por *Aspergillus niger* em FS e FES utilizando meio de cultura mineral e farelo de trigo, respectivamente. Foi alcançado 4,8 U/mL de atividade lipásica quando utilizado a FES e 1,46 U/mL quando utilizado a FS. Rajan e Nair [71] realizaram um estudo comparativo para a produção de lipase alcalina por *Aspergillus fumigatus* MTCC 9657 utilizando farelo de arroz desengordurado durante a FES e meio mineral durante a FS. Máxima produção de lipase (8,13 U/mL) foi obtido em um período de cultivo de 7 dias para a FES comparado com 4 dias para a FS. A lipase produzida por FES permaneceu estável por um período de 15, enquanto a lipase produzida por FS permaneceu por 5 dias.

Nos últimos anos, com os avanços na área de engenharia genética, crescente interesse tem surgido na utilização de tecnologias de DNA recombinante para a produção de novas variantes de lipase que podem apresentar propriedades catalíticas e de estabilidade que melhor se adaptam às necessidades dos processos industriais. Outra característica atrativa é a possibilidade de aumento da reprodutibilidade e os rendimentos de produção enzimática [3, 17].

Robert et al. [72] avaliaram a produção recombinante de lipase B de *Candida antarctica* (rLipB) em *Pichia pastoris*, utilizando glicerina bruta proveniente da produção de biodiesel como fonte de carbono. A lipase produzida foi caracterizada e comparada com a lipase comercialmente disponível de *Aspergillus niger*, vendida pela Novozymes. rLip B mostrou-se estável em pHs básicos e temperaturas inferiores a 55°C, sendo as condições ótimas de pH 7,0 e 30°C. Os resultados indicaram a abordagem utilizada como uma alternativa viável para produzir rLipB utilizando glicerol bruto.

Jallouli et al. [73] avaliara, a produção recombinante de lipase *Fusarium solani* (FSL2) em *Pichia pastoris* para alcançar um alto rendimento de produção de lipase extracelular. A actividade máxima de lipase foi observada após 48 h de cultivo em meio de extrato de levedura-peptona-dextrose. Máxima atividade da lipase recombinante purificada foi alcançada na faixa de pH 8-9 a 37°C. A FSL2 apresentou notável estabilidade em pH até 12 e em temperaturas inferiores a 40°C, sendo observado alta eficiência catalítica para triglicérides de cadeia média e longa.

5 Purificação

Após a fermentação, a enzima de interesse encontra-se misturada no meio com uma série de outros compostos que não são de interesse. A fim de separar o produto de interesse da mistura são empregados processos de purificação enzimática, cuja etapa constitui uma importante parte do processo biotecnológico para a produção de lipases com alta eficiência [74].

O principal interesse na purificação de lipases está associado à obtenção da enzima pura, para melhor estudo de suas características estruturais e bioquímicas, e a obtenção da enzima com maior atividade específica para aplicação em processos biotecnológicos [75]. Atualmente, as indústrias têm buscado estratégias de purificação que sejam mais baratas, rápidas, que apresentem alto rendimento e que sejam passíveis de operações em larga escala [76].

Diferentes estratégias podem ser utilizadas para recuperação e purificação de lipases, podendo envolver diferentes técnicas como: filtração, precipitação, separação por membranas, sistema aquoso bifásico, sistema micelar reverso, imunopurificação, além de métodos cromatográficos, como, por exemplo, cromatografia por afinidade, cromatografia de troca iônica e cromatografia de interações hidrofóbicas (tabela 4) [77]. Para a escolha dos métodos de purificação a serem utilizados deve ser levado em consideração o grau de pureza da enzima que se deseja alcançar, o tipo de aplicação e o custo total do processo.

Dentre as técnicas de separação a precipitação é uma das mais práticas. Cerca de 80% dos esquemas utilizados para purificação de lipases utilizam um passo de precipitação. Na precipitação ocorre a formação de agregados proteicos através da modificação do pH, força iônica e temperatura do meio que podem ser alcançados pela adição de solventes orgânicos miscíveis, sais ou outros solutos. Após a formação dos agregados proteicos, os mesmos podem ser separados por filtração ou centrifugação. Dentre os agentes precipitantes, cerca de 60% dos processos empregam sulfato de amônio, 35% utilizam etanol, acetona ou ácido

Tabela 3. Alguns estudos envolvendo a utilização de resíduos agro-industriais para produção de lipase microbiana por FES.

Micro-organismo	Substratos investigados/suplementos	Condições de máxima produção	Atividade lipásica máxima	Ref.
<i>Rizhopus oryzae</i>	Palha de arroz/ óleo de oliva (1,38%); farelo de soja (1,27%)	Umidade 60%; 10 ⁶ esporos/g; 30°C	57,76 U/g	[62]
<i>Yarrowia lipolytica</i>	Resíduo de azeite após pré-tratamento alcalino/ extrato de levedura (3%)	Umidade 55%; 5 × 10 ⁶ esporos/g; 30°C; 4 dias	40 U/g	[63]
<i>Penicillium</i> sp.	Farelo de soja/ uréia (3%); óleo de soja (1%)	Umidade 55%; 108 esporos/g; 27°C; 120 h; pH 7	203,72 U/g	[9]
<i>Trichophyton</i> sp.	farelo de amêndoa, girassol, brassica, coco/ óleo de amêndoa (1%), glicose (1%), peptona (1%)	0,47 mL de tampão fosfato/g de substrato; 1 mL de solução de esporos; 26°C; 48h; pH 7	76,42 U/mL (amêndoa + girassol + brassica)	[64]
<i>Fusarium</i> sp.	Farelo de crambe/ óleo de oliva (1%)	Umidade 60%; 10 ⁷ esporos/g; 28°C; 120h; pH7	5 U/g	[65]
<i>Candida rugosa</i>	Resíduo de gergelim; resíduo de coco; resíduo de amendoim/ meio mineral	Umidade 1:3,23 (g/mL); 5% de inóculo após 24 de cultivado; 32,3 °C; 60 h	22,40 U/g (Resíduo de gergelim)	[66]
<i>Penicillium brevicompactum</i>	Resíduo de babassu; farelo de mamona/ óleo de soja (2%)	Umidade 70%; 10 ⁷ esporos/g; 30°C; 96 h	87,6 U/g (farelo de mamona)	[67]
<i>Lasiodiplodia theobromae</i>	Resíduos das sementes de: coco, mamona, algodão, mahua, nim, amendoim, pongamia, gergelim/ óleo de coco (0,98%); Triton X-100 (1,5%)	Umidade 66,4%; 10 ⁷ esporos/g; 30°C; 10 dias; pH 6,5	698,1 U/g(resíduo de coco)	[68]

Tabela 4. Estudos envolvendo técnicas de purificação de lipases microbianas.

Fonte	Técnicas de purificação	Fator de purificação/rendimento	Caraterísticas da lipase	Ref.
<i>Bacillus pumilus</i> RK31	Precipitação (sulfato de amônio), cromatografia de gel filtração (Sephadex G200) e troca iônica (DEAE-cellulose)	186/18,76%	3525,6 U/mg; 65,2 kDa	[78]
<i>Penicillium expansum</i> PED-03	Cromatografia de troca iônica (DEAE-Sepharose) e gel filtração (Sephacryl S-200)	81,8/19,8%	85,9 U/mg; 28 kDa	[79]
<i>Pseudomonas stutzeri</i> LC2-8	Precipiação (acetona) e cromatografia de troca iônica (DEAE-Sepharose FF)	21,2/32,8%	4760 U/mg; 32 kDa	[80]
<i>Penicillium camembertii</i> Thom PG-3	Precipitação (pH; etanol; sulfato de amônio) e cromatografia de troca iônica (DEAE-cellulose)	19,8/8,7%	886 U/mg; 28,18 kDa	[50]
<i>Pseudomonas</i> sp. CSD3	Sistema micelar reverso (AOT/iso-octano) extraído com solução de NaCl e isopropanol	15/80%	23 U/mg; 18 kDa	[81]
<i>Rhizopus oryzae</i>	Precipitação (sulfato de amônio); cromatografia de troca iônica (SP Sepharose) e gel filtração (Sephadex G75)	1200/22%	8800 U/mg; 32 kDa	[82]
<i>Bacillus</i> sp. ITP-001	Sistema aquoso bifásico com base em sais de colina (cloreto de colina, bitartarato de colina e dihidroge-nocitrato de colina) e tetraidrofurano	130,1/90%	726548 U/mg; 54 kDa	[83]

[84, 85].

Normalmente, as técnicas de precipitação são empregadas como uma primeira etapa de pré-purificação, devido ao fato de que apenas o emprego desta estratégia não garante alta pureza da enzima de interesse, sendo necessária a realização de etapas complementares utilizando métodos com maior capacidade de resolução. Contudo, há casos em que apenas a etapa de precipitação oferece um grau de pureza satisfatório, como na purificação de lipases de *Cunninghamella verticillata*, onde a utilização de acetona como agente precipitante forneceu um resultado melhor do que a separação por cromatografia [86, 87].

No trabalho de Borkar et al [88], foi necessário realizar a precipitação do extrato enzimático bruto de lipase de *Pseudomonas aeruginosa* 20 vezes com sulfato de amônio (30% p/v), seguida da realização de duas etapas cromatográficas para obtenção de uma solução 98 vezes mais pura do que o extrato enzimático bruto. Esta situação indica que, normalmente, há a necessidade de mais etapas de purificação além da precipitação, sendo na maioria das vezes empregado métodos cromatográficos após esta etapa.

Dentre os métodos cromatográficos, a cromatografia de troca iônica tem sido a mais empregada, sendo utilizada em cerca de 67% dos esquemas de purificação analisados. O segundo método mais utilizado é a cromatografia de gel filtração seguido pela cromatografia de afinidade e cromatografia de interações hidrofóbicas [84].

Koblitz e Pastore [89] avaliando a utilização de cromatografia de troca iônica e de interação hidrofóbica para purificação de lipase de *Rhizopus* sp. observaram um fator de purificação de 3,9 e 6,8, respectivamente. Shaoxin e colaboradores [95] avaliou a purificação de lipase produzida por *Bacillus cereus* C71 utilizando a técnica de precipitação com sulfato de amônio até concentração de 60%, seguido de cromatografia de interação hidrofóbica, além de cromatografia de troca iônica e aplicação em coluna de material monolítico polimérico. A lipase produzida teve um grau de purificação de 1902 vezes, com 18% de rendimento.

Altos valores de fator de purificação podem ser alcançados empregando-se técnicas sequenciais de precipitação e cromatografia. Normalmente, mais de três etapas de purificação são necessárias para obtenção de enzimas com alto grau de pureza [86].

Devido a natureza hidrofóbica das lipases, fenômenos de ativação interfacial e atividade em sistemas não-aquosos, algumas novas tecnologias têm sido propostas para a purificação destas enzimas. Dentre estas tecnologias podem-se destacar: sistemas bifásicos, sistema micelar reverso, separação utilizando membranas e imunopurificação [90, 91].

A formação de um sistema aquoso bifásico ocorre quando dois polímeros quimicamente diferentes e hidrossolúveis (por exemplo: polímero de polietileno glicol e dextrano), ou um polímero e um sal orgânico (por exemplo: fosfato) são misturados em água sob condições críticas de pressão, temperatura e composição dos constituintes. A partição de proteínas em sistemas bifásicos depende das propriedades físico-químicas da proteína como, por exemplo, a hidrofobicidade e a carga e o tamanho da mesma; além das propriedades do sistema bifásico, como pH e o tipo e a massa molecular do polímero. As principais vantagens da separação por sistemas bifásicos são a redução de volume necessário e a alta e rápida capacidade de separação [90].

A recuperação de enzimas pelo sistema micelar reverso é realizada por meio da utilização de tensoativos para formação de micelas em solventes apolares. Esta técnica baseia-se na propriedade que certos tensoativos têm de se auto-organizar formando agregados com um núcleo aquoso em seu interior, quando em meio orgânico, que possibilita a dissolução de enzimas. O processo de recuperação geral consiste em dois passos básicos: extração direta que envolve a absorção de proteínas de um solvente aquoso para o núcleo das micelas reversas em um solvente apolar; e um processo de extração das enzimas do núcleo das micelas reversas para outro solvente aquoso a ser recuperado. Apesar da possibilidade de recuperação de lipases por esta técnica, tem sido observadas limitações. Por exemplo, quanto maior a concentração de surfactante, maior a dificuldade de recuperação, além disso, a quantidade de solventes orgânicos que não provocam a desnaturação de enzimas são bastante limitados [91, 92].

A imunopurificação é uma das técnicas de purificação de proteínas mais eficientes e seletivas, consistindo de um sistema onde ocorrem ligações da proteína (enzima) a uma matriz ligante (anticorpo), promovendo assim a separação da enzima do meio. A principal

desvantagem desta técnica é o alto custo. Porém, possui como vantagens um processo seguro, rápido e reprodutível [84]. No caso da técnica de separação por membranas, a mesma constitui-se atualmente como uma etapa no processo de purificação de enzimas, devido aos baixos fatores de purificação e rendimentos obtidos, além do alto custo e dificuldades operacionais envolvidas no processo.

6 Imobilização

A imobilização de enzimas tem sido considerada uma técnica bastante atrativa para a aplicação comercial de todos os tipos de enzimas. O principal interesse na utilização de enzimas imobilizadas está associado às vantagens oferecidas por esta técnica em comparação com a utilização de enzimas livres [93].

Dentre as vantagens apresentadas pela técnica de imobilização enzimática pode-se destacar a facilidade de separação das enzimas do meio reacional, o que possibilita a sua reutilização e diminui a possibilidade de contaminação por proteínas do produto final. Além disso, a imobilização fornece a possibilidade de aumento de atividade catalítica, estabilidade térmica, estabilidade a variações de pH e possibilidade de modulação da seletividade e especificidade enzimática, bem como a redução de problemas de inibição [94].

As lipases podem ser imobilizadas empregando-se a maioria dos métodos utilizados para imobilização de enzimas em geral [93]. Esses métodos estão divididos em: adsorção física a um suporte, ligação covalente a um suporte, confinamento e ligação cruzada [95]. Um esquema representativo destes métodos de imobilização é apresentado na Figura 4.

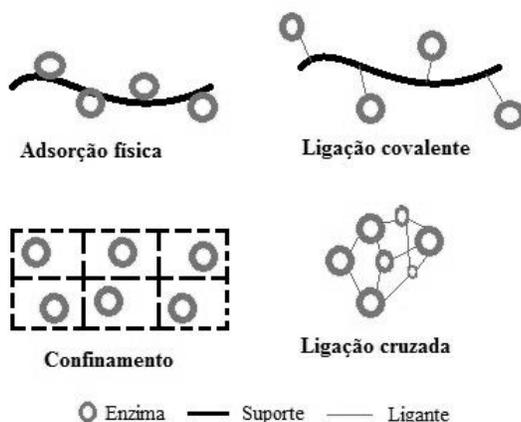


Figura 4. Representação esquemática dos métodos de imobilização de enzimas.

De acordo com Hartmann e Kostrov [96], cada método de imobilização possui suas vantagens e desvantagens. A adsorção física pode ser considerada um procedimento barato, simples e bastante atrativo por não promover mudança conformacional da enzima, por outro lado, é susceptível a lixiviação das enzimas adsorvidas ao suporte. Já a imobilização por ligação covalente permite uma maior fixação da enzima ao suporte, evitando problemas como lixiviação. No entanto, este tipo de imobilização pode resultar em diminuição ou perda de atividade catalítica, devido à mudança conformacional da enzima. O método

de ligação cruzada e/ou confinamento apresentam como principais vantagens a estabilização em relação a condições severas de reação (por exemplo: pH extremo), não necessidade de elevada pureza enzimática e nenhuma ou mínima mudança conformacional da enzima. No entanto, é considerado um processo complicado que normalmente requer mais de um passo experimental, necessita de compostos químicos tóxicos (por exemplo: glutaraldeído) e provoca a diminuição da taxa de difusão dos substratos/produtos devido ao reduzido tamanho do poro.

De acordo com Malcata et al [97], diferentes fatores devem ser levados em consideração no momento da escolha de um método de imobilização. Dentre estes fatores pode-se destacar: o custo do processo, a toxicidade dos reagentes utilizados, as características de regeneração e inativação do produto e as propriedades finais desejadas para a enzima imobilizada.

Além da enzima, o suporte para a imobilização enzimática exerce uma grande contribuição para o desempenho do biocatalisador. Na literatura podem ser encontrados diferentes tipos de suportes empregados para imobilização de enzimas [95, 98]. A tabela 5 apresenta a classificação dos principais tipos de suportes, de acordo a sua composição, utilizados para imobilização de enzimas. A escolha e aplicação de um determinado suporte devem ser

Tabela 5. Classificação quanto à composição dos principais tipos de suportes empregados para imobilização enzimática.

Suporte Inorgânico	Minerais Areia, pedra-pomes, bentonita, nanofibra, Argila	Fabricados Sílica, vidros, cerâmicas, óxidos metálicos, aluminossilicatos, nanopartículas de Fe ₃ O ₄
Suporte Orgânico	Naturais Amido, celulose, quitina, albumina, colágeno, gelatina, seda, bagaço de cana-de-açúcar, fibra de coco	Sintéticos Nylon, poliestireno, polivinilos, poliacrilatos

Adaptado de: Carvalho et al [95].

precedidas pela avaliação minuciosa das principais características de um suporte, que são: área superficial, insolubilidade, permeabilidade, capacidade de regeneração, composição e morfologia, resistência mecânica, resistência a ataque microbiano e, principalmente, o custo [99].

A busca por novos suportes materiais que apresentem melhores características para imobilização de enzimas tem levado ao desenvolvimento de materiais híbridos. Os suportes híbridos são materiais constituídos pela combinação de componentes orgânicos e inorgânicos, que apresentam propriedades diferentes daqueles materiais que lhe deram origem. Os materiais híbridos orgânico-inorgânicos têm sido apontados como fornecedores de novas características que melhoram as propriedades do material, tendendo a apresentar tanto as vantagens dos materiais orgânicos (leveza, flexibilidade e boa moldabilidade) como as vanta-

gens dos materiais inorgânicos (alta resistência mecânica, estabilidade ao calor e resistência química) [100]

7 Considerações finais

Os resultados discutidos nesta revisão demonstram claramente a ampla utilidade das lipases bem como os esforços realizados para promover o desenvolvimento dos processos de produção, purificação e imobilização destas enzimas, a fim de superar os altos custos envolvidos nestas etapas e as dificuldades operacionais para produção em larga escala.

Dentre os principais esforços para a superação das limitações dos processos atuais de produção e utilização de lipase, destaca-se a procura por potenciais organismos produtores, matéria prima de baixo custo, técnicas alternativas de purificação, técnicas e materiais alternativos para imobilização.

Dentre os organismos produtores, os microrganismos têm sido apontados como potenciais fontes de lipases. Em relação às técnicas de produção, a fermentação em estado sólido tem mostrado ser uma alternativa bastante eficiente, principalmente devido à possibilidade de utilização de resíduos agroindustriais como matéria prima barata. No entanto, estudos mais detalhados sobre a sua aplicação em larga escala devem ser realizados.

No âmbito das técnicas de purificação de lipases, intensa investigação tem sido guiada para o desenvolvimento e emprego de alternativas que apresentem baixo custo, alto rendimento e maior pureza. Para a facilidade de reaproveitamento e na tentativa de manter as características catalíticas das lipases, novas técnicas e materiais para imobilização vem sendo desenvolvidos e avaliados.

Processos catalíticos baseados em lipases tem um futuro promissor com base nos benefícios econômicos e ambientais que a utilização destas enzimas pode fornecer. No entanto, a taxa de progresso é lenta, uma vez que existe muita complexidade na utilização destes catalisadores.

Referências

- [1] PATEL, A. K.; SINGHANIA, R. R.; PANDEY, A. Novel enzymatic processes applied to the food industry. *Curr Opin in Food Sci*, vol. 7, p. 64-72, 2016.
- [2] ZAHA, A.; FERREIRA, H. B.; PASSAGLIA, L. M. *Biologia Molecular Básica*. 5ª Ed. Porto Alegre. Artmed Editora, 2014.
- [3] DE SOUZA VANDENBERGHE, L. P.; DE CARVALHO, J. C.; LIBARDI, N.; RODRIGUES, C., SOCCOL, C. R. *Microbial Enzyme Factories: Current Trends in Production Processes and Commercial Aspects. Agro-Industrial Wastes as Feedstock for Enzyme Production: Apply and Exploit the Emerging and Valuable Use Options of Waste Biomass*, p. 1, 2016.
- [4] MONDAL, S.; BAKSI, S.; KORIS, A.; VATAI, G. Journey of enzymes in entomopathogenic fungi. *Pacific Sci Rev A: Nat Sci Eng*, vol. 18, n. 2, p. 85-99, 2016.
- [5] BCC RESEARCH. 2017. *Global Markets for Enzymes in Industrial Applications*. Disponível em: <http://www.bccresearch.com/report/BIO030j.html>. Acesso em 02/05/20157.

- [6] THE NOVOZYMES REPORT. 2016. Disponível em: <https://report2016.novozymes.com/-/media/Account-PDF/PDF-section/NovozymesReport2016.ashx>. Acesso em 10/05/2017.
- [7] CARVALHO, T.; FINOTELLI, P. V.; BONOMO, R. C.; FRANCO, M.; AMARAL, P. F. Evaluating aqueous two-phase systems for *Yarrowia lipolytica* extracellular lipase purification. *Process Biochem*, vol. 53, p. 259-266, 2017.
- [8] RIGO, E.; NINOW, J. L.; DI LUCCIO, M.; OLIVEIRA, J. V.; POLLONI, A. E.; REMONATTO, D.; ARBTER, F.; VARDANEGA, R.; OLIVEIRA, D.; TREICHEL, H. Lipase production by solid fermentation of soybean meal with different supplements. *LWT Food Sci Technol*, vol. 43, p. 1132-1137, 2010.
- [9] RAMNATH, L.; SITHOLE, B.; GOVINDEN, R. Classification of lipolytic enzymes and their biotechnological applications in the pulping industry. *Can J Microbiol*, n. ja, 2016.
- [10] BANSODE, S. R.; RATHOD, V. K. An Investigation of lipase catalysed sonochemical synthesis: A review. *Ultrason Sonochem*, vol. 38, p. 503-529, 2017.
- [11] LERIN, L. A., LOSS, R. A., REMONATTO, D., ZENEVICZ, M. C., BALEN, M., NETTO, V. O., NINOW, J. L.; TRENTIN, C. M.; OLIVEIRA, J. V.; DE OLIVEIRA, D. A review on lipase-catalyzed reactions in ultrasound-assisted systems. *Bioprocess Biosyst Eng*, vol. 37, n. 12, p. 2381-2394, 2014.
- [12] VETEIKYT, A.; ŠIEKŠTEL, R.; TVASKA, B.; MATIJOŠYT, I. Sequential application of waste whey as a medium component for *Kluyveromyces lactis* cultivation and a co-feeder for lipase immobilization by CLEA method. *Appl Microbiol Biotechnol*, vol. 101, n. 9, p. 3617-3626, 2017.
- [13] GOPINATH, S. C.; ANBU, P.; LAKSHMIPRIYA, T.; HILDA, A. Strategies to characterize fungal lipases for applications in medicine and dairy industry. *BioMed Res Int*, vol. 2013, 2013.
- [14] GODOY, M. G.; GUTARRA, M. L. E.; CASTRO, A. M.; MACHADO, O. L. T.; FREIRE, D. M. G. Adding value to a toxic residue from the biodiesel industry: production of two distinct pool of lipases from *Penicillium simplicissimum* in castor bean waste. *J Ind Microbiol Biotechnol*, vol. 38, p. 945-953, 2011.
- [15] GUNCHEVA, M.; TASHEV, E.; ZHIRYAKOVA, D.; TOSHEVA, T.; TZOKOVA, N. Immobilization of lipase from *Candida rugosa* on novel phosphorous-containing polyurethanes: Application in wax ester synthesis. *Process Biochem*, vol. 46, p. 923-930, 2011.
- [16] KAPOOR, M.; GUPTA, M. N. Lipase promiscuity and its biochemical applications. *Process Biochem*, vol. 47, n. 4, p. 555-569, 2012.
- [17] BORRELLI, G. M.; TRONO, D. Recombinant lipases and phospholipases and their use as biocatalysts for industrial applications. *Int J Mol Sci*, vol. 16, n. 9, p. 20774-20840, 2015.
- [18] JENSEN, R. G. Characteristics of the lipase from the mold, *Geotrichum candidum*: A review. *Lipids*, vol. 9, n. 3, p. 149-157, 1974.

- [19] CORTEZ, D. V.; CASTRO, H. F.; ANDRADE, G. S. Potential catalytic of mycelium-bound lipase of filamentous fungi in biotransformation processes. *Quím Nova*, vol. 40, n. 1, p. 85-96, 2017.
- [20] CHAUHAN, M.; YENNAMALLI, R. M.; GARLAPATI, V. K. Biochemical characterization and molecular modeling of a unique lipase from *Staphylococcus arlettae* JPBW1. *Eng Life Sci*, vol. 16, n. 8, p. 762-768, 2016.
- [21] RAMOS, L. P.; DA SILVA, F. R.; MANGRICH, A. S.; CORDEIRO, C. S. Tecnologias de produção de biodiesel. *Rev Virtual Quím*, vol. 3, n. 5, p. 385-405, 2011.
- [22] GHOSH, P. K.; SAXENA, R. K.; GUPTA, R.; YADAV, R. P.; DAVIDSON, W. S. Microbial lipases: production and applications. *Sci prog*, vol. 79, p. 119-157, 1996.
- [23] SHARMA, S.; KANWAR, S. S. Organic solvent tolerant lipases and applications. *Sci World J*, vol. 2014, 2014.
- [24] MAHALE, P. K.; DESAI, S. V.; HOMBALIMATH, V. S.; ACHAPPA, S. Isolation, screening and characterization of lipase producing strain from oil contaminated soil of Hubballi, Karnataka. *Int J Basic and Appl Biol*, vol. 2, n. 4, p. 198-201, 2015.
- [25] ANDUALEMA, B.; GESSESSE, A. Microbial lipases and their industrial applications: review. *Biotechnology*, vol. 11, n. 3, p. 100-118, 2012.
- [26] RODRIGUES, C.; CASSINI, S. T.; ANTUNES, P. W.; KELLER, R. P.; GONÇALVES, R. F. Isolamento e seleção de fungos produtores de lipases com base na atividade lipásica e no potencial hidrolítico sobre óleo comestível de soja e espuma de caixa de gordura. *Eng sanit ambient*, vol. 21, n. 3, p. 507-518, 2016.
- [27] TREICHEL, H.; OLIVEIRA, D.; MAZUTTI, M. A.; DI LUCCIO, M.; OLIVEIRA, J. V. A review on microbial lipase production. *Food Bioprocess Tech*, vol. 3, p. 182-196, 2010.
- [28] SALIHU, A.; ALAM, M. Z.; ABDULKARIM, M. I.; SALLEH, H. M. Lipase production: an insight in the utilization of renewable agricultural residues. *Resour Conser Recy*, vol. 58, p. 36-44, 2012.
- [29] KUO, T. C.; SHAW, J. F.; LEE, G. C. Conversion of crude *Jatropha curcas* seed oil into biodiesel using liquid recombinant *Candida rugosa* lipase isozymes. *Bioresour technol*, vol. 192, p. 54-59, 2015.
- [30] NORAINI, M. Y.; ONG, H. C.; BADRUL, M. J.; CHONG, W. T. A review on potential enzymatic reaction for biofuel production from algae. *Renew Sust Energ Rev*, vol. 39, p. 24-34, 2014.
- [31] BUSSAMARA, R.; FUENTEFRIA, A. M.; OLIVEIRA, E. S.; BROETTO, L.; SIMCIKOVA, M.; VALENTE, P.; SCHRANK, A.; VAINSTEIN, M. H. Isolation of a lipasesecreting yeast for enzyme production in a pilot-plant scale batch fermentation. *Bioresour Technol*, vol. 101, p. 268-275, 2010.
- [32] GUPTA, R.; KUMARI, A.; SYAL, P.; SINGH, Y. Molecular and functional diversity of yeast and fungal lipases: their role in biotechnology and cellular physiology. *Prog lipid res*, vol. 57, p. 40-54, 2015.

- [33] BORA, L.; GOHAIN, D.; DAS. Recent advances in production and biotechnological applications of thermostable and alkaline bacterial lipases. *J Chem Technol Biotechnol*, vol. 88, n. 11, p. 1959-1970, 2013.
- [34] RAMNATH, L.; SITHOLE, B.; GOVINDEN, R. Classification of lipolytic enzymes and their biotechnological applications in the pulping industry. *Can J Microbiol*, n. ja, 2016.
- [35] CIAFARDINI, G.; ZULLO, B. A.; IRIDE, A. Lipase production by yeasts from extra virgin olive oil. *Food Microbiol*, vol. 23, p. 60–67, 2006.
- [36] FARINAS, C. S. Developments in solid-state fermentation for the production of biomass degrading enzymes for the bioenergy sector. *Renew Sust Energ Rev*, vol. 52, p. 179-188, 2015.
- [37] SINGHANIA, R. R.; PATEL, A. K.; THOMAS, L.; PANDEY, A. Solid State Fermentation. *Industrial Biotechnology: Products and Processes*, p. 187-204, 2016.
- [38] CONTESINI, F. J.; CALZADO, F.; MADEIRA, J. V.; RUBIO, M. V.; ZUBIETA, M. P.; DE MELO, R. R. Biotechnological and industrial application. Reference series in phytochemistry: Fungal metabolites, p. 1-28, 2016.
- [39] SOCCOL, C. R.; DA COSTA, E. S. F.; LETTI, L. A. J.; KARP, S. G.; WOICIECHOWSKI, A. L.; DE SOUZA VANDENBERGHE, L. P. Recent developments and innovations in solid state fermentation. *Biotechnology Research and Innovation*, 2017.
- [40] MESSIAS, J. M.; COSTA, B. Z.; LIMA, V. M. G.; GIESE, E. C.; DEKKER, R. F. H.; BARBOSA, A. M. Lipases microbianas: produção propriedades e aplicações biotecnológicas. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas*, vol. 32, n. 2, p. 213-234, 2011.
- [41] SINGHANIA, R. R.; PATEL, A. K.; SOCCOL, C. R.; PANDEY, A. Recent advances in solid-state fermentation. *Biochem Eng J*, vol. 44, p. 13–18, 2009.
- [42] KIRAN, E. U.; TRZCINSKI, A. P.; NG, W. J.; LIU, Y. Enzyme Production from Food Wastes Using a Biorefinery Concept. *Waste Biomass Valorization*, vol. 5, p. 903-917, 2014.
- [43] COUTO, S. R.; SANROMAN, M. A. Application of solid-state fermentation to food industry- A review. *J Food Eng*, vol. 76, p. 291-302, 2006.
- [44] WANG, D.; XU, Y.; SHAN, T. Effects of oils and oil-related substrates on the synthetic activity of membrane-bound lipase from *Rhizopus chinensis* and optimization of the lipase fermentation media. *Biochem Eng J*, vol. 41, p. 30-37, 2008.
- [45] DE MORAIS, W. G.; KAMIMURA, E. S.; RIBEIRO, E. J.; PESSELA, B. C.; CARDOSO, V. L.; DE RESENDE, M. M. Optimization of the production and characterization of lipase from *Candida rugosa* and *Geotrichum candidum* in soybean molasses by submerged fermentation. *Protein Expr Purif*, vol. 123, p. 26-34, 2016.
- [46] THOMAS, L.; LARROCHE, C.; PANDEY, A. Current developments in solid-state fermentation. *Biochem Eng J*, vol. 81, p. 146-161, 2013.

- [47] MAIA, M. M. D.; HEASLEY, A.; MORAIS, M. M. C.; MELO, E. H. M.; MORAIS JR., M. A.; LEDINGHAM, W. M.; FILHO, J. L. L. Effect of culture conditions on lipase production by *Fusarium solani* in batch fermentation. *Bioresour Technol*, vol. 76, p. 23-27, 2001.
- [48] FREIRE, D. M. G.; GOMES, P. M.; BOM, E. P. S.; SANT'ANNA, G. L. JR. Lipase production by a new promising strain *Penicillium restrictum*. *Rev Microbiol*, vol. 28, p. 6-12, 1997.
- [49] HABA, E.; BRESCO, O.; FERRER, C.; MARQUES, A.; BUSQUETS, M.; MANRESA, A. Isolation of lipase-screening bacteria by deploying used frying oil as selective substrate. *Enzyme microb technol*, vol. 26, p. 40-44, 2000.
- [50] TAN, T.; ZHANG, M. X.; ZHANG, J. Optimization of culture conditions and properties of lipase from *Penicillium camembertii* Thom PG-3. *Process Biochem*, vol. 39, p. 1495-1502, 2004.
- [51] BANCERZ, R.; GINALSKA, G.; FIEDUREK, J.; GROMADA, A. A novel thermostable lipase from Basidiomycete *Bjerkandera adusta* R59: Characterization and esterification studies. *J Ind Microbiol Biot*, vol. 34, p. 553-560, 2005.
- [52] MAKHSUMKHANOV, A. A.; YAKUBOV, I. T.; DAVRANOV, K. Conditions for cultivation of the fungus *Penicillium melinii* UZLM-4 and its biosynthesis of lipases. *Appl Biochem Microbiol*, vol. 39, n. 1, p. 40-43, 2003.
- [53] TOMMASO, G.; DE MORAES, B. S.; MACEDO, G.; SILVA, G. S.; KAMIMURA, E. S. Production of lipase from *Candida rugosa* using cheese whey through experimental design and surface response methodology. *Food Bioprocess Technol*, vol. 4, p. 1473-1481, 2011.
- [54] MALISZEWSKA, I.; MASTALERZ, P. Production and some properties of lipase from *Penicillium citrinum*. *Enzyme Microb Technol*, vol. 14, n. 3, p. 190-193, 1992.
- [55] MIRANDA, O. A.; SALGUEIRO, A. A.; PIMENTEL, M. C. B.; LIMA FILHO, J. L.; MELO, E. H. M.; DUR'AN, N. Lipase production by a Brazilian strain of *Penicillium citrinum* using an industrial residue. *Bioresour Technol*, vol. 69, p. 145-147, 1999.
- [56] SHU, C. H.; XU, C. J.; LIN, G. C. Purification and partial characterization of a lipase from *Antrodia cinnamomea*. *Process Biochem*, vol. 41, p. 734-738, 2006.
- [57] CHAHINIAN, H.; VANOT, G.; IBRIK, A.; RUGANI, N.; SARDA, L.; COMEAU, L. C. Production of extracellular lipases by *Penicillium cyclopium*. *Biosci Biotechnol Biochem*, vol. 64, p. 215-222, 2006.
- [58] AMIN, M.; BHATTI, H. N.; ZUBER, M.; BHATTI, I. A.; ASGHER, M. Potential use of agricultural wastes for the production of lipase by *Aspergillus melleus* under solid state fermentation. *J Anim Plant Scis*, vol. 24, n. 5, p. 1430-1437, 2014.
- [59] BHATTI, H. N.; AMIN, F. Kinetic and Hydrolytic Characterization of Newly Isolated Alkaline Lipase from *Ganoderma lucidum* using Canola oil Cake as Substrate *J Chem Soc Pak*, vol. 35, n. 3, p. 585-592, 2013.

- [60] DAMASO, M. C. T.; PASSIANOTO, M. A.; FREITAS, S. C.; FREIRE, D. M. G.; LAGO, R. C. A.; COURI, S. Utilization of agroindustrial residues for lipase production by solid-state fermentations. *Braz J Microbiol*, vol. 39, p. 676-681, 2008.
- [61] FLEURI, L. F.; NOVELLI, P. K.; DELGADO, C. H. O.; PIVETTA, M. R.; PEREIRA, M. S.; ARCURI, M. L.; CAPOVILLE, B. L. Biochemical characterisation and application of lipases produced by *Aspergillus* sp. on solid-state fermentation using three substrates. *Int J Food Sci Technol*, vol. 49, p. 2585-2591, 2014.
- [62] KHAYATI, G.; KIYANI, F. A statistical approach for optimization of lipase production by using rice straw: analysis of different inducers and nitrogen sources effect. *Minerva Biotecnol*, vol. 24, n. 3, p. 83-89, 2012.
- [63] MOFATAH, O. A. S.; GRBAVČIĆ, S. Ž.; MOFATAH, W. A. S.; LUKOVIĆ, N. D.; PRODANOVIĆ, O. L.; JAKOVETIĆ, S. M.; KNEŽEVIĆ-JUGOVIĆ, Z. D. Lipase production by *Yarrowia lipolytica* using olive oil processing wastes as substrates. *J Serb Chem Soc*, vol. 78, p. 781-794, 2013.
- [64] NIAZ, M.; IFTIKHAR, T.; AKRAM, F.; NIAZ, M. Protocol optimization for extracellular lipase production by *trichophyton* spp. (MBL 23) under solid state fermentation. *Pak J Bot*, vol. 45, p. 1417-1421, 2013.
- [65] OLIVEIRA, B. H.; CORADI, G. V.; ATTILI-ANGELIS, D.; SCAURI, C.; LUQUES, A. H. P. G.; BARBOSA, A. M.; DEKKER, R. F. H.; NETO, P. O.; LIMA, V. M. G. Comparison of lipase production on crambe oil and meal by *Fusarium* sp. (*Gibberella fujikuroi* complex). *Eur J Lipid Sci Technol*, vol. 115, p. 1413-1425, 2013.
- [66] RAJENDRAN, A.; THANGAVELU, V. Utilizing Agricultural Wastes as Substrates for Lipase Production by *Candida rugosa* NCIM 3462 in SolidState Fermentation: Response Surface Optimization of Fermentation Parameter. *Waste Biomass Valor*, vol. 4, p. 347-357, 2013.
- [67] SILVA, M. F.; FREIRE, D. M. G.; DE CASTRO, A. M.; LUCCIO, M. D.; MAZUTTI, M. A.; OLIVEIRA, J. V.; TREICHEL, H.; OLIVEIRA, D. Production of multifunctional lipases by *Penicillium verrucosum* and *Penicillium brevicompactum* under solid state fermentation of babassu cake and castor meal. *Bioproc. Biosyst Eng*, vol. 34, p. 145-152, 2011.
- [68] VENKATESAGOWDA, B.; PONUGUPATY, E.; BARBOSA, A. M.; DEKKER, R. F. H. Solid state fermentation of coconut kernel-cake as substrate for the production of lipases by the coconut kernel-associated fungus *Lasiodiplodia theobromae* VBE-1. *Ann Microbiol*, vol. 65, n. 1, p. 129-142, 2015.
- [69] OLIVEIRA, B. H.; CORADI, G. V.; ATTILI ANGELIS, D.; SCAURI, C.; LUQUES, A. H. P.; BARBOSA, A. M.; DEKKER, R. F. H.; NETO, P. O.; LIMA, V. M. G. Comparison of lipase production on crambe oil and meal by *Fusarium* sp. (*Gibberella fujikuroi* complex). *Eur J Lipid Sci Tech*, vol. 115, n. 12, p. 1413-1425, 2013.
- [70] SARKAR, D.; LAHA, S. Optimization of extracellular lipase enzyme production from *Aspergillus niger* by submerged and solid state fermentation process. *Int J Pharma Bio Sci*, vol. 4, n. 4, p. 978-985, 2013.

- [71] RAJAN, A.; NAIR, A. J. A comparative study on alkaline lipase production by a newly isolated *Aspergillus fumigatus* MTCC 9657 in submerged and solid-state fermentation using economically and industrially feasible substrate. *Turk J Biol*, vol. 35, n. 5, p. 569-574, 2011.
- [72] ROBERT, J. M.; LATTARI, F. S.; MACHADO, A. C.; DE CASTRO, A. M.; ALMEIDA, R. V.; TORRES, F. A. G.; VALERO, F.; FREIRE, D. M. G. Production of recombinant lipase B from *Candida antarctica* in *Pichia pastoris* under control of the promoter PGK using crude glycerol from biodiesel production as carbon source. *Biochem Eng J*, vol. 118, p. 123-131, 2017.
- [73] JALLOULI, R.; PARSIEGLA, G.; CARRIÈRE, F.; GARGOURI, Y.; BEZZINE, S. Efficient heterologous expression of *Fusarium solani* lipase, FSL2, in *Pichia pastoris*, functional characterization of the recombinant enzyme and molecular modeling. *Int Journal Biol Macromolec*, vol. 94, p. 61-71, 2017.
- [74] MENONCIN, S.; DOMINGUES, N. M.; FREIRE, D. M. G.; TONIAZZO, G.; CANSIAN, R. L.; OLIVEIRA, J. V.; DI LUCCIO, M.; OLIVEIRA, D.; TREICHEL, H. Study of the Extraction, Concentration, and Partial Characterization of Lipases Obtained from *Penicillium verrucosum* using Solid State Fermentation of Soybean Bran. *Food Bioprocess Technol*, vol. 3, p. 537-544, 2010.
- [75] PALEKAR, A. A.; VASUDEVAN, P. T.; YAN, S. Purification of lipase: a Review. *Biocatal Biotransform*, vol. 18, p. 177-200, 2000.
- [76] KUMAREVEL, T. S.; GOPINATH S. C. B.; HILDA, A.; GAUTHAM, N.; PONNUSAMY, M. N. Purification of lipase from *Cunninghamella verticillata* by stepwise precipitation and optimized conditions for crystallization. *World J Microbiol Biotechnol*, vol. 21, p. 23-26, 2005.
- [77] SAXENA, R. K.; SHEORAN, A.; GIRI, B.; DAVIDSON, W. S. Purification strategies for microbial lipases. *J Microbiol Methods*, vol. 52, p. 1-18, 2003.
- [78] KUMAR, R.; SHARMA, A.; KUMAR, A.; SINGH, D. Lipase from *Bacillus pumilus* RK31: production, purification and some properties. *World Appl Sci J*, vol. 16, n. 7, p. 940-948, 2012.
- [79] LIANGHUA, T.; LIMING, X.; MIN, S.; HUAYING, G. Purification and application of a lipase from *Penicillium expansum* PED-03. *Appl Biochem biotechnol*, vol. 142, n. 2, p. 194-199, 2007.
- [80] CAO, Y.; ZHUANG, Y.; YAO, C.; WU, B.; HE, B. Purification and characterization of an organic solvent-stable lipase from *Pseudomonas stutzeri* LC2-8 and its application for efficient resolution of (R, S)-1-phenylethanol. *Biochem Eng J*, vol. 64, p. 55-60, 2012.
- [81] GAIKAIWARI, R. P.; WAGH, S. A.; KULKARNI, B. D. Efficient lipase purification using reverse micellar extraction. *Bioresour Technol*, vol. 108, p. 224-230, 2012.
- [82] HIOL, A.; JONZO, M. D.; RUGANI, N.; DRUET, D.; SARDA, L.; COMEAU, L. C. Purification and characterization of an extracellular lipase from a thermophilic *Rhizopus oryzae* strain isolated from palm fruit. *Enzyme microb technol*, vol. 26, n. 5, p. 421-430, 2000.

- [83] SOUZA, R. L.; LIMA, R. A.; COUTINHO, J. A.; SOARES, C. M.; LIMA, Á. S. Aqueous two-phase systems based on cholinium salts and tetrahydrofuran and their use for lipase purification. *Separation and Purification Technology*, vol. 155, p. 118-126, 2015.
- [84] SAXENA, R. K.; SHEORAN, A.; GIRI, B.; DAVIDSON, W. S. Purification strategies for microbial lipases. *J Microbiol Methods*, vol. 52, p. 1-18, 2003.
- [85] AIRES-BARROS, M. R.; TAIPA, M. A.; CABRAL, J. M. S. In: Wooley P, Petersen SB (eds) *Lipases their structure, biochemistry and application*. Cambridge, University Press, p. 243-270. 1994.
- [86] PALEKAR , A. A.; VASUDEVAN, P. T.; YAN, S. Purification of lipase: a Review. *Biocatal Biotransform*, vol. 18, p. 177-200, 2000.
- [87] KUMAREVEL, T. S.; GOPINATH S. C. B.; HILDA, A.; GAUTHAM, N.; PONNUSAMY, M. N. Purification of lipase from *Cunninghamella verticillata* by stepwise precipitation and optimized conditions for crystallization. *World J Microbiol Biotechnol*, vol. 21, p. 23-26, 2005.
- [88] BORKAR, P. S.; BODADE, R. G.; RAO, S. R.; KHOBRAGADE, C. N. Purification and characterization of extracellular lipase from a new strain-*Pseudomonas aeruginosa* SRT9. *Braz J Micobiol*, vol. 40, p. 358-366, 2009.
- [89] KOBLITZ, M. G. B.; PASTORE, G. M. Purificação parcial, por dois diferentes métodos cromatográficos, da lipase produzida por *Rhizopus* sp. *Ciênc Tecnol Aliment*, vol. 24, p. 287-292, 2004.
- [90] GUPTA, R.; GUPTA, N.; RATHI, P. Bacterial lipases: An overview of production, purification and biochemical properties. *Appl Microbiol Biotechnol*, vol. 64, p. 763-781, 2004.
- [91] TAN, C. H.; SHOW, P. L.; OOI, C. W.; NG, E. P.; LAN, J. C. W.; LING, T. C. Novel lipase purification methods - a review of the latest developments. *Biotechnol J*, v. 10, n. 1, p. 31-44, 2015.
- [92] SHIN, Y. O.; VERA, J. H. Solubilization limit of lysozyme into DODMAC reverse micelles. *Biotechnol Bioeng*, vol. 80, p. 537-543, 2002.
- [93] ADLERCREUTZ, P. Immobilisation and application of lipases in organic media. *Chem Soc Rev*, vol. 42, p. 6406-6436, 2013.
- [94] GARCIA-GALAN, C.; BERENGUER-MURCIA, A.; FERNANDEZ-LAFUENTE, R.; RODRIGUES, R. C. Potential of different enzyme immobilization strategies to improve enzyme performance. *Adv Synth Catal*, vol. 353, p. 2885-2904, 2011.
- [95] CARVALHO, N. B.; LIMA, A. S.; SOARES, C. M. F. Uso de sílicas modificadas para imobilização de lipases. *Quim Nova*, vol. 38, p. 399-409, 2015.
- [96] HARTMANN, M.; KOSTROV, X. Immobilization of enzymes on porous silicas – benefits and challenges. *Chem Soc Rev*, vol. 42, p. 6277-6290, 2013.

- [97] MALCATA, F.; REYES, H. R.; GARCIA, H. S.; HILL, C. G. Immobilized lipase reactors for modification of fats and oils – a review. *J Am Oil Chem Soc*, vol. 67, p. 890–910, 1990.
- [98] ANSARI, S. A.; HUSAIN, Q. Potential applications of enzymes immobilized on/in nano materials: A review. *Biotechnol Adv*, vol. 30, p. 512-523, 2012.
- [99] DALLA-VECCHIA, R.; NASCIMENTO, M. G.; SOLDI, V. Aplicações sintéticas de lipases imobilizadas em polímeros. *Quím Nova*, vol. 27, p. 623-630, 2004.
- [100] HWANG, E. T.; GU, M. B. Enzyme stabilization by nano/microsized hybrid materials. *Eng Life Sci*, vol. 1, p. 49–61, 2013.

Produção de Bebida Láctea Fermentada Com Kefir Adicionada de Chia

Development of a Kefir added with chia and evaluation of its physical, chemical and sensory characteristics

Flávia Daiana Montanuci

Universidade Estadual de Maringa - UEM, Maringá, PR
flamontanuci@yahoo.com.br

Suelen Pereira Ruiz

Universidade Estadual de Maringa - UEM, Umuarama, PR
sulen.ruiz@gmail.com

Cecília Pinzon

Universidade Estadual de Maringa - UEM, Umuarama, PR
cecipizon@hotmail.com

Resumo: O objetivo deste trabalho foi desenvolver Kefir adicionado de chia e avaliar as características químicas (umidade, cinzas, fibras, proteínas, lipídios e carboidratos), cor, °Brix, sinérese, pH, acidez titulável e análise sensorial (teste de aceitação e teste duo-trio) sendo os dados analisados pelo ANOVA e pela Análise de Componente Principal (ACP). Para a preparação do Kefir foi utilizado leite pasteurizado e culturas starter de Kefir (Lyofast MT 036 LV). Foram realizados duas formulações de Kefir contendo leite pasteurizado e 2% da cultura starter de Kefir, com variações nas concentrações de chia de 1% (formulação 1) e 3% (formulação 2). O valor de pH foi inversamente proporcional à acidez. Os teores de lipídios, proteínas, carboidratos e fibras da formulação 1 foram respectivamente de 3,44, 2,62, 7,35 e 0,35%. Já para a formulação 2, os valores foram de 4,43, 2,89, 6,82 e 1,1 % respectivamente. A sinérese da formulação 1 foi de 32 ml.100g⁻¹ e da formulação 2 foi de 26,4 ml.100g⁻¹. O teste duo-trio demonstrou que existe diferença significativa ($p \leq 0,05$) entre as amostras. A aceitação da formulação 2 quanto a textura foi superior a formulação 1, devido ao maior teor de chia presente na amostra.

Palavras-chave: cultura starter; fibras; probióticos; produtos lácteos.

Abstract: The objective of this work was to develop Kefir added chia and evaluate the chemical characteristics (moisture, ash, fiber, proteins, lipids and carbohydrates), color, °Brix, syneresis pH, titratable acidity and sensorial analysis (acceptance test and duo test) And data analyzed by ANOVA and Principal Component Analysis (PCA). For the preparation of Kefir, pasteurized milk and Kefir starter cultures (Lyofast MT 036 LV) were used. Two formulations of Kefir containing pasteurized milk and 2% of the Kefir starter culture were performed, with variations in chia concentrations of 1% (formulation 1) and 3% (formulation 2). The pH value was inversely proportional to the acidity. The lipid, protein, carbohydrate and fiber contents of formulation 1 were respectively 3.44, 2.62, 7.35 and 0.35%. For formulation 2, the values were 4.43, 2.89, 6.82 and 1.1%, respectively. The syneresis of formulation

1 was 32 ml. 100 g^{-1} and formulation 2 was 26.4 ml. 100 g^{-1} . The duo-trio test showed that there was a significant difference ($p \leq 0.05$) between the samples. The acceptance of formulation 2 as texture was higher than formulation 1, due to the higher content of chia present in the sample.

Key words: starter culture; fibers; probiotics; dairy products.

1 Introdução

O interesse por produtos alimentícios saudáveis e nutritivos tem crescido mundialmente, resultando em diversos estudos na área de produtos lácteos, entre eles o Kefir, que pode ser considerado um probiótico. Segundo a FAO/WHO [1], probióticos são micro-organismos vivos que, administrados em quantidades adequadas, conferem benefícios à saúde do hospedeiro. Os gêneros *Bifidobacterium* e *Lactobacillus* são espécies de micro-organismos consideradas probióticos de interesse, a presença destas bactérias no trato intestinal é um indicativo de microbiota saudável. O processo de fermentação dos alimentos fornece perfis de sabor característicos e redução do pH que pode impedir a multiplicação de patógenos potenciais. Preconiza-se a ingestão semanal mínima de 300 a 500 gramas de produtos lácteos fermentados contendo entre 10^6 a 10^7 UFC/mL [2, 3]. Kefir é uma bebida láctea fermentada, cuja fermentação se realiza com grãos de Kefir que possuem *Lactobacillus kefir*, espécies dos gêneros *Leuconostoc*, *Lactococcus* e *Acetobacter* com produção de ácido láctico, etanol e dióxido de carbono. Os grãos de Kefir são constituídos por leveduras fermentadoras de lactose (*Kluyveromyces marxianus*) e leveduras não fermentadoras de lactose (*Saccharomyces omnisporus* e *Saccharomyces cerevisiae* e *Saccharomyces exiguus*), *Lactobacillus casei*, *Bifidobacterium* sp. e *Streptococcus salivarius* subsp. *Thermophilus* [4].

Os principais produtos da fermentação da lactose do leite pelos grãos de Kefir são ácido acético, ácido láctico, acetaldeído, diacetil, etanol e CO_2 [3]. O Kefir é considerado um alimento probiótico natural e pode ser classificado como um alimento funcional, por apresentar nutrientes como vitaminas, minerais, e micro-organismos, que proporcionam efeitos benéficos à saúde [3, 5].

O dióxido de carbono produzido pelas leveduras durante a fermentação do Kefir contribui para o acentuado gosto ácido, sendo considerada característica típica da bebida [3]. Durante o processo fermentativo a lactose é consumida e metabolizada pela cultura microbiana, O que torna o kefir um produto que pode ser consumido por indivíduos que possuem intolerância a lactose [6].

A cultura starter de Kefir são micro-organismos selecionados e em quantidades controladas que facilitam a fabricação do produto e permite o controle dos micro-organismos e a padronização da bebida [7]. Segundo Ebner et al. [9], o Kefir produzido a partir de uma cultura liofilizada tem menor variedade de micro-organismos quando comparados com Kefir produzido diretamente de grãos, principalmente em relação a população de levedura. Nos estudos realizados por Katechaki et al. [10], a cultura de Kefir na forma liofilizada foi desenvolvida para selecionar os micro-organismos que irão se desenvolver, produzindo uma bebida padronizada.

Além disso, é possível melhorar as características sensoriais e funcionais do produto por meio de adição de outros ingredientes, como a chia por exemplo. A semente de chia (*Salvia hispanica L.*) é rica em fibras, propiciando benefícios ao trânsito intestinal, através da contribuição para o aumento do bolo fecal, além de diminuir a incidência de câncer de

cólon de intestino, colesterol e diabetes [10]. Esta também possui alto conteúdo de ácido α -linolênico (ω -3) e linoleico (ω -6), além de substâncias antioxidantes. A camada externa do grão de chia contém mucilagem e quando embebido em água se expande e reveste o grão tornando-o espesso [11, 12]. A chia apresenta interesse comercial, pois apresenta grande capacidade para reter água e óleo, características que fazem dela uma candidata natural como aditivo para produtos panificados e como emulsão alimentar [13].

Nesse contexto, o trabalho teve o objetivo desenvolver uma bebida láctea de Kefir adicionado de chia e avaliar suas características físico-química e sensorial.

2 Material e Métodos

2.1 Obtenção da matéria-prima

Para a preparação do Kefir, foi utilizado leite pasteurizado e cultura starter de Kefir Lyofast MT 036 LV (cedida pelo grupo Clerici-Sacco) composta por *Lactococcus lactis ssp*, *Lactococcus lactis ssp. lactis biovar diacetylactis*, *Lactobacillus brevis*, *Leuconostoc* e leveduras *Saccharomyces cerevisiae*. As sementes de chia (*Salvia hispanica L.*) foram adquiridas em comércio local da cidade de Umuarama-PR, as quais foram trituradas em liquidificador.

2.2 Elaboração do Kefir

Para o desenvolvimento da bebida láctea de Kefir, foram realizadas duas formulações, sendo a formulação 1: leite pasteurizado integral, 2% (m/v) da cultura *starter* de Kefir, 1% (m/v) de chia e 1,5% de açúcar light; formulação 2: leite pasteurizado, 2% (m/v) da cultura *starter* de Kefir, 3% (m/v) de chia e 1,5% de açúcar light. A ativação da cultura *starter* liofilizada de Kefir foi realizado conforme recomendação do fabricante, sendo adicionado em leite desnatado na proporção de 1g de cultura para cada 100mL de leite. O procedimento de desenvolvimento da bebida láctea de Kefir está ilustrado na Figura 1. Devido à acidez característica da bebida e pelos consumidores não estarem habituados com essa acidez, adicionou-se 1,5% (m/v) de açúcar light (Magro).

2.3 Caracterização físico-química

As análises foram realizadas em triplicata no Laboratório de Análises Físico-Químicas de Alimentos do Departamento de Tecnologia (DTC) da Universidade Estadual de Maringá. O teor de umidade foi determinado pelo método de secagem em estufa a 105°C. A análise de cinzas foi realizada pela técnica de incineração em mufla a 550°C. Os teores de proteínas foram determinados pelo método de Kjeldahl. Os teores de lipídios totais foram realizados pelo método de Soxhlet. A determinação de fibras foi realizada somente para as sementes de chia, pelo método de fibra bruta, por meio da digestão ácida e básica, utilizando digestor de fibras (MARCONI, MA 455). Todas as análises foram realizadas conforme as técnicas descritas na AOAC [14]. O teor de carboidratos totais foi calculado por diferença.

2.4 Determinação de pH e Acidez titulável

O pH das amostras foi determinado em potenciômetro digital [15] para controle da fermentação e avaliação final da bebida.



Figura 1. Fluxograma das etapas de produção de Kefir adicionado de chia.

A acidez titulável foi determinada segundo metodologia da AOAC [14]. Cinco gramas da amostra foram diluídas em água para totalizar 50mL de solução. As soluções foram tituladas com NaOH 0,1M até o ponto de viragem. O resultado foi expresso em g100g-1 de ácido láctico do produto.

2.5 Sinérese

O soro liberado das formulações de Kefir foi avaliado de acordo com Arayana [15] com modificações. Foi realizada a inversão de 100g de Kefir em peneiras cobertas com tecido (tule). A quantidade de soro coletada após 2 horas de repouso à temperatura ambiente foi usada como indicador da capacidade de retenção de água da formulação. Os resultados foram expressos como volume de soro (mL) liberado por 100g do produto.

2.6 °Brix e Cor

A determinação da concentração de sólidos solúveis totais (°Brix) foi analisada em refratômetro (Reichert, AR200). A avaliação da cor foi realizada em colorímetro (Chroma Meter, CR-400), e as amostras foram avaliadas utilizando os parâmetros L*, a*, b* representados pelo modelo CIE (Commission International Illuminant). O parâmetro L* define a luminosidade (L=0 (preto); L= 100 (branco)), a* e b* são responsáveis pela cromaticidade (+ a* - a* vermelho e verde; + b* -b * amarelo e azul). Para cada tratamento as determinações foram realizadas em triplicatas e os resultados expressos como médias.

2.7 Tabela nutricional

A tabela nutricional e porcentagem do valor diário recomendado foi elaborada conforme estabelecido pela RDC n° 360, de 23 de dezembro de 2003 [16] e RDC n° 359, de 23 de dezembro de 2003 [17]. Para o cálculo do valor energético foram utilizados os seguintes

fatores de conversão: carboidratos: $4kcal.g^{-1}(17kJ.g^{-1})$; proteínas: $4kcal.g^{-1}(17kJ.g^{-1})$; e gorduras: $9kcal.g^{-1}(37kJ.g^{-1})$.

2.8 Avaliação Sensorial

2.8.1 Condições do teste

As análises sensoriais foram realizadas no Laboratório de Análise Sensorial do DTC/UEM, cujas instalações incluem cabines individuais e temperatura ambiente. As amostras foram servidas em potes plásticos individuais codificados com números aleatórios de três dígitos, juntamente com uma colher plástica. Os testes sensoriais foram aprovados pelo comitê de ética, protocolo CAAE: 54973216.0.0000.0104) e solicitado ao participante o preenchimento do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

2.8.2 Teste de aceitação

O teste de aceitação foi realizado com o objetivo de avaliar se os consumidores gostam ou desgostam do produto, utilizando uma escala hedônica de nove pontos variando entre os termos “desgostei extremamente” e “gostei extremamente”. Foram selecionados ao acaso 100 julgadores não treinados que julgaram de acordo com a sua aceitação quanto aos atributos aroma, textura, sabor e intenção de compra usando uma escala de 1 (desgostei extremamente) a 9 (gostei extremamente). Também foi avaliado a intenção de compra da bebida láctea usando uma escala de 1 (certamente não compraria) a 5 (certamente compraria). Além do tratamento estatístico (ANOVA), foi calculado o Índice de Aceitabilidade pela Equação 1.

$$IA\% = \frac{A100}{B} \quad (1)$$

Onde A é a nota média obtida do produto e B nota máxima obtida do produto. Segundo Dutcosty (2013) a boa aceitação se dá para índice de aceitabilidade maior do que 70%.

2.8.3 Teste de diferença (Duo-Trio)

Foi realizado o teste de diferença com objetivo de verificar a existência de diferença significativa ($p \leq 0,05$) entre as duas amostras que receberam tratamentos diferentes. O julgador recebeu uma amostra padrão (P) e duas a mostras codificadas com números de três dígitos aleatórios, e foi solicitado a identificar a amostra igual ao padrão. Foram selecionados ao acaso 53 julgadores não treinados que provaram e julgaram as amostras de acordo com a identificação da amostra padrão, marcando a resposta em uma ficha apropriada (Figura 2).

2.9 Análises Estatísticas

Os testes foram realizados em triplicata. Os resultados foram avaliados pela análise de variância (ANOVA) utilizando o teste de Tukey ao nível de 5% de significância com o auxílio do programa Excel 2013. Os resultados das análises físico-químico e sensorial foram avaliados pela Análise de Componentes Principais (ACP) realizado no programa Statistica 2010.

TESTE DUO-TRIO

NOME: _____

DATA: _____

Você está recebendo uma amostra padrão (P) e duas amostras codificadas da bebida de Kefir, adicionado de chia. Uma amostra codificada é igual a padrão, e a outra diferente do padrão. Primeiramente prove a amostra padrão (P) e então, prove as amostras codificadas da esquerda para a direita. Anote os códigos das duas amostras nos espaços abaixo e então identifique com um círculo, a amostra codificada que for igual a padrão.

Comentários:

Figura 2. Ficha de avaliação sensorial para teste de diferença Duo-Trio.

3 Resultados e Discussão

3.1 Composição Química

Na Tabela 1 estão apresentados os teores de umidade, proteína, lipídios e cinzas das duas formulações de Kefir. Observou-se que com o aumento da adição de chia ocorreu uma diminuição no teor de umidade da bebida, o qual se sugere que o baixo teor de umidade da chia de 6% [18] e 7,44% [19] influenciou nessa característica. Esse mesmo comportamento também foi observado por Zerbielli [20] no desenvolvimento de bebida láctea fermentada com cultura probiótica adicionada de chia. Os teores de umidade encontrados no presente trabalho foram superiores ao relatado por Montanuci [21] para bebida láctea de Kefir com adição de inulina, sendo de 83,85% e inferiores ao encontrado por Otles e Cagindi [3] em Kefir de 87,5%. Os teores de proteína da bebida produzida neste trabalho foram inferiores aos

Tabela 1. Composição química das bebidas de Kefir (base úmida)*

Formulações**	Umidade	Proteínas	Lipídios	Cinzas	Fibras	Carboidratos
1	85,98 ± 0,19 ^a	2,62 ± 0,04 ^a	3,44 ± 0,49 ^a	0,14 ± 0,00 ^a	0,35 ± 0,00 ^a	7,35 ± 0,66 ^a
2	84,53 ± 0,20 ^b	2,89 ± 0,08 ^a	4,43 ± 0,06 ^a	0,16 ± 0,00 ^b	1,1 ± 0,00 ^b	6,82 ± 0,23 ^a

*Resultados expressos em g.100g⁻¹ de produto. Médias ± desvio padrão na mesma coluna acompanhadas de letras minúsculas iguais não diferem a $p \leq 0,05$.

**Formulação 1 (Kefir adicionado de 1%(m/v) de chia), 2 (Kefir adicionado de 3% (m/v) chia).

encontrados por Montanuci [21] de 5,31% no estudo de Kefir com leite integral, adicionado

de leite em pó desnatado. Apesar das formulações apresentarem menor teor de proteína que os encontrados na literatura, observou-se que as duas formulações se enquadram na legislação de Bebida Láctea com adição ou Bebida Láctea com produto (s) ou substância (s) alimentícia(s) que é de no mínimo $1,0 \text{ g}100\text{g}^{-1}$ de produto [22].

Quanto aos teores de lipídios, as formulações não apresentaram diferenças significativas ($p \leq 0,05$), e os valores encontrados são próximos aos encontrados por Otle e Cagindi [3] de 3,5%. Esse teor deve-se ao fato de utilizar leite pasteurizado integral para o desenvolvimento das formulações que de acordo com a Instrução Normativa N°51, de 18 de setembro de 2002 conter 3% de gordura. A chia, segundo Ayerza e Coates [23] contém de 16,99 a 25,5% de sua composição de óleos identificados como ômega-6 e 60,35 a 64,35% como ômega-3, contribuindo para o valor lipídico das amostras.

Os teores de cinzas das formulações variaram estatisticamente ao nível de 5% de significância ($p \leq 0,05$), sendo que quanto maior o teor de chia na formulação, maior foi o teor de cinza da amostra. Esses valores foram inferiores aos encontrados por Zerbielli [20] de 0,69% a 0,77% e por Thamer e Penna [24] de 0,53% a 0,61%.

A análise de fibra foi realizada apenas com a chia triturada em liquidificador e o valor encontrado foi de 34,53%. Comparando diferentes metodologias para quantificação das fibras, Puig e Haros [25] encontraram pra fibra dietética 30,9% e Olivos-Lugo [13] encontrou 34,6%. O Kefir foi adicionado de 1% e 3% de chia, sendo assim, pelo balanço de massa a quantidade de fibra respectiva é de $0,35\text{g }100\text{g}^{-1}$ de produto e $1,1\text{g }100\text{g}^{-1}$ de produto.

Os teores de carboidrato das formulações foram de 7,35 e 6,82 para as formulações 1 e 2 respectivamente, não apresentando diferença significativa ($p \leq 0,05$). Nos estudos de Montanuci [21], o teor de carboidrato da formulação de Kefir integral fermentado com cultura *starter* foi de 6,39%, sendo próximo aos encontrados nesse estudo.

Os valores médios de pH, °Brix e acidez titulável estão apresentadas na Tabela 2. Em relação ao valor do pH as formulações de Kefir não diferiram entre si, devido a cultura *starter* utilizada produzir bebidas com características padronizadas. Sendo que os valores encontrados foram inferiores aos de Zerbielli [20] que em seus experimentos com bebida láctea fermentada obteve pH de 4,59 e o mesmo valor foi encontrado por Montanuci [21] a partir das bebidas de Kefir.

A acidez das duas formulações foi de 0,71 e 0,74 % de ácido láctico para as concentrações 1% e 3% respectivamente, porém, não diferiram significativamente ($p \leq 0,05$). De acordo com a legislação para leites fermentados utilizando Kefir como produto [26] a acidez deve variar entre 0,5 a 1,5 g ácido láctico 100g^{-1} para estar dentro do Padrão de Identidade e Qualidade, ou seja, os valores encontrados estão de acordo com a legislação brasileira.

O teor de sólidos solúveis expressa o total de todos os sólidos (açúcar, sais, proteínas, ácidos, etc) dissolvidos na água. Neste estudo foi avaliado o teor de sólidos solúveis para verificar se a adição de diferentes porcentagens de chia influenciavam na bebida. Os teores de sólidos solúveis medidos por °Brix não apresentaram diferença significativa ($p \leq 0,05$) entre as formulações, de 9,22 e 10,16 para a adição de 1 e 3% de chia, respectivamente.

3.2 Caracterização física

Os valores médios dos parâmetros de cor (L^* , a^* e b^*) estão apresentados na Tabela 3. Embora todas as formulações fossem brancas a avaliação de cor foi realizada para observar se as formulações com diferentes teores de chia teriam influência sobre este parâmetro.

As formulações apresentaram diferença significativa ($p \leq 0,05$) para os três parâmetros (L^* , a^* e b^*). A luminosidade das duas formulações (adição de 1 e 3% de chia) apresentou

Tabela 2. Conteúdo médio de pH, °Brix e acidez das bebidas de Kefir*

Formulações**	pH	°Brix	Acidez ¹
*			
1	4,30 ± 0,05 ^a	9,22 ± 0,19 ^a	0,71 ± 0,05 ^a
2	4,29 ± 0,06 ^a	10,16 ± 0,42 ^a	0,74 ± 0,06 ^a

* Médias ± desvio padrão na mesma coluna acompanhado de letras iguais não diferem de $p \leq 0,05$.

¹ Resultados expressos em % de ácido láctico.

** Formulação1 (Kefir adicionado de 1%(m/v) de chia), 2 (Kefir adicionado de 3% (m/v) chia).

valores próximos a coloração branca, sendo de 84,99 e 81,87, respectivamente. Em relação ao parâmetro a*, as duas formulações apresentaram valores negativos indicando a ausência da coloração vermelha e a formulação 2, com 4,7 indicou maior influência da coloração verde.

As duas formulações apresentaram valores positivos para o parâmetro b*. A formulação 2 apresentou maior presença da coloração amarela, indicando que a concentração de chia adicionada ao produto alterou a coloração da bebida de Kefir. Os valores para sinérese foram de 32,0 ml 100g⁻¹ para a formulação 1 e 26,4 ml 100g⁻¹ para a formulação 2, apresentando diferença significativa entre as formulações. Quanto maior o teor de chia, menor foi a sinérese, devido a chia ter a capacidade de reter água, melhorando a textura do produto. Segundo Pimentel, Garcia e Prudêncio [27], a sinérese é um dos principais defeitos encontrados em iogurtes sendo importante evitá-la para a aceitabilidade e a qualidade dos produtos. Para Aportela-Palacios, Sosa-Morales e Vélez-Ruiz [28] os valores recomendáveis para a sinérese devem ser abaixo de 39%, sendo assim, as duas formulações estão adequadas para esse parâmetro.

Tabela 3. Parâmetros de cor das bebidas lácteas de Kefir

Formulações***	L*	Parâmetro**	
		a*	b*
1	84,99 ± 1,40 ^a	-2,22 ± 0,15 ^a	2,96 ± 1,40 ^a
2	81,87 ± 1,31 ^b	-0,79 ± 0,31 ^b	4,70 ± 0,59 ^b

*Médias ± desvio padrão na mesma coluna acompanhado de letras minúsculas iguais não diferem de $p \leq 0,05$. ** L* variando de 0 (preto) a 100 (branco), a* variando do vermelho (+a) ao verde (-a) e b* variando do amarelo (+b) ao azul (-b).

*** Formulação1 (Kefir adicionado de 1%(m/v) de chia), 2 (Kefir adicionado de 3% (m/v) chia).

3.3 Avaliação Sensorial

O teste duo- trio foi realizado com 53 avaliadores, sendo 33 mulheres e 20 homens na faixa etária de 18 a 23 anos. De acordo com Dutcosky [29], o número de avaliadores deveria ser de 53 para que os parâmetros Pd (proporção máxima de discriminadores), α (risco alfa) e β

(risco beta) apresentassem valores de 30%, 0,05 e 0,30 respectivamente foi de 53 avaliadores. O número de respostas corretas para que possa admitir que as formulações são diferentes entre si é de 33, e no teste aplicado obteve-se 42 respostas corretas, sendo assim pode-se afirmar que há diferença significativa entre as formulações avaliadas.

O teste de aceitação foi realizado com 100 avaliadores, sendo 70 mulheres e 30 homens, na faixa etária de 18 a 23 anos e as formulações foram avaliadas quanto aos atributos apresentados na Tabela 4. Para os atributos de aroma, sabor, impressão global e intenção de compra não houve diferença significativa ($p \leq 0,05$) entre as formulações. Já para textura houve diferença significativa entre as amostras ($p \leq 0,05$), sendo a formulação 2 com melhor aceitabilidade para esse parâmetro.

A formulação 1 apresentou nota média de 6 “gostei ligeiramente” quanto a textura, sabor e impressão global, já aroma recebeu nota 5 sendo indiferente para os avaliadores. A formulação 2 recebeu nota 7 “gostei moderadamente” quanto a textura, e nota 6 “gostei ligeiramente” quanto a sabor e impressão global. Para aroma os provadores avaliaram com a nota 5, sendo indiferente. A média da intenção de compra das duas formulações foi 3 “talvez compraria/talvez não compraria”.

No cálculo de índice de aceitabilidade o atributo aroma apresentou valores de 72% e 70,5% de aceitação para as formulações 1 e 2 respectivamente, sabor 76,75% e 66,7%, textura 74% e 74,2%, Impressão global 79,37% e 70% e intenção de compra de 63,6% e 62,8% para as formulações 1 e 2 respectivamente. Só a formulação 2 no atributo sabor e a intenção de compra apresentaram valores abaixo de 70%, que é o valor mínimo recomendado para que o produto seja aceito comercialmente.

Pelas notas atribuídas pelos avaliadores, percebe-se que apesar de as formulações não terem recebido as notas de maior aceitação, elas ficaram entre os valores intermediários. No Brasil o Kefir não é conhecido pela grande maioria das pessoas, e as características sensoriais do Kefir são extremamente específicas. Esses fatores podem ter contribuído para uma baixa aceitação.

Tabela 4. Aceitação de Kefir adicionado de chia*.

Formulações**	Aroma***	Textura***	Sabor***	Impressão Global***	Intenção de Compra****
1	5,76 ± 1,63 ^a	5,97 ± 1,60 ^a	6,14 ± 1,83 ^a	6,35 ± 1,52 ^a	3,18 ± 1,06 ^a
2	5,64 ± 1,76 ^a	6,68 ± 1,52 ^b	6,01 ± 1,93 ^a	6,30 ± 1,82 ^a	3,14 ± 1,07 ^a

*Médias ± desvio padrão na mesma coluna acompanhado de letras minúsculas iguais não diferem de $p \leq 0,05$.

** Formulação 1 (Kefir adicionado de 1%(m/v) de chia), 2 (Kefir adicionado de 3% (m/v) chia).

***Valor Hedônico: 1= desgostei muitíssimo, 2= desgostei muito, 3= desgostei moderadamente, 4= desgostei ligeiramente, 5= indiferente, 6= gostei ligeiramente, 7= gostei moderadamente, 8= gostei muito, 9= gostei extremamente.

****Valor Hedônico para intenção de compra: 1= certamente não compraria, 2= provavelmente não compraria, 3= talvez compraria/talvez não compraria, 4= provavelmente compraria, 5= certamente compraria.

3.4 Tabela Nutricional

Com os teores de carboidratos, lipídios, proteínas e fibras após as análises de composição físico-químicas foi possível construir a tabela nutricional das formulações, apresentada na Tabela 5.

Tabela 5. Tabela Nutricional de Kefir adicionado de 1% de chia

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL DE KEFIR ADICIONADO DE 1% DE CHIA.		
Quantidade por porção: 200 mL (1 copo)		
	Kcal = kJ	%VD(*)
Valor energético	142=595	7
Carboidratos	15	5
Proteínas	5	7
Gorduras Totais	7	13
Fibra alimentar	0,7	3

*% Valores diários com base em uma dieta de 2000 Kcal ou 8400 kJ. Seus valores diários podem ser maiores ou menores dependendo de suas necessidades energéticas.

Tabela 6. Tabela Nutricional de Kefir adicionado de 3% de chia.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL DE KEFIR ADICIONADO DE 3% DE CHIA.		
Quantidade por porção: 200 mL (1 copo)		
	Kcal = kJ	%VD(*)
Valor energético	157=661	8
Carboidratos	14	4
Proteínas	6	8
Gorduras Totais	9	16
Fibra alimentar	2,2	9

*% Valores diários com base em uma dieta de 2000 Kcal ou 8400 kJ. Seus valores diários podem ser maiores ou menores dependendo de suas necessidades energéticas.

3.5 Análise de Componente Principal (ACP)

Na Figura 3 pode ser observada a projeção dos valores de composição físico-química e dos atributos do teste de aceitação sobre os planos fatoriais (CP1X CP2).

O primeiro componente principal (CP1) explicou 80,31 % da variabilidade total contida nas variáveis originais, o segundo (CP2) 11,86 % e o terceiro (CP3) explicou 7,84 %, cujos autovalores foram iguais ou superiores a 1, totalizando 100 % de explicação. Rosenthal [30] afirma que um resultado adequado é aquele em que no mínimo 70 a 80 % da variação entre as formulações sejam explicadas nos três primeiros componentes principais. Desta forma, neste trabalho foram utilizados os dois primeiros componentes principais, por estar de acordo com os autores mencionados. Montanuci [21] em seus estudos obteve 54,51% da variação explicada pelo CP1 e 24,23% pelo CP2. Na ACP os descritores são representados por vetores

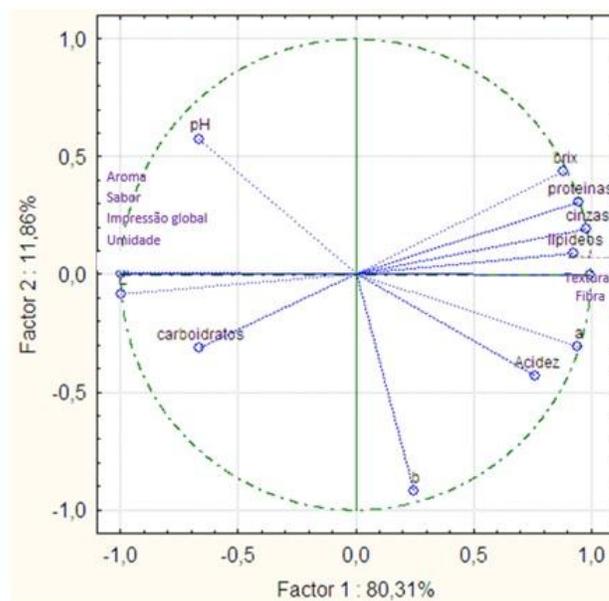


Figura 3. Projeções dos Atributos Sensoriais (a) e bebidas (formulações) do Kefir

(Figura 3), sendo que os vetores que se apresentam longos, ao serem decompostos em um eixo componente principal (CP), apresentam alta correlação com o eixo, explicando maior variabilidade entre as formulações mostradas naquele CP. Tais fatos podem ser confirmados pelos valores de correlações dos atributos com os eixos CP (Tabela 6) e indicam a importância ou o poder de cada atributo em cada componente principal. Foram considerados valores superiores a 0,7 (em módulo) como importantes. Os atributos com correlação negativa localizam-se à esquerda e aqueles com correlação positiva estão à direita no eixo horizontal (CP1), ou mais abaixo (correlação negativa) e mais acima (correlação positiva) no eixo vertical (CP2) do gráfico.

No primeiro CP, em ordem decrescente de importância (contribuição discriminante) e com correlação positiva encontram-se textura, fibra, cinzas, a*, proteína, lipídeos, acidez e °Brix com correlação negativa L*, aroma, sabor, impressão global e umidade.

Quando os vetores estão próximos um do outro indicam correlação positiva entre os atributos, quando são ortogonais, possivelmente não há correlação linear entre os atributos e quando estão num ângulo de 180° entre si indicam correlação negativa. Neste estudo podemos perceber que a textura na análise sensorial é relacionada à fibra presente na amostra, a composição físico-química foi diretamente relacionada com os atributos de aroma, sabor e impressão global do Kefir, o pH e acidez são inversamente proporcionais, quanto menor o pH maior é a acidez. As análises de carboidratos e °Brix também foram inversamente proporcionais quanto maior teor de carboidrato na amostra menor o °Brix, no entanto as amostras não apresentaram diferença significativa entre as análises, isso pode ser explicado porque analisamos o teor de fibras e carboidrato separado e quanto maior teor de fibra menor foi o teor de carboidratos, se somássemos carboidratos mais fibra daria diretamente

proporcional ao °Brix.

Tabela 7. Correlação dos atributos com os eixos componentes principais (CP)*.

Variável	Fator 1	Fator 2
pH	-0,067	0,576
°Brix	0,883	0,436
Acidez	0,762	-0,434
Cinzas	0,980	0,194
Umidade	-0,985	0,007
L	-0,996	-0,082
a	0,941	-0,308
b	0,248	0,920
Lipídios	0,928	0,090
Fibras	0,996	-0,001
Proteínas	0,950	0,308
Carboidratos	-0,067	-0,313
Aroma	-0,996	0,001
Textura	0,996	-0,001
Sabor	-0,996	0,001
Impressão Global	-0,996	0,001

*valores em negrito correspondem à correlações superiores a 0,7 (em módulo).

4 Conclusão

Com o desenvolvimento das formulações de Kefir, foi possível observar que com a adição de 3% de chia na formulação 2, houve um aumento nos teores de fibras, lipídios, proteínas e cinzas, e menor teor de umidade devido à presença da mucilagem propiciada pela chia, contribuindo para o valor nutricional. As formulações não diferiram em relação ao pH, e os valores foram inversamente proporcionais quanto à acidez, , indicando que a cultura starter utilizada produziu bebidas com características padronizadas.

Os resultados dos testes sensoriais indicaram que houve diferença significativa entre as amostras com diferentes concentrações de chia. O teste de aceitação mostrou que a formulação contendo 3% de chia apresentou maior aceitação quanto à textura, demonstrando a relação entre a textura proporcionada ao conteúdo de chia adicionado. A formulação1 contendo 1% de chia apresentou maiores resultados de índice de aceitabilidade para o sabor, impressão global e intenção de compra. E conforme demonstrado na Análise de Componente Principal, as análises físico-químicas foram diretamente relacionadas com os atributos sensoriais de aroma, sabor e impressão global do Kefir conforme demonstrado na Análise de Componente Principal.

5 Agradecimentos

Agradeço ao departamento (DTC) por ter cedido o espaço e os equipamentos para a realização do trabalho, as laboratoristas por terem me orientado quando precisei.

Referências

- [1] FAO/WHO. Evaluation of health and nutritional properties of probiotics in food including powder milk with live lactic acid bacteria. Córdoba, 2001.
- [2] KRUGER, R., KEMPKA, A. P, OLIVEIRA, D., VALDUGA, E., CANSIAN, R. L., TREICHEL, H., DILUCCIO, M. Desenvolvimento de uma bebida láctea probiótica utilizando como substratos soro de leite e extrato hidrossolúvel de soja. *Alimentos e Nutrição Araraquara* 19 (2008), 43-53.
- [3] OTLES, S., CAGINDI, O. Kefir: A probiotic dairy-composition, nutritional and therapeutic aspects. *Pakistan Journal of Nutrition* 2 (2003), 54-59, 2003.
- [4] BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução Normativa nº46, de 23 de outubro de 2007. Adota o Regulamento Técnico de Identidade e Qualidade de Leites Fermentados, anexo à presente Instrução Normativa. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Brasília, 24 out. 2007. Seção 1, p.4.
- [5] ZANIRATI, D. F., JUNIOR, M. A., SANDES, S. H. C., NICOLE, J. R., NUNES, Á. C., NEUMANN, E. Selection of lactic acid bacteria from Brazilian kefir grains for potential use as starter or probiotic cultures *Anaerobe* 32 (2014), 70-76.
- [6] FARNWORTH, E. R., MAINVILLE, I. Kefir: a fermented milk product. *Handbook of fermented functional foods* (2003), 77-112.
- [7] SIMOVA, E., BESHKOVA, D., ANGELOV, A., HRISTOZOVA, TS., FRENGOVA, G., SPASOV, Z. Lactic acid bacteria and yeasts in kefir grains and kefir made from them. *Journal of Industrial Microbiology and Biotechnology* 28 (2002), 1-6.
- [8] EBNER, J., ARSLAN, A. A., FEDOROVA, M., HOFFMANN, R., KUÇUKÇETIN, A., PISCHETRIEDER, M. Peptide profiling of bovine kefir reveals 236 unique peptides released from caseins during its production by starter culture or kefir grains. *Journal of proteomics* 117 (2015), 41-57.
- [9] KATECHAKI, E., PANAS, P., KOURKOUTAS, Y., KOLIOPOULOS, D., KOUTINAS, A.A. Thermally-dried free and immobilized kefir cells as starter culture in hard-type cheese production. *Bioresource technology* 100 (2009), 3618-3624.
- [10] BELTRÁN, O., SALGADO, C., CEDILLO, D. Estudio de las propiedades de la semilla de chia (*Salvia hispánica* L.) y de la fibra dietaria obtenida de la misma. In: VII Congreso Nacional de Ciencia de los Alimentos y III Foro de Ciencia y Tecnología de Alimentos, Guanajuato (2012), 358- 366.
- [11] ÁLVAREZ-CHÁVEZ, L. M., VÁLDIVIA-LÓPEZ, M. A., ABURTO-HUARÉS, M.L., TECANTE, A. Chemical characterization of the lipid fraction of Mexican chia seed (*Salvia hispanica* L.). *International Journal of Food Properties* 11 (2008), 687-697.

- [12] PEIRETTI, P. G., GAI, F. Fatty acid and nutritive quality of chia (*Salvia hispanica* L.) seeds and plant during growth. *Animal Feed Science and Technology*, 148 (2009), 267-275.
- [13] OLIVOS-LUGO, B. L., VALDIVIA-LÓPEZ, M. Á., TECANTE, A. Thermal and physicochemical properties and nutritional value of the protein fraction of Mexican chia seed (*Salvia hispanica* L.). *Food Science and Technology International* 16 (2010), 89-96.
- [14] ASSOCIATION OF OFFICIAL ANALYTICAL CHEMISTRY (AOAC). Official methods of analysis of AOAC, 16 ed.; Arlington, 2 (1995).
- [15] ARAYANA, K. J. Folic acid fortified fat free plain set yoghurt. *International Journal of Dairy Technology* 56 (2003), 219-222.
- [16] ANVISA, Resolução RDC n° 360, de 23 de dezembro de 2003. Regulamento Técnico sobre Rotulagem Nutricional de Alimentos Embalados. Diário Oficial da República do Brasil, Brasília, 26 dez. 2003.
- [17] ANVISA, Resolução RDC. MS n°. 359, de 23 de dezembro de 2003. Regulamento Técnico de Porções, 2003.
- [18] GUINDANI, C., MEZZOMO, N., FERREIRA, S.R.S. Extrato de torta de chia (*salvia hispânica* L.) obtido por diferentes métodos de extração. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Química. Florianópolis (2014), 1-8.
- [19] DICK, M., BATISTA, A.C.F., RIOS, A.O., FLÔRES, S.H. Composição centesimal, compostos fenólicos e atividade antioxidante de semente de chia brasileira e mexicana. In: 5° Simpósio De Segurança Alimentar (2015), Bento Gonçalves. Bento Gonçalves: Sbcta.
- [20] ZERBIELLI, K. M. Bebida Láctea Fermentada com Cultura Probiótica adicionada de sementes de chia (*Salvia hispanica* L.). (2014). 66 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Tecnologia de Alimentos, UFPR, Londrina.
- [21] MONTANUCI, F. D. Bebidas de Kefir com e sem inulina em versões integral e desnatada: elaboração e caracterização química, física, microbiológica e sensorial. (2010). 142 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciência de Alimentos, Departamento de Ciência e Tecnologia de Alimentos, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.
- [22] BRASIL, Portaria 71. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Regulamento Técnico de Identidade e Qualidade de Bebidas Lácteas. Instrução Normativa n° 16, de 23 de agosto de 2005. Diário Oficial da União, 2005.
- [23] AYERZA, R.; COATES, W. Protein content, oil content and fatty acid profiles as potential criteria to determine the origin of commercially grown chia (*Salvia hispanica* L.). *Industrial Crops and Products* 34 (2011), 1366-1371.
- [24] THAMER, K. G.; PENNA, A. L. B. Caracterização de bebidas lácteas funcionais fermentadas por probióticos e acrescidas de prebiótico. *Ciência e Tecnologia de Alimentos* 26 (2006), 589-595.

- [25] PUIG, E. I., HAROS, M. La chia en Europa: el nuevo ingrediente en productos de Panadería. *Alimentaria*, Lugo 420 (2011), 73-77.
- [26] BRASIL. Ministério da Agricultura e do Abastecimento, Secretaria de Defesa Agropecuária, Departamento de Inspeção de Produtos de Origem Animal. Padrões de identidade e qualidade de leites fermentados. Resolução nº5, de 27 novembro de 2000. Diário Oficial da União, Brasília, 2000.
- [27] PIMENTEL, T. C., GARCIA, S., PRUDENCIO, S. H. Iogurte Probiótico com frutanos tipo inulina de diferentes graus de polimerização: características físico-químicas e microbiológicas e estabilidade ao armazenamento. *Semina: Ciências Agrárias, Londrina* 33 (2012), 1059-1070.
- [28] APORTELA-PALACIOS, A., SOSA-MORALES, M. E., VÉLEZ-RUIZ, J. F. Rheological and hysicochemical behavior of fortified yogurt, with fiber and calcium. *Journal of Texture Studies*, Trumbull 36 (2005), 333-349.
- [29] DUTCOSKY, S.D. Análise sensorial de alimentos. Curitiba: Champagnat, 2013.
- [30] ROSENTHAL, A. J. Food Texture: measurement and perception. Aspen Publishers 1999.

**Contribuições do Projeto PIBID/Química no CE Prof. Pedro Carli
em Guarapuava-PR**

**Contributions of the PIBID Project / Chemistry in the State
College Prof. Pedro Carli in Guarapuava-PR**

Irineo Kelte Filho

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
i_r_i_n_e_o@hotmail.com

Marcelo Schram

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
marceloschram2013@gmail.com

Neide Hiroko Takata

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
nhtakata@gmail.com

Micheli Kuchla

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
mikuchla@hotmail.com

Andréia Boeno de Lima

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
andreiaboenodelima@yahoo.com.br

Aparecida Ferreira

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
mary22_quim@hotmail.com

Neucinéia Vieira Chagas

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, Guarapuava, PR
neucineia@uol.com.br

Resumo: Um tópico amplamente discutido no ensino de Química é a grande dificuldade que os alunos enfrentam na aprendizagem dos conteúdos da disciplina. Para isso, é necessário investir em metodologias que conduzam os processos de ensino e aprendizagem de forma inovadora, contextualizada e significativa para o aluno, despertando nele o interesse em aprender. Assim, este artigo apresenta as atividades diferenciadas desenvolvidas no âmbito do PIBID/Química da UNICENTRO e as contribuições para os alunos de um colégio da rede pública de ensino de Guarapuava-PR. Analisando os relatos dos alunos foi possível perceber a importância de um ensino de Química mediado por novas formas de ensinar e a partir da comparação entre os índices de aprovação na disciplina evidenciou-se os avanços significativos nos processos de ensino e aprendizagem na disciplina de Química frente a parceria do colégio com o PIBID.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem; ensino de Química; metodologias alternativas; PIBID.

Abstract: A broadly discussed topic in chemistry teaching is the great difficulty that students face in learning the contents of the discipline. For this, it is necessary to invest in methodologies that lead the teaching and learning processes in an innovative, contextualized and meaningful way for the student, arousing in him the interest in learning. This article presents the results of the use of differentiated activities developed within the PIBID/Chemistry of UNICENTRO with high school students from a public school in Guarapuava-PR. Analyzing the students reports, it was possible to perceive the importance of a chemistry teaching mediated by new ways of teaching and from the comparison between the approval indexes in the discipline the significant advances in the teaching and learning processes in the discipline of chemistry were evident the partnership of the college with PIBID.

Key words: teaching-learning; chemistry teaching; alternative methodologies; PIBID.

1 Introdução

O modelo tradicional de ensino adotado por muitos professores trata o conhecimento como um conjunto de informações que são simplesmente repassadas aos alunos, o que nem sempre resulta numa aprendizagem significativa e efetiva. Nestas condições, os alunos assumem papéis de receptores passivos, memorizando os conhecimentos a eles repassados que, na maioria dos casos, acabam sendo esquecidos, comprovando a não ocorrência de um verdadeiro aprendizado [1]. Desta forma, no ensino de Química são necessárias novas metodologias e a inserção de atividades diferenciadas que propiciem aos alunos uma aprendizagem mais efetiva. É neste cenário que as metodologias alternativas vêm ganhando espaços dentro das salas de aula.

Na concepção de Arroio et. al. [2], as novas formas de ensinar Química despertam o interesse dos alunos pelos conceitos químicos que compõem o currículo escolar. Para Soares et. al. [3], o desenvolvimento de diferentes recursos didáticos é uma forma de dinamizar o processo de aprendizagem na disciplina de Química. Desta forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [4] orientam e sugerem práticas educativas que proporcionem a verdadeira aprendizagem e uma reflexão crítica acerca dos conteúdos da disciplina de Química, promovendo o desenvolvimento da representação e comunicação; investigação e compreensão; e a contextualização sociocultural em relação a área do conhecimento. Neste contexto, é fundamental que o professor deixe de lado o papel de detentor do conhecimento, e atue como um mediador que auxilia e estimula os alunos na elaboração dos conceitos [5]. O uso dos jogos didáticos no ensino de Química tem sido tema de diversos trabalhos, incentivando os alunos a se interessarem sobre o assunto [6]. Nos trabalhos apresentados em congressos da área percebe-se que há uma grande aposta em trabalhos que buscam atrair o interesse dos alunos para a disciplina [7]. Ao observar as pesquisas no ensino de química, verifica-se que diversas estratégias metodológicas têm sido propostas na busca de melhorias nos processos de ensino e aprendizagem, dentre sua maioria, é crescente a influência do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no âmbito das atividades lúdicas.

O PIBID é uma proposta do Governo Federal que tem por objetivo a elevação da qualidade na formação inicial de professores [9]. E, por consequência, o projeto também visa

elevar a qualidade da educação pública brasileira. Para isso, valoriza a formação docente através da aproximação das licenciaturas à realidade escolar, colocando em práticas as teorias vistas na universidade desde o início dos processos de formação. Na aproximação com as escolas, os licenciandos desenvolvem atividades pedagógicas sob a supervisão de professores da escola e de coordenadores de área vinculados a universidade [9].

1.1 O PIBID/Química na UNICENTRO

Na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), o subprojeto Química iniciou suas atividades em 2010, contando com dez bolsistas e duas supervisoras, desenvolvendo suas atividades em dois colégios estaduais de Guarapuava-PR. No ano seguinte, foram incluídas duas novas escolas, dez bolsistas e duas supervisoras [10]. No momento, participam dez bolsistas que desenvolvem suas atividades em dois colégios da rede pública de ensino.

No contexto do PIBID/Química, os licenciandos participam semanalmente de atividades na escola e na universidade. Nas escolas ocorrem os acompanhamentos da atividade cotidiana dos professores supervisores, ao mesmo tempo que auxiliam os alunos a compreender os conhecimentos abordados em sala de aula e fazem suas observações sobre o ambiente escolar. Desta forma, vivenciam a escola e compreendem a sua dinâmica. Sempre que necessário, os bolsistas fazem intervenções nas aulas, aplicando novas metodologias de ensino a fim de valorizar os conteúdos abordados, visto que a disciplina de Química apresenta uma grande rejeição por parte dos alunos. Desta forma, neste artigo são apresentadas as atividades diferenciadas, a metodologia utilizada, as contribuições na aprendizagem dos alunos participantes e as implicações na formação dos licenciandos. Dentre as atividades desenvolvidas, destacam-se as descritas a seguir.

2 Atividades Desenvolvidas

A fim de propor novas abordagens ao ensino de Química, os participantes do PIBID/Química desenvolveram atividades sobre os conteúdos da disciplina de Química. As atividades foram aplicadas a aproximadamente 107 alunos que frequentavam o 1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio do CE Professor Pedro Carli, vinculado ao Núcleo Regional de Educação de Guarapuava, Paraná.

2.1 Varal da Química

2.1.1 Concurso de Redações

No ensino de Química, assim como em outras Ciências Exatas, existe uma superioridade do uso dos números sobre a linguagem escrita. Entretanto, sabe-se que os textos contribuem na formação de alunos leitores, possibilitando uma autonomia de pensamento que permite ao aluno fazer conjecturas, expor e contrapor seu ponto de vista [10]. Oferecer momentos de leitura e escrita nas aulas de Química é uma das ferramentas que o professor pode usar na transposição do conhecimento, uma vez que este pode usar textos e materiais semelhantes como uma forma de organizar os conhecimentos dos alunos, bem como verificar os níveis de aprendizagens destes.

Desta forma, o PIBID/Química organizou um concurso de redação envolvendo o tema “Desastres Naturais”, no qual participaram os alunos dos três anos do período noturno do colégio. Os elementos que compunham as redações partiram das concepções prévias dos

alunos, e os conceitos intrincados ou sem conexão com o tema proposto eram debatidos entre os alunos e os participantes do PIBID, que desta forma exploraram as concepções dos alunos na construção de novos conhecimentos.

Ao expressar as ideias através dos textos, os alunos tornaram-se bastante participativos e conseguiram de maneira clara e objetiva abordar os temas ambientais expondo suas concepções e contribuições sobre o problema. As mediações pedagógicas possibilitaram vê-los (os alunos) criando histórias coerentes e carregadas de significados, logo este foi um momento de falar, ouvir e escrever que possibilitou mútuas contribuições.

Ao final, as redações foram fixadas no Varal da Química (Figura 1), onde permaneceram em exposição no pátio do colégio. O Varal da Química é uma metodologia adaptada dos varais de poesias utilizados no ensino de artes e línguas, conforme os relatos de Fernandes [12] e, cada vez mais, explorados em atividades do ensino de ciências, como mostra os trabalhos de Osório [13] e Gefune [14]. As três melhores redações, uma de cada turma, foram selecionadas e os autores desses trabalhos foram contemplados com livros, camisetas e vidrarias de laboratório, como forma de incentivo à leitura e ao desenvolvimento das habilidades demonstradas nesta atividade.



Figura 1. Exposição dos trabalhos no Varal da Química

2.1.2 Concurso de Caricaturas de Cientistas

O ano de 2011 foi considerado o Ano Internacional da Química e o centenário do 2º Prêmio Nobel concedido a Marie Curie. Visando celebrar as conquistas da Química e as contribuições desta ciência para o bem-estar da sociedade, o PIBID/Química propôs aos alunos do colégio uma pesquisa sobre a biografia de 25 cientistas que contribuíram para o desenvolvimento desta ciência. A concepção acerca da imagem dos cientistas entre alunos de diferentes níveis escolares é objeto de estudo em várias pesquisas no ensino de ciências nos últimos anos. Em geral, essas investigações revelam uma imagem estereotipada do cientista, principalmente, quando se trata de crianças do Ensino Fundamental, como mostra o estudo feito por Zamunaro [11], onde nota-se que a imagem do cientista difundida pelos meios de comunicação constrói uma visão distorcida do profissional, resumindo a atividade científica somente a grandes descobertas. Em sala de aula não é diferente, visto que ainda prevalecem

as concepções que afastam o cientista da realidade dos alunos. Isso demonstra a importância de trazer para a sala de aula discussões sobre as representações construídas pelos alunos.

Desta forma, a partir da biografia dos cientistas, os alunos fizeram as caricaturas dos cientistas previamente pesquisados, elaborando representações que possibilitaram romper os estereótipos acerca da ciência e do cientista, evidenciando que estes foram pessoas comuns, que se dedicaram a estudar e, com isso, contribuíram na composição de um conjunto de conhecimentos historicamente acumulados na forma de uma linguagem que explica o mundo natural [15].

Além de acompanhar os alunos durante a pesquisa e na montagem das caricaturas, auxiliando-os quando necessário, os participantes do PIBID atuaram como jurados, selecionando as caricaturas mais originais e criativas (Figura 2), que seriam posteriormente expostas com a respectiva biografia no Varal da Química, onde ocorreria a socialização das atividades para a comunidade escolar.



Figura 2. Caricaturas dos cientistas elaborados pelos alunos do CE Professor Pedro Carli

A qualidade das representações feitas pelos alunos revela o potencial educativo desta forma de expressão das ideias, pois os alunos conseguiram representar suas concepções de maneira clara e com riqueza em detalhes. Sob este ponto de vista, os desenhos podem atuar como uma excelente estratégia nas aulas de Química, facilitando aprendizagens, revelando habilidades e motivando os alunos a expressar seus conhecimentos de acordo com a sua criatividade.

2.2 Mural do Dia Mundial da Água

No dia 22 de março comemora-se o Dia Mundial da Água, e para despertar nos alunos a consciência ambiental, bem como, ressaltar a importância da água para a sobrevivência e desenvolvimento dos diversos segmentos da sociedade, o PIBID/Química propôs aos alunos a montagem de um mural com textos ilustrados sobre aspectos químicos da água relacionados a sua importância, ao combate da poluição dos recursos hídricos, as consequências do desperdício da água e o processo de tratamento da água. Esta proposta teve o objetivo de desenvolver o estudo de conceitos químicos relacionando-os a um tema transversal, no caso a água, e promover processos formativos na escola que reflitam e sistematizem o conhecimento advindo da realidade do aluno. Com isso oportunizou-se discussões de problemas e a utilização das sugestões dos alunos na geração de novos debates. Nesta atividade, os alunos trouxeram suas experiências de casa, do bairro e/ou dos espaços onde vivem. A partir destas problematizações, os alunos foram orientados pelos participantes do PIBID a sistematizar seus conhecimentos em textos e frases conscientizadoras que posteriormente foram ilustradas pelos próprios alunos. A referente atividade gerou discussões produtivas, e a partir disso elaboraram cartazes que foram expostos em mural da sala de aula (Figura 3)

para visitação de outras turmas. Outro ponto considerado importante foi a oportunidade de discutir aspectos ligados a realidade do aluno, o que promove as reflexões sobre as ações individuais e coletivas, valorizando a troca de experiências entre os alunos e os participantes do PIBID, que ao mediar estas situações, vivenciam diferentes realidades reunidas no espaço escolar.



Figura 3. Mural do Dia Mundial da Água montado pelos alunos

2.3 Confecção e Aplicação de Jogos Didáticos

Um tópico amplamente discutido no ensino de Química é a grande dificuldade que os alunos enfrentam na aprendizagem dos conteúdos da disciplina. É nesse contexto que os jogos didáticos ganham espaço como uma ferramenta capaz de despertar o interesse dos alunos, envolvendo-os num processo ativo de ensino e aprendizagem inovador, que atribui significado aos conceitos trabalhados a partir do jogo. De maneira geral, os jogos didáticos propiciam o cooperativismo, a socialização e possibilitam o desenvolvimento de habilidades e valores importantes para a formação do aluno cidadão. Os professores podem utilizar estas metodologias como forma de abordar determinados conteúdos e propiciar aos alunos a oportunidade de resolverem problemas, avaliar e elaborar a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos envolvidos [16].

Assim, os pibidianos elaboraram alguns jogos didáticos que abordam os conteúdos relacionados as funções orgânicas e inorgânicas. Os jogos, “Trilha Química (funções orgânicas)”, “Bingo Químico (elementos químicos)” e “QuíMico (funções inorgânicas)” (Figura 4) foram desenvolvidos a partir de adaptações dos trabalhos relatados por Lima [17], que reúne diversos jogos didáticos desenvolvidos para o ensino de Química. Estes jogos foram confeccionados pelos próprios bolsistas, que fizeram uso de materiais acessíveis e de baixo custo para a montagem das cartas, como cartolinas e canetas coloridas, por exemplo. A elaboração dos jogos fundamentou-se no trabalho de Cunha [18] que subsidia discussões que norteiam a criação, desenvolvimento e utilização de jogos didáticos como metodologias para o ensino de Química. Desta forma, os jogos elaborados contaram com regras e objetivos definidos, o que leva os alunos a estabelecer relações mais abrangentes entre o jogo e o conteúdo, viabilizando que estes sejam melhor explorados em sala de aula, conforme orienta Cunha [18]. A aplicação destes jogos em sala de aula envolveu os alunos das turmas do 1º e do 3º anos. Divididos em grupos de 3 a 4 integrantes, esses alunos participaram das ações propostas, e através do jogo conseguiram desenvolver estratégias de resolução de problemas, na tomada de decisões e na socialização dos conhecimentos, visto que auxiliavam os demais



Figura 4. Jogos didáticos confeccionados pelos bolsistas do PIBID/Química

colegas a encontrar respostas para as questões que surgiam no decorrer do jogo. Um aspecto importante foi o papel dos licenciandos que fizeram intervenções no jogo quando necessário, pois é nesses momentos que os alunos estão aptos a refletir sobre os conceitos em questão. Com isso, o professor consegue diagnosticar as dificuldades dos alunos e trabalhar para minimizá-las. De modo geral, os alunos demonstraram grande interesse na atividade discutindo e trocando ideias, favorecendo uma aprendizagem significativa e espontânea e a utilização dos jogos didáticos possibilitou a aprendizagem de conceitos de uma forma motivadora para o aluno, colaborando nos processos de ensino e aprendizagem.

2.4 I Mostra Científica do Colégio

As Feiras de Ciências são eventos que ocorrem em locais onde os alunos expõem e discutem os projetos que eles planejaram e executaram, divulgando os resultados de suas investigações. Para o desenvolvimento destas atividades, os alunos precisam buscar, investigar e interpretar informações, sistematizando-as para comunicá-los aos demais. Desta forma, eles vivenciam o princípio da pesquisa, buscando soluções técnicas e metodológicas para o problema em questão [19]. Com isso, o aluno torna-se um sujeito ativo de seu processo de aprendizagem, participando de maneira intensa na construção de seu próprio conhecimento, o que oportuniza um crescimento científico, cultural e social a este aluno. Em razão disto, as feiras de ciências têm ganhado cada vez mais espaço dentro das escolas, sejam estas públicas ou particulares, de Ensino Fundamental ou Médio.

Sob esta perspectiva, foi proposto aos alunos dos 2° e 3° anos da escola a organização da I Mostra Científica do colégio. Os alunos assumiram o desafio e para cumprir os objetivos, primeiramente visitaram as Feiras de Ciências de outros colégios da cidade a fim de vivenciar e trocar experiências sobre o planejamento e organização do evento. Feito isso, a realização da I Mostra Científica foi programada integralmente por esses alunos que contaram com a orientação do grupo PIBID e apoio da direção e equipe pedagógica do colégio.

A primeira edição do evento não contemplou um tema específico abrangendo trabalhos das diferentes áreas do conhecimento em ciências. Os alunos puderam fazer suas escolhas quanto ao projeto a ser apresentado. Durante a etapa de desenvolvimento dos projetos, os alunos traziam suas dificuldades aos membros do grupo PIBID, que os orientavam. Ao finalizar esta etapa, os alunos apresentaram os resultados no evento organizado. Durante a Mostra Científica, os alunos permaneciam junto a seus trabalhos explicando-os aos visitantes internos e externos, em virtude da grande repercussão na comunidade escolar. Por se tratar de uma mostra multidisciplinar, oportunizou-se o desenvolvimento e apresentação de projetos relacionados a temas transversais ao ensino de ciências, como a fonte de Heron (Figura 5a) e uma maquete que simulava uma cidade sustentável abastecida por energia eólica e

solar, como mostra a figura 5b. A realização da Mostra Científica no colégio foi um passo

Figura 5. Experimentos apresentados pelos alunos na I Mostra Científica do Colégio



(a)fonte de Heron (b)cidade sustentável

bastante importante para o ensino de ciências, pois em um primeiro momento proporcionou aos alunos o envolvimento com a pesquisa, a experimentação e habilidade de comunicação dos trabalhos para os colegas, familiares e convidados de outras instituições de ensino. Em um aspecto mais amplo, o envolvimento do aluno com a pesquisa é uma oportunidade de entender as etapas de construção do conhecimento científico, desenvolvendo a capacidade de entender, identificar problemas e intervir em sua realidade. Aos visitantes, foi uma oportunidade de ampliar os conhecimentos, visto que muitas vezes os saberes desenvolvidos na escola não saem muros afora.

Diante do sucesso da realização do evento, a oportunidade de organizá-lo é enriquecedora e contribui para o desenvolvimento da autoestima dos alunos, aqui caracterizados como organizadores. A realização da I Mostra Científica foi inédita na escola, sendo que os alunos participaram com empenho e entusiasmo, conforme evidenciado nos relatos abaixo:

“A I Mostra Científica foi uma inovação no colégio” (aluno do 3º ano).

“Com a I Mostra Científica pudemos conhecer mais a química e também a física e saber como é divertido mexer com isso” (aluno do 3º ano).

“Para mim foi o máximo, e um ponto positivo foi tomar conhecimento sobre o conteúdo de química e física de uma forma bem diferente. Um ponto negativo é que foi apenas uma Mostra que fizemos no ano, para mim eu acho que deveria ter mais” (aluno do 3º ano).

“O empenho, o esforço feito pelos alunos, a empolgação, a aprendizagem, a curiosidades das turmas, o interesse dos que estavam apresentando quanto dos visitantes foi muito bom” (aluno do 3º ano).

“A Mostra Científica é uma forma de descobrir novas experiências e demonstrá-las” (aluno do 3º ano).

“Com a I Mostra Científica pudemos aprender e nos informar mais, e também foi divertido” (aluno do 3º ano).

E a motivação dos alunos após a I Mostra Científica ficou evidente, pois quando questionados se participariam novamente, todos sem exceção, responderam que sim, como pode-se observar através de alguns depoimentos:

“Sim, pois gostei muito de participar” (aluno do 3º ano).

“Sim, e tentaria dar o melhor de mim” (aluno do 3º ano).

“Com certeza! Gostei muito, participaria quantas vezes fosse possível” (aluno do 3º ano).

“Mesmo sabendo que o próximo ano não estarei aqui, se estivesse faria sim, não só pela nota, mas por ser um tipo de atividade diferente” (aluno do 3º ano).

Como incentivo ao empenho dos alunos, foram premiados os autores dos três melhores trabalhos. A seleção destes foi realizada por uma comissão de professores convidados que se basearam em critérios de avaliação, como a criatividade, o pensamento científico, a minuciosidade e a clareza na exposição.

3 Contribuições do PIBID/Química no CE Prof. Pedro Carli

O desenvolvimento de atividades diferenciadas pelo grupo do PIBID resultou em contribuições significativas no rendimento escolar dos alunos na disciplina de química. Após a implementação do Projeto PIBID na escola em 2010, observou-se um aumento significativo no índice de aprovados na disciplina de química, de 68% (96 alunos dos três anos) em 2010 o índice passou para 87% (93 alunos dos três anos) em 2011, conforme mostram os dados obtidos dos registros em livros de classe do CE Prof. Pedro Carli, apresentados na Figura 6.

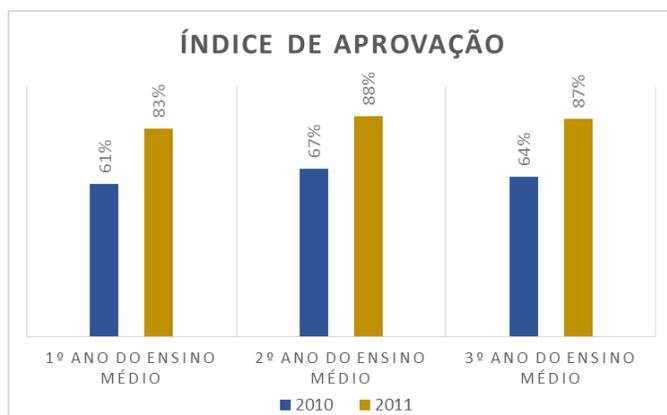


Figura 6. Percentual de aprovação em química por turma no período de 2010/2011.

O crescimento desses valores é resultado do envolvimento da equipe pedagógica, professores, e, também, dos alunos da escola em atividades do projeto PIBID/Química, que participavam sempre que foram propostas novas atividades a eles. Além destas atividades, a participação dos alunos dos três anos em aulas de monitoria (revisão de conteúdos, esclarecimento de dúvidas na resolução de exercícios) em período contraturno foi bastante satisfatória, contabilizando no acréscimo do índice de aprovação. Essas aulas eram um momento em que os alunos tinham atendimento personalizado para esclarecer tópicos não compreendidos em sala de aula.

A participação do grupo PIBID no CE Prof. Pedro Carli proporcionou uma abordagem no ensino de Química voltada à construção dos conhecimentos químico através de atividades diferenciadas, inserindo os alunos na cultura científica e na busca de relações entre a Química, a sociedade e a tecnologia. Outro aspecto positivo é a valorização dos licenciandos em Química dentro da escola, um espaço privilegiado para uma primeira aproximação entre o

saber e o fazer, oportunizando-os na construção de saberes inerentes ao exercício da docência. O desenvolvimento destas atividades possibilita não somente contribuições aos alunos, mas também ao licenciando, que ao se propor a colaborar nos processos de ensino e aprendizagem, é retribuído com ricas experiências que constroem sua identidade enquanto professor.

Ressalta-se que houve um acolhimento do projeto PIBID na escola, como pode ser observado pelo relato do diretor do Colégio Estadual Professor Pedro Carli-EFM, Elton Lange:

”Pelo segundo ano o projeto PIBID está sendo desenvolvido em nosso colégio. Para os alunos é de suma importância, uma vez que os estagiários inclusos no projeto ajudam tirando dúvidas, aprimorando assim o conhecimento que é o objetivo maior dos educandos. Gostaria de parabenizar a UNICENTRO e a todos os professores e alunos envolvidos neste brilhante projeto.”

4 Considerações Finais

Os textos e desenhos como metodologias de ensino denotam o potencial destas estratégias no ensino de Química, apontando para novas reflexões sobre o uso destas ferramentas em sala de aula. De maneira geral, o Varal da Química e Mural do Mundial Dia da Água foram atividades que despertaram o interesse dos alunos em aprender Química. Outro aspecto positivo foi a socialização do conhecimento, visto que as os conteúdos desenvolvidos em sala de aula expandem-se para fora dela, ampliando o acesso ao conhecimento e reforçando o papel da escola enquanto espaço de aprendizagem.

Com relação aos jogos didáticos, pode-se afirmar que ao inserir diferentes metodologias no cotidiano escolar, os processos de ensino e aprendizagem tornam-se mais dinâmicos, envolvendo os alunos em um processo ativo de construção do conhecimento, o que favorece a apropriação dos conteúdos. Nesse contexto, é fundamental considerar que o uso de atividades lúdicas contribui significativamente na aprendizagem.

A realização de I Mostra Científica foi uma experiência inovadora na escola. Observou-se bom engajamento e compromisso no desenvolvimento dos projetos por parte dos alunos. Aos alunos as contribuições foram mais abrangentes, visto que foram oportunizados a vivenciar a ciência como um todo, compreendendo as etapas que as compõe. Esta interação faz com que o aluno veja a ciência com um outro olhar, colaborando tanto nos processos de ensino e aprendizagem quanto na criticidade desse aluno, oportunizando que este veja o mundo onde vive de maneira diferente.

Via de regra, os resultados das atividades desenvolvida no âmbito do PIBID/Química, colocam em evidencia que a inserção de metodologias inovadores na escola tem impactos positivos no processo de ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, no desempenho escolar, promovendo não apenas o aprendizado e a apropriação dos conteúdos em química, mas também o desenvolvimento de habilidades e valores e atitudes dos alunos.

E por fim, ficou evidente a importância de uma formação dos docente que incentive os futuros professores a diversificar suas metodologias, dar significado aos conteúdos e propor atividades mais criativas, tornando as aulas mais dinâmicas e significativas aos alunos.

5 Agradecimentos

A CAPES pelo suporte financeiro, a UNICENTRO, aos alunos, a direção e a equipe pedagógica do CE Professor Pedro Carli.

Referências

- [1] Santos, C.M.R.G., Ferrari, M.A. Aprendizagem Ativa: Contextos e Experiências em Comunicação. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2017.
- [2] Arroio, A., Honório, K.M., Weber, K.C., Homem-d-Mello, P., Gambardella, M.T.P., Silva, A.B.F. O Show da Química: Motivando o Interesse Científico. Química Nova, vol.29, n.1, p. 173-178, 2006.
- [3] Soares, M.H.F.B.; Okumura, F., Cavaleiro, T.G. Proposta de um jogo didático para ensino do conceito de equilíbrio químico. Química Nova na Escola, n. 18, p. 13-17, 2003.
- [4] Brasil. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio, MEC/SEMTEC – Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Brasília, MEC/SEMTEC, 1999.
- [5] Filho, F. S. L., Cunha, F. P., Carvalho, S. F., Soares, M.F.C. A Importância do Uso de Recursos Didáticos Alternativos no Ensino de Química: Uma Abordagem Sobre Novas Metodologias. Enciclopédia Biosfera. Centro Científico Conhecer - Goiânia, vol.7. n.12, p. 168, 2011.
- [6] Santos, A.P.B., Michel, R.C. Vamos Jogar uma Suequímica? Química Nova na Escola, v. 31, n. 3, p. 179-183, 2009.
- [7] Garcez, E.S.C., Soares, M.H.F.B. Um Estudo do Estado da Arte Sobre a Utilização do Lúdica em Ensino de Química. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. Vol.17, n. 1, p. 183–214, 2017.
- [8] Brasil. Ministério da Educação. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência. Brasília, 2007.
- [9] Takata, N.H., Bochnia, L.P., Chagas, N.V. Contribuições do Projeto PIBID na Formação do Licenciando em Química. In: Beckmann, K.W., Tembil, M.T. Formação de Professores: Contribuições do PIBID. Guarapuava: Ed. UNICENTRO, 79-90, 2014.
- [10] Ferrarezi, S.T., Grando, R.C. Matemática e Fotonovela: Conexões Possíveis para Jovens Alunos. Curitiba: Appris, 2016.
- [11] Zamunaro, A.N.B.R. Representações de Ciência e Cientista dos Alunos do Ensino Fundamental. 130 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2002.
- [12] Fernandes, V.L.P. A Criatividade no Ensino de Ciências: Da Reprodução à Inclusão. Curitiba: Appris, 2016.
- [13] Osório, T.R., Fonseca, T.M., Lima, B.M., Silveira, I.A.M., Pazinato, M.S., Sudati, J.H. A Oficina Temática “Planeta Água?” como Ferramenta para o Ensino de Ciências da Natureza. Encontro de Debates Sobre o Ensino de Química. Santa Cruz do Sul: 2014.
- [14] Gefune, T.O., Santos, I.M., Anjos, E.A., Arend, K. Varal do Lixo: Uma Abordagem Intrigante em uma Instituição de Ensino Técnico. Semana de Ensino Pesquisa e Extensão. Araquari: 2016.

- [15] Chassot, A.I. Alfabetização Científica – Questões e Desafios para a Educação. Ijuí: Editora Unijuí, 3 ed. 2003.
- [16] Smole, K.S., Diniz, M.I., Cândido, P. Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática. São Paulo: Artmed, 150 p, 2017.
- [17] Lima, E.C., Mariano, D.G., Pavan, F.M., Lima, A.A., Arçari, D.P. Uso de Jogos Lúdicos Como Auxílio Para o Ensino de Química, Educação em Foco, 3 ed., 2011.
- [18] Cunha, M.B. Jogos no Ensino de Química: Considerações Teóricas para sua Utilização em Sala de Aula. Química Nova na Escola, vol. 34, n. 2, p. 92-98, 2012.
- [19] Hartmann, A.M., Zimmermann, E. Feira de Ciências: A Interdisciplinaridade e a Contextualização em Produções de Estudantes de Ensino Médio. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Florianópolis: 2000.

Propriedades trigonométricas em triângulos Pitagóricos

Trigonometric properties on Pythagorean triangles

Maurício de Araujo Ferreira

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS, Feira de Santana, BA
maferreira@uefs.br

Calebe Miranda da Silva

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS, Feira de Santana, BA
calfeiranova@hotmail.com

Resumo: O objetivo central deste artigo é mostrar que não existe um triângulo retângulo com lados e ângulos (em graus) inteiros. O célebre Teorema de Pitágoras estabelece que os lados de um triângulo retângulo satisfazem a equação $a^2 + b^2 = c^2$. Uma terna de números inteiros (a, b, c) satisfazendo essa equação é chamada de Tripla Pitagórica. Propriedades trigonométricas dos ângulos agudos desses triângulos motivam a definição de ângulos pitagóricos, que são ângulos tais que o seno e o cosseno são racionais. É mostrado que os únicos ângulos pitagóricos com medida inteira em graus são múltiplos de 90° . A demonstração dada aqui é elementar e utiliza apenas relações trigonométricas e divisibilidade, podendo ser apresentada para um estudante de nível médio. Por fim, mostra-se que o conjunto dos ângulos pitagóricos é denso na reta real.

Palavras-chave: Triplas pitagóricas; ângulos pitagóricos; trigonometria.

Abstract: The aim of this paper is to prove that there is no right-angled triangle with integers sides and integers angles (in degrees). The famous Pythagorean Theorem states that the sides of a right triangle satisfy the equation $a^2 + b^2 = c^2$. A triple of integers (a, b, c) satisfying this equation is called a Pythagorean Triple. Trigonometric properties of the acute angles of these triangles motivate the definition of Pythagorean angles, which are angles that the sine and the cosine are rational. It is shown that the only Pythagorean angles with integer measure in degrees are multiples of 90. The demonstration given here is elementary and uses only trigonometric relations and divisibility, and can be presented to a middle-level student. Finally, it is shown that the set of Pythagorean angles is dense in the real line.

Key words: Pythagorean Theorem; pythagorean angles; trigonometry.

1 Introdução

Conforme Boyer [1], os babilônios, no período entre 1900 e 1600 a.E.C., já conheciam o fato de que em um triângulo retângulo, a soma do quadrado das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa. A tabuleta de argila Plimpton 322 (ver [2]), que foi escrita neste período, possuem sequências de números inteiros satisfazendo essa propriedade. Entretanto, a tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta

independente do teorema sobre triângulos retângulos hoje universalmente conhecidos pelo seu nome: Teorema de Pitágoras. Acredita-se que a primeira demonstração geral do teorema pode ter sido dada por Pitágoras. As ternas de números inteiros positivos (a, b, c) que satisfazem a equação

$$a^2 + b^2 = c^2$$

são denominadas *triplas ou ternas pitagóricas*. Estas correspondem aos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo de lados inteiros pelo Teorema de Pitágoras, como ilustrado na Figura 1. Exemplos de ternas pitagóricas são $(3, 4, 5)$ e $(8, 15, 17)$. Triplas pitagóricas satisfazem propriedades interessantes: se (a, b, c) é uma tripla pitagórica, então a , b ou c é sempre múltiplo de 5 e ab é múltiplo de 6. Para demonstrações, ver [3].

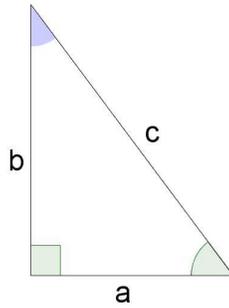


Figura 1. Triângulo retângulo.

Nota-se que se (a, b, c) é uma tripla pitagórica, então (ka, kb, kc) também é uma tripla pitagórica para todo inteiro k . Neste caso, os triângulos retângulos associados (a, b, c) e (ka, kb, kc) são semelhantes, isto é, tem os mesmos ângulos internos. Também, se existir um primo p tal que $p \mid \text{mdc}(a, b)$, tem-se que $p \mid (a^2 + b^2) = c^2$, logo $p \mid c$. Assim, $\left(\frac{a}{p}, \frac{b}{p}, \frac{c}{p}\right)$ também é uma tripla pitagórica. Chega-se à mesma conclusão se $p \mid \text{mdc}(a, c)$ ou $p \mid \text{mdc}(b, c)$. Este fato motiva a definição de *tripla pitagórica primitiva*, que é uma tripla pitagórica (a, b, c) cujos termos são dois a dois primos entre si. Note que a e b tem paridades distintas e c é sempre ímpar.

O Teorema 1.1 abaixo fornece uma fórmula geral para ternas pitagóricas primitivas. Para demonstração ver [3].

Teorema 1.1 *A terna (a, b, c) é uma terna pitagórica primitiva com a par se, e somente se, são da forma*

$$a = 2mn, \quad b = m^2 - n^2 \quad c = m^2 + n^2.$$

com $\text{mdc}(m, n) = 1$ e m e n de paridades distintas.

Segue do Teorema 1.1 que existem infinitas ternas pitagóricas primitivas, isto é, existem infinitos triângulos retângulos com lados inteiros que não são semelhantes entre si. Na seção 2 serão estudadas propriedades dos ângulos internos desses triângulos, e na seção 3, mostra-se um resultado mais geral sobre a infinitude das triplas pitagóricas primitivas, a saber, o conjunto dos ângulos pitagóricos é denso em \mathbb{R} .

2 Ângulos pitagóricos

Um triângulo retângulo com lados inteiros positivos a, b e c é dito um triângulo pitagórico. Considere o triângulo pitagórico como na Figura 2. Note que $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ e $\cos \alpha = \frac{b}{c}$. Assim, ambos $\cos \alpha$ e $\sin \alpha$ são números racionais. Essa propriedade motiva a definição de ângulo pitagórico. Um número real α é dito um ângulo pitagórico se $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ são números racionais.

Note que $\alpha = k\frac{\pi}{2}$ é um ângulo pitagórico para todo inteiro k , pois $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ assume valores $-1, 0$ ou 1 .

Se (a, b, c) é uma terna pitagórica, então os ângulos agudos internos do triângulo retângulo de lados a, b e c , como na Figura 2, é pitagórico. De fato, $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{a}{c}$ e $\cos \alpha = \sin \beta = \frac{b}{c}$. Em particular, os ângulos internos do triângulo pitagórico de lados 3, 4 e 5 são ângulos pitagóricos.

Tem-se que $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{3}$ não são ângulos pitagóricos pois $\cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, que são números irracionais.

Observa-se que se um ângulo agudo α é pitagórico, tem-se que α é um dos ângulos internos de um triângulo pitagórico. De fato, se $\sin \alpha = \frac{a}{b}$ e $\cos \alpha = \frac{c}{d}$, com a, b, c e d inteiros, então, da relação $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, tem-se $(\frac{a}{b})^2 + (\frac{c}{d})^2 = 1$. Segue que $(ad)^2 + (bc)^2 = (bd)^2$. Como pode-se escrever $\sin \alpha = \frac{ad}{bd}$ e $\cos \alpha = \frac{bc}{bd}$, conclui-se que α é um dos ângulos internos do triângulo de catetos ad e bc e hipotenusa bd .

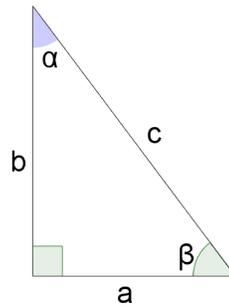


Figura 2. Triângulo retângulo e ângulos pitagóricos agudos.

Proposição 2.1 *Seja $\alpha \in \mathbb{R}$. Então:*

- (i) α é um ângulo pitagórico se, e somente se, o seu complementar $\frac{\pi}{2} - \alpha$ é ângulo pitagórico.
 - (ii) α é um ângulo pitagórico se, e somente se, $k\pi \pm \alpha$ é ângulo pitagórico. Em particular, α é um ângulo pitagórico se, e somente se, o seu suplementar é ângulo pitagórico.
- (i) Seja $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Note que $\sin \alpha = \cos \beta$ e $\cos \alpha = \sin \beta$ (ver Figura 3). Logo α é ângulo pitagórico se, e somente se, β é ângulo pitagórico.

(ii) Seja $\theta = k\pi \pm \alpha$. Tem-se que α e θ tem os mesmos senos e cossenos a menos de sinal. Assim, α é ângulo pitagórico se, e somente se, θ é ângulo pitagórico. Por fim, note que o suplementar de α é $\pi - \alpha$.

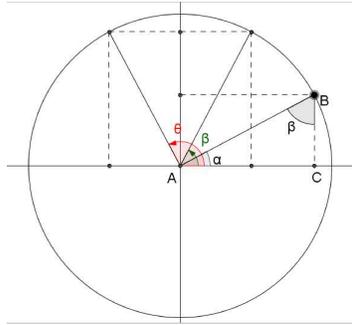


Figura 3. Ângulo complementar e ângulo suplementar.

Proposição 2.2 Se α e β são ângulos pitagóricos, então $\alpha + \beta$ e $\alpha - \beta$ são ângulos pitagóricos.

Suponha que α e β são ângulos pitagóricos. Então pode-se escrever $\text{sen } \alpha = \frac{a_1}{c_1}$, $\text{cos } \alpha = \frac{b_1}{c_1}$, $\text{sen } \beta = \frac{a_2}{c_2}$ e $\text{cos } \beta = \frac{b_2}{c_2}$, com $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ inteiros. Assim tem-se

$$\begin{aligned} \text{sen}(\alpha + \beta) &= \text{sen } \alpha \text{cos } \beta + \text{cos } \alpha \text{sen } \beta \\ &= \frac{a_1 b_2}{c_1 c_2} + \frac{b_1 a_2}{c_1 c_2} \\ &= \frac{a_1 b_2 + b_1 a_2}{c_1 c_2}. \end{aligned}$$

Da mesma forma, tem-se

$$\begin{aligned} \text{cos}(\alpha + \beta) &= \text{cos } \alpha \text{cos } \beta - \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \\ &= \frac{b_1 b_2}{c_1 c_2} - \frac{a_1 a_2}{c_1 c_2} \\ &= \frac{b_1 b_2 - a_1 a_2}{c_1 c_2}. \end{aligned}$$

Logo $\text{sen}(\alpha + \beta)$ e $\text{cos}(\alpha + \beta)$ são racionais, portanto $\alpha + \beta$ é um ângulo pitagórico. Da mesma forma,

$$\begin{aligned} \text{sen}(\alpha - \beta) &= \text{sen } \alpha \text{cos}(-\beta) + \text{cos } \alpha \text{sen}(-\beta) \\ &= \text{sen } \alpha \text{cos } \beta - \text{cos } \alpha \text{sen } \beta \\ &= \frac{a_1 b_2}{c_1 c_2} - \frac{b_1 a_2}{c_1 c_2} \\ &= \frac{a_1 b_2 - b_1 a_2}{c_1 c_2}. \end{aligned}$$

Também,

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos(-\beta) - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen}(-\beta) \\ &= \cos \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \\ &= \frac{b_1}{c_1} \frac{b_2}{c_2} + \frac{a_1}{c_1} \frac{a_2}{c_2} \\ &= \frac{b_1 b_2 + a_1 a_2}{c_1 c_2}. \end{aligned}$$

Logo $\operatorname{sen}(\alpha - \beta)$ e $\cos(\alpha - \beta)$ são racionais, portanto $\alpha - \beta$ é um ângulo pitagórico.

Proposição 2.3 *Se α é um ângulo pitagórico, então $n\alpha$ é ângulo pitagórico para todo $n \in \mathbb{Z}$.*

O caso $n \geq 0$ é feito por indução em n . Para $n = 0$ ou $n = 1$ não há nada o que fazer. Suponhamos que a proposição é válida para $n = k$, isto é, $k\alpha$ é pitagórico. Como, $(k+1)\alpha = k\alpha + \alpha$, segue da Proposição 2.2 que $(k+1)\alpha$ é pitagórico. Portanto, $n\alpha$ é ângulo pitagórico para todo inteiro positivo n .

Suponhamos agora $n < 0$. Note que $\cos(n\alpha) = \cos(-n\alpha)$ e $\operatorname{sen}(n\alpha) = -\operatorname{sen}(-n\alpha)$. Como $-n > 0$, tem-se pelo caso anterior que $\cos(-n\alpha)$ e $-\operatorname{sen}(-n\alpha)$ são números racionais, logo $\cos(n\alpha)$ e $\operatorname{sen}(n\alpha)$ também são racionais. Portanto, $n\alpha$ é ângulo pitagórico.

Os únicos ângulos pitagóricos α° com α sendo um número inteiro são os múltiplos de 90° . Pelo Exemplo 2 os múltiplos de 90° são ângulos pitagóricos. Deve-se mostrar que os ângulos que não são múltiplo de 90° não são ângulos pitagóricos. Pela Proposição 3, podemos supor sem perda de generalidade que $0 \leq \alpha \leq 45$, pois todos os demais ângulos podem ser escritos da forma $k\pi \pm \alpha$ ou $k\pi - (\frac{\pi}{2} - \alpha)$ com k inteiro e $0 \leq \alpha \leq 45$.

Pelo Exemplo 2 tem-se que 30° , 45° e 60° não são pitagóricos. Assim pela Proposição 2.3 tem-se que os divisores inteiros de 30° , 45° e 60° não são ângulos pitagóricos. Ou seja, os ângulos 1° , 2° , 3° , 4° , 5° , 6° , 9° , 10° , 12° , 15° , 20° , 30° e 45° não são pitagóricos. Aplicando a Proposição 2.1, concluímos que 150° , 135° , 120° , 210° , 240° e 330° não são ângulos pitagóricos. Portanto seus divisores inteiros também não são pitagóricos. Assim, concluímos que 7° , 8° , 11° , 14° , 16° , 21° , 22° , 24° , 25° , 27° , 33° , 35° , 40° e 42° não são pitagóricos, pois 25° é divisor de 150° ; 27° é divisor de 135° ; 8° e 24° são divisores de 120° ; 7° , 14° , 21° , 35° e 42° são divisores de 210° ; 11° , 22° e 33° são divisores de 330° , e 16° e 40° são divisores de 240° .

Aplicando novamente a Proposição 2.1 com os ângulos obtidos no parágrafo anterior, tem-se que 88° não é ângulo pitagórico, pois é complementar de 2° . Portanto podemos concluir que seus divisores não são ângulos pitagóricos, isto é, 44° também não é ângulo pitagórico por ser divisor 88. Com o mesmo argumento vamos indicar quais ângulos α não são pitagóricos com $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, observe a Tabela 1.

Para concluir a demonstração, pela Tabela 1 resta verificar que os ângulos 18° e 36° não são ângulos pitagóricos. Vamos calcular o seno e cosseno dos ângulos de 18° e 36° . Para este cálculo usaremos como referência [4]. A demonstração será refeita aqui para tornar o trabalho tão auto suficiente quanto possível.

Considere o triângulo isósceles ABC como da Figura 4 com $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$ e $\widehat{BAC} = 36^\circ$. Traçando a bissetriz CD de \widehat{ACB} , podemos calcular todos os ângulos da figura. Como os triângulos CDB e CDA são isósceles, temos $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ e, como os triângulos CDB e ABC são semelhantes, temos

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}},$$

Tabela 1. Ângulos não pitagóricos

α	Complementar de α	Divisores do complementar de α	Novos ângulos não pitagóricos
2°	88°	1, 2, 4, 8, 11, 22, 44 e 88	44°
3°	87°	1, 3, 29 e 87	29°
4°	86°	1, 2, 43 e 86	43°
5°	85°	1, 5, 17 e 65	17°
6°	84°	1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28,42 e 84	28°
8°	82°	1, 2, 41 e 82	41°
12°	78°	1, 2, 3, 6, 13, 26, 39 e 78	$13^\circ, 26^\circ$ e 39°
14°	76°	1, 2, 4, 19, 38 e 76	19° e 38°
16°	74°	1, 2, 37 e 74	37°
21°	69°	1, 3, 23 e 69	23°
22°	68°	1, 2, 4, 17, 34 e 68	34°
26°	64°	1, 2, 4, 16, 32 e 64	32°
28°	62°	1, 2, 31 e 62	31°

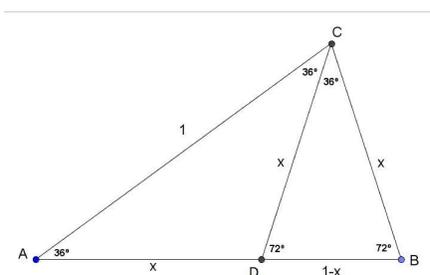


Figura 4. Triângulo isósceles

isto é,

$$\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x},$$

o que nos leva a equação do quadrática $x^2 + x - 1 = 0$, cuja as soluções são $x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ e $x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$. Logo $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, por ser a única solução positiva.

Traçando a altura AH do triângulo isóscele ABC (Figura 5), temos $\text{sen } 18^\circ = \frac{HB}{AB} = \frac{x}{2}$, ou seja,

$$\text{sen } 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}.$$

Pela relação fundamental $\text{sen}^2 18^\circ + \text{cos}^2 18^\circ = 1$, concluímos que

$$\text{cos } 18^\circ = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}.$$

Portanto o ângulo 18° não é pitagórico.

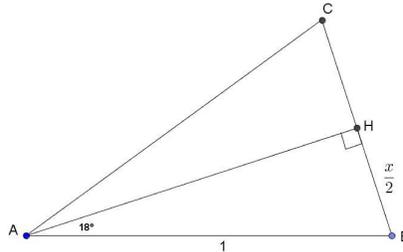


Figura 5. Altura AH do triângulo isósceles ABC .

Podemos agora calcular o seno de 36° pela fórmula $\text{sen } 2\theta = 2\text{sen } \theta \cos \theta$. De fato,

$$\begin{aligned} \text{sen } 36^\circ &= \frac{2(\sqrt{5} - 1)}{4} \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}. \end{aligned}$$

Pela relação fundamental $\text{sen}^2 36^\circ + \text{cos}^2 36^\circ = 1$, obtemos

$$\text{cos } 36^\circ = \frac{\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}{4}.$$

Portanto o ângulo 36° também não é pitagórico.

3 Densidade dos ângulos pitagóricos em \mathbb{R}

Já vimos que o conjunto dos ângulos pitagóricos é infinito. Nesta seção vamos obter um resultado mais geral, a saber, mostraremos que entre quaisquer dois números reais existe sempre um ângulo pitagórico.

Um subconjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ é dito denso, se para todo intervalo $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$ existe $c \in A$ tal que $c \in (a, b)$. Exemplos de conjuntos densos em \mathbb{R} são o conjunto dos racionais \mathbb{Q} e o conjunto dos irracionais $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (ver [5, Teorema 4]).

O conjunto dos ângulos pitagóricos é denso em \mathbb{R} .

Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$. Por simplificação, podemos supor que $a, b \in (0, \pi/2)$. O resultado geral segue por simetria no ciclo trigonométrico. Considere a função

$$f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}, \text{ definida por } f(x) = \frac{\text{sen } x + 1}{\text{cos } x}.$$

Note que f é crescente pois $f(x) = \text{tg } x + \text{sec } x$ e ambas as funções tangente e secante são crescentes no intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$. Logo, f é injetiva. O conjunto imagem da função f é $\text{Im}(f) = (0, +\infty)$. Assim, f tem inversa crescente que é dada por

$$g : (0, +\infty) \rightarrow \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \text{ definida por } g(x) = \text{arctg} \left(\frac{x^2 - 1}{2x}\right),$$

pois

$$\begin{aligned}
 g \circ f(x) &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\left(\frac{\operatorname{sen} x + 1}{\cos x} \right)^2 - 1}{2 \left(\frac{\operatorname{sen} x + 1}{\cos x} \right)} \right) \\
 &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{\operatorname{sen}^2 x + 2\operatorname{sen} x + 1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{2\operatorname{sen} x + 2}{\cos x}} \right) \\
 &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{sen}^2 x + 2\operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x}{(2\operatorname{sen} x + 2) \cos x} \right) \\
 &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{sen} x (2\operatorname{sen} x + 2)}{\cos x (2\operatorname{sen} x + 2)} \right) \\
 &= \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) \\
 &= x.
 \end{aligned}$$

Para o cálculo de $f \circ g(x)$, note que para $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, tem-se que

$$f(x) = \operatorname{tg} x + \sec x = \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}.$$

Assim,

$$\begin{aligned}
 f \circ g(x) &= \frac{x^2 - 1}{2x} + \sqrt{1 + \left(\frac{x^2 - 1}{2x} \right)^2} \\
 &= \frac{x^2 - 1}{2x} + \sqrt{\frac{4x^2 + x^4 - 2x^2 + 1}{4x^2}} \\
 &= \frac{x^2 - 1}{2x} + \frac{x^2 + 1}{2x} \\
 &= x.
 \end{aligned}$$

Como f é crescente, tem-se que $f(a) < f(b)$. Como \mathbb{Q} é denso em \mathbb{R} então existe $c \in \mathbb{Q}$ tal que $f(a) < c < f(b)$. Aplicando g , que também é crescente, obtém-se $a < g(c) < b$. Resta verificar que $g(c)$ é um ângulo pitagórico. Mas $\operatorname{tg}(g(c)) = \frac{c^2 - 1}{2c}$. Então $\operatorname{sen}(g(c)) = \frac{c^2 - 1}{c^2 + 1}$ e $\operatorname{cos}(g(c)) = \frac{2c}{c^2 + 1}$. Como c é racional, conclui-se que $\operatorname{sen}(g(c))$ e $\operatorname{cos}(g(c))$ também são racionais. Portanto, $g(c)$ é ângulo pitagórico.

4 Conclusão

Conclui-se a partir do Teorema 2 que não existe um triângulo retângulo com lados e ângulos (em graus) inteiros. Por outro lado, obtém-se do Teorema 3 que existem infinitos ângulos pitagóricos e mais ainda, estes formam um conjunto denso na reta real. Isto significa que dado qualquer intervalo aberto $(a, b) \subset (0, \pi/2)$ existe um triângulo pitagórico tal que um dos seus ângulos agudos (ângulo pitagórico) pertence ao intervalo (a, b) . Mais ainda, a função g no supracitado teorema fornece uma fórmula para obtenção de ângulos pitagóricos. Entretanto, verifica-se que não é conhecida uma apresentação simples para os ângulos pitagóricos, como por exemplo os ângulos inteiros (quando medidos em graus), conforme visto no Teorema 2. Seria interessante se obter uma descrição completa dos ângulos pitagóricos.

Referências

- [1] BOYER, C. B., **História da matemática**. Trad. Elza F. G. Sao Paulo: Edgard Blucher, 1974.
- [2] Columbia University Libraries. **History of Science, Mathematics, Technology, # 158**. Disponível em: <<http://www.columbia.edu/cu/lweb/eresources/exhibitions/treasures/html/158.html>> Acesso em: 10 de novembro de 2017.
- [3] MOREIRA, C. G. T. A., **Tópicos de teoria dos números**, Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- [4] CARMO, M.P.; Morgado, A. C.; Wagner, E., **Trigonometria/ Números Complexos** - 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
- [5] LIMA, E. L. **Curso de Análise**. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002. Vol. 1.

Funções: construindo conceitos a partir da análise gráfica

Functions: constructing concepts from graphical analysis

Diego Souza da Silva

Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, RS
diego.edy@hotmail.com

João Roberto Lazzarin

Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, RS
joaolazzarin@gmail.com

Resumo: O objetivo deste trabalho foi verificar como uma prática pedagógica baseada na construção e interpretação de gráficos durante o processo de ensino de funções facilita a aprendizagem e provê de significado o conceito de função. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, realizada por meio de oficinas sobre funções, aplicada a 12 alunos do 3° ano do Ensino Médio de uma escola estadual do Rio Grande do Sul. Na sequência didática desenvolvida empregou-se, em cada etapa, a abordagem visual dos diversos conceitos e definições relativas a funções, por meio dos esboços de gráficos e de construções dinâmicas, realizadas com o software livre GeoGebra. Também foram levantadas algumas das dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, e uma sequência de atividades que explora os principais conceitos inerentes a funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas foi proposta, a partir da modelagem e resolução de problemas reais.

Palavras-chave: ensino-aprendizagem de funções; análise gráfica; geoGebra.

Abstract: The objective of this work was to verify how a pedagogical practice based on the construction and interpretation of graphs during the teaching process of functions facilitates the learning and provides meaning to the concept of function. It is a qualitative research carried out through workshops about functions, applied to 12 students of the 3rd year of High School, of a public school of Rio Grande do Sul. In the didactic sequence developed, at each stage, the visual approach of the various concepts and definitions related to functions was used, through graphic sketches and dynamic constructions, performed with GeoGebra free software. Some of the difficulties encountered in the teaching-learning process of Mathematics were also raised, and a sequence of activities that explores the main concepts inherent to linear, quadratic, exponential and logarithmic functions was proposed, from the modeling and resolution of real problems.

Key words: teaching-learning functions; graphical analysis; geoGebra.

1 Introdução

A Matemática faz parte da evolução humana e é utilizada nas mais diversas áreas de atuação do homem, ou mesmo nas atividades mais simples do cotidiano, inserindo-se de

forma definitiva na vida das pessoas, tornando sua presença na educação escolar cada vez mais necessária para a evolução científica e produção de novos saberes.

De acordo com [1], na escola, em função da maneira como muitas vezes é abordada, como uma ciência fragmentada e isolada, a Matemática se distancia de seus significados e objetivos previstos para o Ensino Fundamental e Médio. Para mudar essa realidade se faz necessária uma reflexão profunda por parte dos educadores matemáticos no sentido de reverter essa apatia metodológica que se constata no ensino dessa ciência.

No entanto, percebe-se, no contato com artigos publicados em revistas da área, nos trabalhos apresentados em congressos e em publicações atuais, que o ensino da Matemática passa por um processo de reformulação. Novas metodologias de ensino são exigidas para dar conta de uma visão diferenciada sobre o papel do educador, cuja principal missão será desenvolver novas posturas pedagógicas que, em vez da transferência de conteúdos prontos, acentuam a interação do aluno com o objeto de estudo.

Especificamente, ao se tratar do estudo de funções matemáticas, sabe-se que o conceito de função e os desenvolvimentos relacionados a ele são bases para a abordagem dos mais diversos tipos de problemas científicos e estão presentes no estudo de diversos outros conteúdos em matemática, do nível básico ao superior, vários trabalhos tais como [2, 3], retratam esse assunto. A aprendizagem desse objeto matemático é essencial para o aluno de nível médio, uma vez que o principal objetivo nesta fase é o desenvolvimento de sua capacidade em descrever e estudar fenômenos da realidade, de modo a se tornar capaz de entendê-los, construir diagnósticos e previsões tornando-se apto a intervir propositivamente em seu cotidiano.

Porém cabe salientar que, as dificuldades na aprendizagem de funções não se apresentam de forma superficial, ao contrário, são por vezes inerentes à álgebra, à interpretação e a outros conceitos subsidiários. As trocas conceituais ou conceitos mal construídos, as falhas nas representações e respectivas transformações e os significados contraditórios atribuídos a conceitos ao tratar das funções matemáticas, revelam a necessidade de ações que vão além da mera transmissão de saberes fragmentados e dissociados da realidade dos educandos.

Desta forma, o objetivo geral deste trabalho foi verificar como uma prática pedagógica baseada na construção e interpretação de gráficos durante o processo de ensino de funções facilita a aprendizagem e mune de significado tal conceito. Na próxima seção apresenta-se uma síntese dos fundamentos conceituais que embasaram esta pesquisa. Posteriormente, relata-se e discute-se os resultados obtidos por meio da aplicação e avaliação de uma sequência didática, aplicada a uma turma de 3º ano do Ensino Médio, que, durante a introdução e o desenvolvimento do estudo de funções, deu o enfoque principal à abordagem visual que se pode fazer dos diversos conceitos e definições relativas às funções, possibilitada por meio dos esboços de gráficos e de construções dinâmicas realizadas com o software GeoGebra, junto a atividades que visaram a resolução de problemas reais.

2 Fundamentos Conceituais

O Ensino Médio tem reunido alguns dos piores indicadores da educação brasileira. É nessa etapa da educação básica que se concentram as maiores taxas de abandono escolar e também as notas mais baixas no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), índice que mede a qualidade de nossas escolas. Quanto à Matemática, dados apresentados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) [4], revelam que as proficiências médias em matemática caíram no Ensino Médio pela segunda

vez consecutiva, sendo que resultados anteriores apontaram que apenas 10,3% dos alunos brasileiros terminam o Ensino Médio sabendo o que deveriam em matemática, ou seja, quase 90% dos alunos não aprendem o esperado. Taís índices vêm a confirmar o descrito por [1]: “A matemática, tão presente em nossa vida cotidiana por meio de objetos técnicos, para muitos de nós é, no entanto, cada vez mais invisível e estranha”.

Entretanto, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) [5] estabelecem que ao final do Ensino Médio os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano e modelar fenômenos, percebendo sua importância no desenvolvimento científico, tecnológico e em diversas atividades humanas. Estes objetivos destinados ao Ensino Médio mostram que o ensino de matemática não pode ser transformado em um fim em si mesmo.

Neste contexto, surgem tendências na área da Educação Matemática, que envolvem diferentes abordagens consideradas importantes quando aplicadas ao processo de ensino-aprendizagem como a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas e o Uso de Tecnologias.

A *Modelagem Matemática* é um processo pelo qual se quer analisar algum fato da realidade, sendo que para isso temos que levantar dados sobre o objeto estudado, formulando hipóteses e criando modelos a fim de encontrarmos soluções aproximadas do fato em questão, ou seja, analisar através de esquemas matemáticos. “A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” [6].

A *Resolução de Problemas* é uma das concepções mais difundidas sobre o ensino de matemática. De acordo com [7] pode-se dizer que um problema “[...] é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo”. Logo, toda situação que exija um processo de reflexão para solucioná-la pode ser caracterizada como um problema. Os autores [7] e [9] determinam algumas etapas para a resolução de problemas: compreendê-lo, através da leitura e interpretação cuidadosa; elaborar um plano de resolução, formulando hipóteses e fazendo tentativas; executar o plano, pondo em prática todas as estratégias pensadas; verificar os resultados, repassando as etapas da estratégia proposta e comparando com maneiras diferentes de resolução e, por fim, elaborar a resposta à pergunta do problema.

O *Uso de Tecnologias* no ensino-aprendizagem de matemática está se tornando uma tendência pedagógica muito difundida no âmbito educacional. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) [10] trazem o recurso às tecnologias como um dos caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula. E mais adiante, apontam o computador como o instrumento mais relevante no impacto das tecnologias sobre o ambiente educacional.

Tendo como objetivo o desenvolvimento da capacidade dos estudantes de descrever e estudar fenômenos da realidade, de modo a se tornarem capazes de entendê-los, construir previsões, e, assim tornarem-se aptos a intervir na realidade, a aprendizagem de funções é de fundamental importância e deve acontecer a partir da contextualização e da interdisciplinaridade, permitindo conexões entre diversos conceitos e diferentes formas de pensamento matemático. Segundo [5], deve-se explorar o caráter integrador que este tema possui, a partir de seus exemplos de aplicações com os diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial.

A introdução da ideia de função é um pré-requisito para se fazer ciência, pois nela estão embutidas as noções de determinação, eventualmente expressando causalidade, previsibilidade e regularidade dos fenômenos, e a partir dela se tem condições de entender a maneira como se dão as relações de dependência entre diferentes grandezas. Para Carneiro [3] as

relações de dependência funcional entre variáveis, a interpretação e análise de gráficos, pontos críticos, modelagem, noções de limites e taxas de variação são conceitos que podem aparecer naturalmente ainda no Ensino Médio. Para tal, é essencial trabalhar com situações problemas reais, o que motiva o estudante a interessar-se por aquilo que está aprendendo e mostra que a matemática é útil na vida cotidiana.

Acredita-se que quanto maior for a possibilidade de articulação entre diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto. A conceituação e a aquisição de conhecimentos ocorrem somente quando o aluno consegue transitar naturalmente por diferentes registros. Sendo assim, durante o ensino de funções deve-se oportunizar que os alunos estabeleçam relações entre suas diferentes representações, ajustando seus conhecimentos sobre funções a fim de construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. De acordo com [10], não basta buscarmos novos métodos de ensino, “se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras”.

A fim de propiciar aos alunos transitar entre as diferentes formas de representar funções e torná-los aptos a lidar com o conceito de função em diversas situações, entende-se que é necessária a utilização de gráficos, não apenas como suporte, mas como base para uma aprendizagem significativa de funções. Pois, a expressão através de gráficos é utilizada na representação de dados em diversos conteúdos e é a forma mais adequada para apresentar informações sobre linearidade, intervalos de crescimento e decrescimento, máximos e mínimos, taxas de variação, regularidade, continuidade. Os gráficos expressam uma visão geral e completa das funções e suas características.

A reflexão sobre a exploração visual permite que o aluno construa seu próprio conhecimento matemático, interprete a linguagem simbólica e a gráfica com maior destreza e seja capaz de, ao ler uma expressão analítica, imaginar o esboço de seu gráfico e vice-versa, bem como ter maior domínio na comunicação matemática [2].

As OCEM [5] atentam para o fato de que: “a elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções”. O estudo de gráficos na representação e significação do conceito de função deve ser realizado de forma diferenciada a fim de que os alunos possam visualizar padrões algébricos. “É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes” [5].

Desse modo, sugere-se que durante o estudo de funções, seja dada ênfase à representação gráfica, nos passos iniciais, bem como no desenvolvimento do conceito de função e na compreensão de suas características, usufruindo assim do caráter integrador que o tema possui.

3 Resultados e Discussão

Os resultados aqui expostos se referem ao relato e a análise de uma sequência didática sobre funções aplicada, em uma escola estadual do município de Canela – RS, com 12 alunos do 3º ano do Ensino Médio que não tiveram contato com este conteúdo matemático nos anos anteriores devido à falta de professores. Durante a aplicação desta proposta, necessitou-se da sala de informática por 15 períodos de 45 minutos cada e do laboratório de ciências por

2 períodos. Na sala de informática foram utilizados 13 notebooks, um para cada aluno e um para o professor. Cada notebook possuía o software GeoGebra¹ previamente instalado. O professor ainda fez uso de um projetor e de uma lousa, a fim de orientar as atividades realizadas pelos alunos e apresentar os comandos do software a serem utilizados, visto que alguns alunos ainda não conheciam o GeoGebra. Na sequência são relatadas, de forma resumida, algumas das atividades desenvolvidas com os alunos durante a aplicação de quatro oficinas, assim como os resultados obtidos na aprendizagem das funções.

3.1 Oficina 1 – Funções e Conceitos

A primeira oficina, com duração de 6 períodos, tratou de função e conceitos subjacentes e teve por objetivo oportunizar a aprendizagem da definição de função, assim como levar os alunos a intuir ideias inerentes ao tema por meio da abordagem visual, da exposição à diversos gráficos e relações.

Inicialmente, foram apresentados aos alunos alguns gráficos de situações reais que representam funções, seguidos de questionamentos, para que percebessem as ideias de variação e dependência entre grandezas e a importância do conteúdo na previsão de fenômenos. Tais recursos detiveram a atenção dos alunos, podendo ainda mostrar que a Matemática está presente em seu cotidiano, que ela é útil no dia a dia e que também é uma forma de linguagem. Desta forma, os estudantes tiveram o contato inicial com o conceito de função informalmente, estabelecendo relações com a terminologia relacionada a esse assunto.

Posteriormente, os alunos foram apresentados ao software GeoGebra, com o qual estudaram a definição formal de função por meio de uma construção dinâmica, realizada por eles e orientada pelo professor. Esta atividade teve por objetivo facilitar a compreensão da definição de função, domínio, contradomínio e imagem, a partir da análise de gráficos e do estabelecimento de relações entre gráficos, expressões analíticas e definições formais. No GeoGebra, os alunos representaram a relação $f : R \Rightarrow R, f(x) = 0, 5x^5 + 3x^2 - 2x$, criaram um ponto A sobre o eixo x , uma reta r perpendicular ao eixo das abscissas que passa por A e sua intersecção com a curva representativa da expressão anteriormente digitada na entrada de comandos do software (Figura 1).

Ao mover o ponto A sobre o eixo x os alunos puderam compreender que estavam percorrendo valores pertencentes ao domínio da função f e ainda observaram suas respectivas imagens descritas pela ordenada do ponto B , criado pela intersecção do gráfico de f com a reta r . De posse da definição formal de função, conseguiram, através da interpretação gráfica, relacionar o domínio e o contradomínio da função f com os números reais representados, respectivamente, no eixo x e no eixo y . Perceberam ainda, que r sempre intersecta o gráfico de f num único ponto, verificando assim a definição de função. Os alunos repetiram a mesma atividade com outras relações que expressam, ou não, funções, sempre justificando o porquê de uma determinada relação não representar uma função.

Com o uso de gráficos os estudantes compreenderam os conceitos de função par e função ímpar de uma forma descontraída, analisaram a simetria de gráficos e aplicaram-na para caracterizar funções. Para o estudo da função par e da função ímpar os alunos receberam um arquivo que trazia na janela gráfica do GeoGebra 5 pontos fixos (B, C, D, E, F) e 6 pontos móveis ($A, B1, C1, D1, E1, F1$) todos ligados por segmentos de reta a fim de representarem uma função como esboçado na Figura 2. Pondo em prática a definição de função par e função ímpar moveram os pontos necessários até obter a representação adequada ao gráfico

¹GeoGebra - Software gratuito de matemática dinâmica, no qual pode-se ver ao mesmo tempo as representações gráficas e algébricas de um mesmo objeto matemático. Disponível em <https://www.geogebra.org/>.

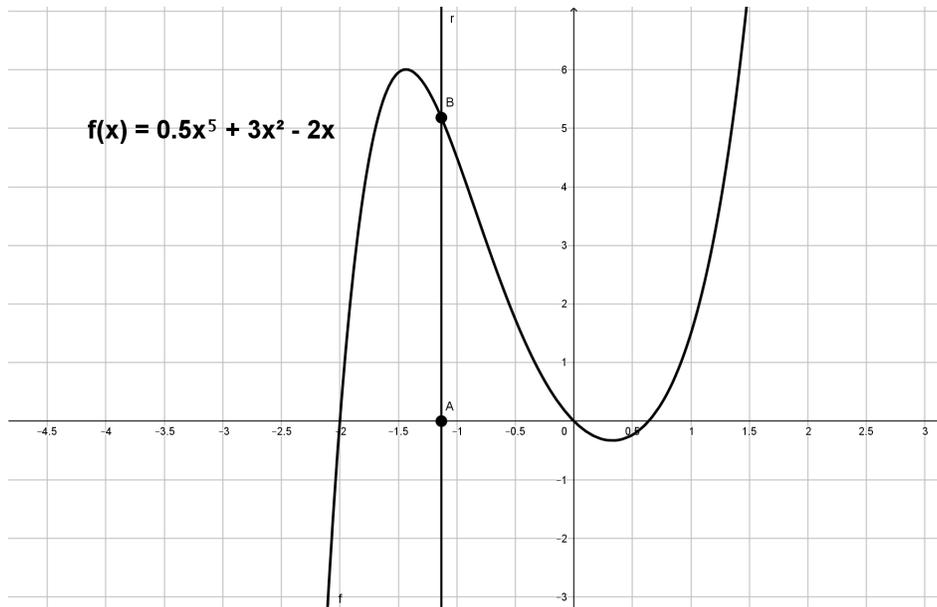


Figura 1. Gráfico e análise da relação $f : R \Rightarrow R, f(x) = 0,5x^5 + 3x^2 - 2x$.

de uma função par e posteriormente de uma função ímpar. Feito isso analisaram a simetria existente nos gráficos.

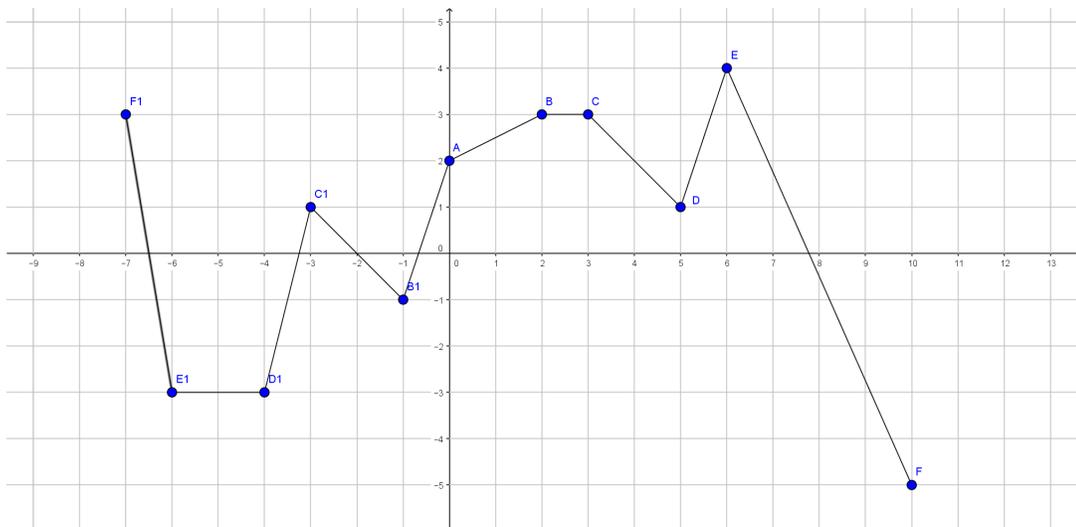


Figura 2. Atividade sobre função par e função ímpar.

Mediante atividades de interpretação gráfica estudou-se, ainda nessa oficina, as definições de função crescente e função decrescente. Durante a análise das atividades realizadas pelos alunos foi possível perceber que, apesar de inúmeras dificuldades de interpretação e prin-

principalmente de expressão, os alunos mostraram interesse e motivação para abordar o tema funções utilizando o GeoGebra. Pode-se concluir que a abordagem usada na proposta apresentada leva os estudantes a serem cada vez mais autônomos no processo de aprendizagem, fazendo do professor um mediador e facilitador deste processo, ao escolher as atividades e intervir quando necessário para a construção de novos saberes.

3.2 Oficina 2 – Função Afim

Nesta oficina, durante 5 períodos, teve-se como objetivo iniciar o estudo da função afim e seus casos particulares, através de uma abordagem prática desenvolvida com base nos pressupostos teóricos sobre modelagem matemática. Também buscou-se investigar, as contribuições trazidas pelo uso de gráficos para a criação e validação de um modelo e a valia do software GeoGebra para compreender as características da função afim. Portanto, esperava-se que durante esta oficina os estudantes construíssem o conceito de função afim, estabelecessem relações entre as diferentes formas de expressar uma função e ainda, aprendessem a fazer uso desses conhecimentos para resolver situações problemas.

Primeiramente desenvolveu-se uma atividade experimental no laboratório de ciências, na qual os alunos, inicialmente, coletaram uma quantidade x de água com a proveta graduada, quantidade esta escolhida por eles, despejaram a água num frasco cilíndrico reto, mediram a altura que o nível da água atingiu no frasco e tomaram nota dos dados em mililitros (ml) e milímetros (mm). Depois despejaram, sobre a quantidade já existente no frasco, novas quantidades de água, mediram a altura dos respectivos níveis de água e anotaram os dados: quantidade de água no frasco (ml) e altura da água no frasco (mm). Posteriormente, fizeram o esboço dos dados no plano cartesiano.

A partir da análise dos dados representados no plano cartesiano os estudantes visualizaram a relação de dependência entre as variáveis dependente e independente envolvidas no experimento, criando um modelo, representado por uma função afim, para estudar a situação proposta. Durante esta atividade notou-se que o principal benefício trazido pela metodologia utilizada foi a motivação dos alunos em participar da construção do experimento e do modelo matemático desenvolvido para estudá-lo. A quantidade de água não ter sido previamente determinada pelo professor foi um fator que contribuiu para que os alunos pudessem escolher as variáveis, dependente e independente, corretamente e também, para que conseguissem perceber a continuidade da função.

Ainda que de difícil construção para os alunos, o esboço do gráfico, feito a partir dos dados inicialmente levantados, serviu de suporte para a construção e validação do modelo utilizado para estudar o experimento realizado, mostrando que a construção e análise de gráficos pode auxiliar para que a atividade de modelagem matemática aconteça de forma significativa.

Construir o experimento com as próprias mãos, facilitou para que os alunos descrevessem a situação estudada como uma função e compreendessem a relação entre as variáveis sem o auxílio do professor. No decorrer da atividade o professor pode ainda, observar as principais dificuldades trazidas pelos alunos a fim de intervir e utilizar novas estratégias para saná-las, dentre estas dificuldades salienta-se à construção do gráfico de uma função afim.

Na segunda etapa da oficina, os alunos construíram, no GeoGebra, uma reta dinâmica a partir de controles deslizantes a e b , que representam os parâmetros da função, cuja lei de associação foi digitada na entrada de comandos do software. Tendo construído a reta, os educandos puderam modificar os valores dos parâmetros e da função e observar as mudanças ocasionadas no seu gráfico. Analisando o gráfico, perceberam que a reta (gráfico da função

afim) intersecta o eixo x no ponto de ordenada , e que o parâmetro a tem relação com a inclinação da reta, que quando $a > 0$ a função é crescente, se $a < 0$ a função é decrescente e para $a = 0$ a função é constante.

Visando estabelecer o conceito de taxa de variação e uma técnica para obter o parâmetro a a partir do gráfico de uma função afim, os alunos criaram sobre a reta dinâmica anteriormente construída dois pontos A e B , e posteriormente desenharam um triângulo retângulo ABC de hipotenusa AB . Determinaram as medidas dos catetos do triângulo ABC , usando a calculadora obtiveram o valor da tangente do ângulo $B\hat{A}C$ e observaram sua relação com o parâmetro a da função $f(x) = a \cdot x + b$ (Figura 3). A partir desta atividade mostrou-se que a taxa de variação da função afim é dada por $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, para $x_2 \neq x_1$, e que a mesma é sempre constante para cada função afim. Assim, os alunos construíram os conhecimentos necessários para transitar entre a representação gráfica e algébrica de uma função afim, como lhes foi proposto em algumas atividades, as quais resolveram sem maiores dificuldades.

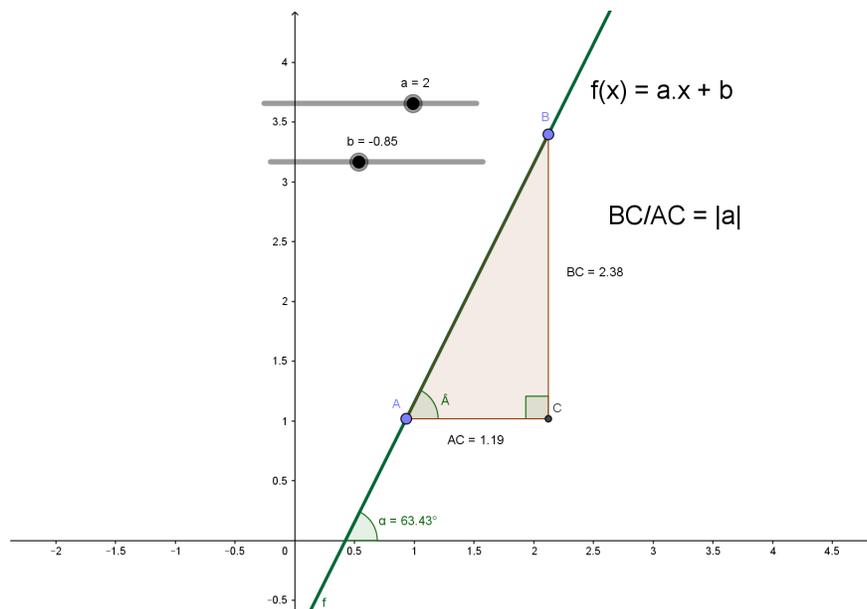


Figura 3. Reta dinâmica e função afim.

No decorrer da atividade de construção do conceito de taxa de variação e identificação do parâmetro a , pode-se perceber que os alunos sentiram-se parte atuante na construção dos conhecimentos matemáticos envolvidos, visto que, participaram, opinaram e contribuíram com saberes anteriormente construídos.

Pode-se perceber que durante a oficina 2 os alunos puderam desenvolver técnicas para o esboço de gráficos das funções afins, oportunizadas pelo uso do software, pois este permitiu que visualizassem de forma dinâmica as mudanças ocasionadas no gráfico quando alteramos seus parâmetros. O GeoGebra também permitiu estabelecer de forma clara a definição de taxa de variação, entretanto, deve existir um cuidado para que usando o software o aluno não deixe de realizar operações e pôr em prática técnicas indispensáveis ao desenvolvimento

do seu raciocínio.

3.3 Oficina 3 – Função Quadrática

No decorrer dos 3 períodos que se destinaram as atividades da terceira oficina, buscou-se identificar o auxílio trazido pela análise gráfica das funções quadráticas para a metodologia de resolução de problemas. Por meio de construções realizadas com o uso do GeoGebra, tentou-se propiciar aos alunos estabelecerem relações significativas entre os parâmetros da função quadrática e seu gráfico, construindo um suporte para a resolução de problemas modelados por este tipo de função.

Inicialmente, foi proposto aos alunos o seguinte problema: *Com 20 m de tela deseja-se construir um canil retangular de modo que sua área seja a maior possível. Quais deverão ser as dimensões do canil? Qual será sua área?*

Após a leitura e compreensão do problema, os alunos representaram os dados por meio de um desenho, com o qual perceberam que a largura do retângulo varia em função do seu comprimento e a área varia em função das duas dimensões. Dessa forma, decidiram que a melhor maneira de representar a situação proposta era por meio de uma função, devido a dependência entre as variáveis do problema. Com o auxílio do professor, os alunos foram capazes de conjecturar a largura do retângulo em função de seu comprimento, representando o comprimento do retângulo por x e a largura por $(10 - x)$. Posteriormente representaram a área (A) do retângulo em função de seu comprimento e de sua largura, chegando a expressão $A = x \cdot (10 - x)$, na qual A é a variável dependente y . Pela distributividade da multiplicação em relação a subtração escreveram a função $y = -x^2 - 10x$.

Voltando novamente à leitura do problema, os alunos lembraram que deveriam encontrar o valor de x para o qual y tem seu valor máximo. Mostrando recordar das atividades desenvolvidas na oficina 1, sobre funções, abriram o GeoGebra, representaram a função graficamente e observaram o ponto de máximo do gráfico expressando suas respostas para o problema. Durante o retrospecto do problema, pode-se chegar a soluções algébricas para o mesmo, a partir da análise da parábola construída pelos alunos, com a qual definiu-se as coordenadas do vértice de uma parábola: $V = \left(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Ao término desta atividade, pode-se notar que os alunos conseguiram percorrer as etapas necessárias à resolução de problemas, mostrando-se atuantes na elaboração de estratégias e na construção da solução do problema dado. O fato de terem resolvido o problema recorrendo ao esboço do gráfico no GeoGebra mostra a autonomia dos estudantes na resolução do problema e a crescente afinidade com o uso do software e a análise gráfica de funções. Cabe também ressaltar a grande valia do problema proposto para a compreensão da função quadrática, pois no decorrer de sua resolução pode-se estabelecer de forma informal definições e construir conceitos inerentes ao estudo desta função.

Percebeu-se que, alguns alunos, muitas vezes são desatentos ao interpretar um problema, o que mostra a necessidade de instigá-los a realizar atividades que possuam como base a interpretação e a análise de dados. É interessante também, que tais atividades levem o aluno a expressão do seu raciocínio, a fim de que o professor possa visualizar as possíveis falhas de interpretação do problema por parte dos alunos, assim como ajudá-los a expressarem-se de forma clara usando termos matemáticos, ampliando seus conhecimentos em linguagem matemática.

Ainda nessa oficina, os estudantes construíram uma parábola dinâmica no GeoGebra a partir dos parâmetros da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, utilizando os controles deslizantes a, b e c do software, como ilustrado na Figura 4. Mudando o valor do parâmetro (ou coeficiente)

a , perceberam que seu sinal indica o sentido da concavidade da parábola e que quanto maior seu módulo menor a abertura da parábola. Notaram que se $b > 0$ a parábola intersecta o eixo y no ramo crescente, caso contrário, no ramo decrescente. Alterando o valor do parâmetro c visualizaram a translação vertical do gráfico e que o ponto de intersecção da parábola com o eixo y tem coordenadas $(0, c)$.

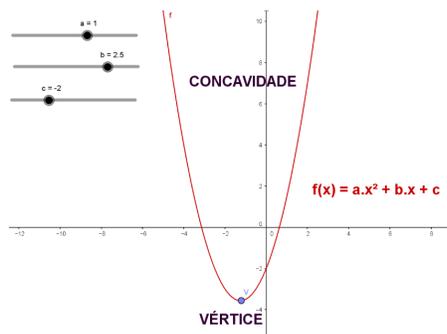


Figura 4. Parábola dinâmica da função $f(x) = x^2 + bx + c$

De posse das relações estabelecidas anteriormente os alunos resolveram o seguinte problema: *Um projétil é lançado de uma plataforma cuja altura é 1 m do chão, percorrendo uma trajetória parabólica, após 1 segundo, ele está a 3 metros de altura e em 3 segundos está a 1 metro de altura novamente. Considerando que todas estas medidas foram feitas em relação ao chão, responda. Qual a equação que descreve a trajetória do projétil? Qual a altura máxima atingida por este projétil? Em que momento o projétil atingirá o chão?*

Para tal, usando o GeoGebra, sobre o plano no qual haviam construído a parábola dinâmica, os alunos plotaram os pontos $(0,1)$, $(1,3)$ e $(3,1)$, dados no problema. Depois, utilizando as relações estabelecidas durante o estudo dos parâmetros da função quadrática, modificaram os valores dos parâmetros a, b e c da parábola dinâmica representativa da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ até que os pontos plotados pertencessem a parábola. Logo, escreveram a função quadrática que modela a situação e responderam aos demais itens usando os métodos que julgaram mais adequados, atendendo ao propósito principal da resolução de problemas que é dar valor às estratégias e a autonomia dos alunos.

Durante a resolução deste problema, pode-se notar que os alunos souberam aproveitar todas as informações trazidas pelo gráfico da função e pelo software que utilizaram para desenhá-lo, analisando o gráfico e os dados calculados pelo GeoGebra. Ainda que, inicialmente, os aprendizes não tenham resolvido as questões usando um sistema de equações, as fórmulas das coordenadas do vértice e o cálculo das raízes da equação do 2º grau, estes puderam a partir de suas resoluções iniciais ser impulsionados para tal.

3.4 Oficina 4 – Função Exponencial e Função Logarítmica

Na última oficina, durante 3 períodos, por meio da resolução de problemas, buscou-se proporcionar aos alunos conjecturar um exemplo de função de tipo exponencial e posteriormente conjecturar sua função inversa, oportunizando-os assim, construírem as definições de função exponencial e de função logarítmica. Desta forma, os alunos foram convidados a resolver o seguinte problema: *Em uma cultura de bactérias, a população dobra a cada*

hora. Se há 100 bactérias no início da pesquisa, calcule quantas bactérias existirão depois de horas?

Para chegar à solução do problema, os alunos calcularam a quantidade de bactérias presentes na cultura para 1, 2, 3 e 4 horas, sucessivamente. Desta forma, puderam observar a relação entre o número de horas e a quantidade de fatores iguais a 2 no produto que representa o número de bactérias presentes na cultura depois de cada hora. Em vista disto, escreveram as respostas usando potências de base 2 e, conseqüentemente, a expressão que representa o número de bactérias y depois de horas, determinando assim a função do tipo exponencial, $y = 100 \times 2^x$, que modela a situação proposta. A partir desta atividade apresentou-se aos alunos a definição de função exponencial dada por [10]: seja a um número real positivo e diferente de 1, chama-se função exponencial de base a , a função $F = R^+ \rightarrow R$, indicada por $f(x) = a^x$.

Para entender melhor a definição anterior e conhecer algumas características da função exponencial, os alunos representaram a exponencial $f(x) = a^x$ no GeoGebra a partir de seu parâmetro a . Alterando os valores de a e analisando o gráfico, puderam responder a questionamentos que os levaram a entender as restrições feitas ao valor de a e ao contradomínio da função exponencial, compreendendo então, a definição desta função.

Interpretando o gráfico, os alunos notaram que a função é crescente quando $a > 1$ e decrescente quando $0 < a < 1$, e que, a imagem da função exponencial corresponde a seu contradomínio fazendo desta uma função sobrejetiva, a qual por sua vez também é injetiva, visto que é estritamente crescente ou estritamente decrescente. Logo, é bijetiva e admite função inversa, neste caso a função logarítmica de base a .

Para que os estudantes percebessem a necessidade de definir uma função inversa à função exponencial, lhes foi proposta a questão: *Depois de quanto tempo o número de bactérias será igual a 12.800?* Entretanto, os alunos resolveram o problema por tentativas até chegar a $2^7 = 12800$, mostrando não lembrar da definição de logaritmo, a qual lhes foi apresentada posteriormente pelo professor.

A partir disto, pode-se pedir que os alunos encontrassem uma expressão matemática do tempo (em horas) em função do número de bactérias, ou seja, determinassem a função inversa de $2^7 = 12800$. Para que os alunos conseguissem chegar ao resultado esperado, estudou-se a definição de função inversa, as técnicas para obtenção da inversa de uma função dada e a leitura gráfica que se pode fazer da simetria, em relação a reta $y = x$, entre uma função e sua inversa.

Como mostra a Figura 5, no GeoGebra, orientados pelo professor, os alunos representaram a função $f(x) = a^x$, criaram um ponto A sobre o gráfico de f , esboçaram a reta $y = x$ e a função $g(x) = \log_a x$. Posteriormente criaram uma reta perpendicular à reta que representa a função identidade e passa por um ponto A . Utilizando a ferramenta do GeoGebra “reflexão em relação a uma reta”, os alunos estabeleceram a reflexão do ponto A em relação a reta $y = x$, criando assim o ponto A' . Depois, habilitaram o rastro do ponto A' e moveram o ponto A , a fim de observar que a curva traçada por A' corresponde ao gráfico da função logarítmica de base a . Estabelecida a definição de função inversa e a função logarítmica como inversa da função exponencial, os estudantes puderam responder à questão proposta sem maiores dificuldades.

Durante a oficina 4 pode-se perceber que os alunos demonstraram mais habilidades ao usar o software GeoGebra, não necessitando de muita ajuda do professor. Também foi possível notar avanços na escrita e na fala dos estudantes ao expressar seu raciocínio, mostrando ter cada vez mais afinidade com termos próprios da matemática. A partir da leitura que se fez do movimento do gráfico da função exponencial no GeoGebra os alunos pude-

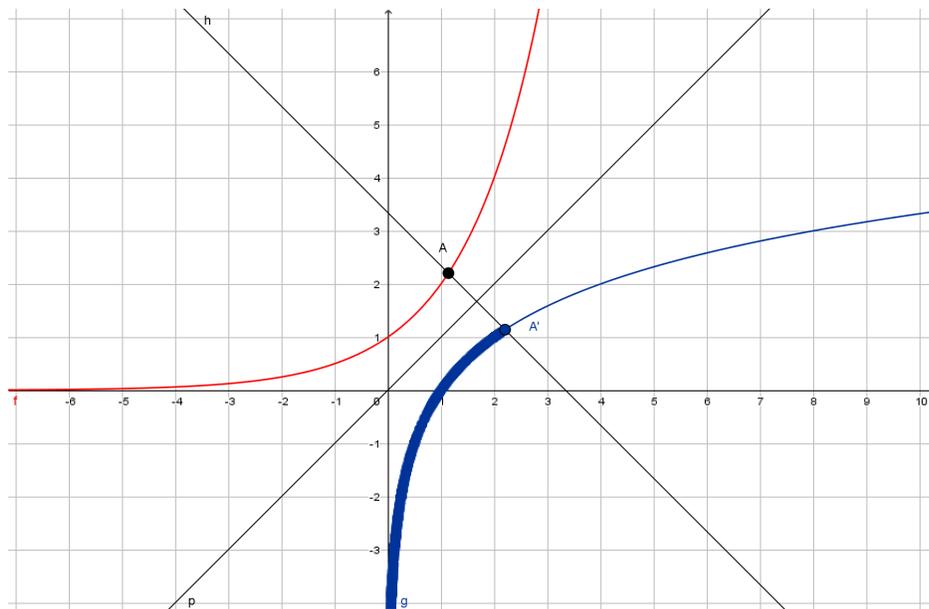


Figura 5. A função $g(x) = \log_a x$ como inversa da função $f(x) = a^x$

ram compreender características importantes desta função, assim como entender melhor sua definição. Ao definir a função logarítmica como inversa da função exponencial teve-se a oportunidade de construir conceitos inerentes a compreensão de funções inversas. Foi possível notar ainda, a motivação e interesse dos aprendizes durante a atividade de comparação dos gráficos de uma função e sua inversa no GeoGebra.

4 Conclusões

Encerradas as etapas da pesquisa e análise, cabe aqui apresentar uma síntese das reflexões acerca do assunto que foi abordado durante uma proposta pedagógica, que fez uso de algumas tendências em educação matemática e enfatizou a interpretação por meio da abordagem visual dada ao tema funções. As percepções do professor e as expressões dos alunos foram devidamente analisadas, isso forneceu subsídios para levantar algumas conclusões apresentadas a seguir.

O ensino da Matemática tem se apresentado como um desafio constante, devido a imensa quantidade de obstáculos que se colocam frente ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina. Desafios estes, frequentemente relatados por diversos autores, cujas causas são inúmeras, podendo ser de natureza material, metodológica, cognitiva e social.

Tratando-se do estudo de funções, pode-se perceber inicialmente que a maioria dos alunos apresentava muitas dificuldades relativas à compreensão de símbolos matemáticos e a interpretação, tanto dos problemas que lhes foram propostos, quanto dos gráficos a serem analisados. Outra dificuldade eloquente dos alunos, apresentou-se no momento de escrever corretamente e usar a nomenclatura matemática adequada a cada situação, o que demonstrou a falta de hábito dos estudantes em trabalhar com problemas que os façam expressar suas ideias de forma concatenada e dentro de um padrão lógico aceitável. Cabe ainda res-

saltar que no início da aplicação da sequência didática, os estudantes apresentaram muitas dificuldades para relacionar grandezas e diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático.

Entretanto, houve uma melhora gradativa destas habilidades no decorrer da proposta pedagógica, oportunizada pelas atividades de interpretação e análise gráfica, com o uso do software GeoGebra, que propiciaram o envolvimento dos alunos em discussões e reflexões sobre as diferentes representações de uma função e os induziram a expor seu pensamento e escrevê-lo, oportunizando ao professor visualizar as possíveis falhas de interpretação por parte dos alunos e seus conhecimentos prévios acerca do tema em estudo, e assim, ajudá-los a expressarem-se de forma mais adequada usando termos matemáticos, ampliando seus conhecimentos em linguagem matemática.

As maiores contribuições trazidas, pelo uso do GeoGebra, ao processo de ensino-aprendizagem, dentro desta proposta pedagógica, foram o interesse e a motivação dos alunos para explorar os objetos de estudo propostos. Ainda que nos primeiros contatos com o software os alunos tenham tido dificuldades para manuseá-lo, necessitando de constantes intervenções do professor, isto não foi um empecilho para que o usassem ao analisar e interpretar as funções graficamente.

O GeoGebra serviu também como uma importante ferramenta para a construção de conceitos e compressão de características das funções abordadas, principalmente, as possíveis mudanças ocasionadas no gráfico de uma função quando alteramos seus parâmetros, comparando assim funções pertencentes a uma mesma família e estabelecendo relações entre as expressões analíticas das funções e os gráficos que as representam. Além disso, o software serviu como um recurso na resolução de problemas, em alguns momentos como calculadora gráfica, em outros, oferecendo um rápido auxílio visual para levantar hipóteses, verificá-las e construir conjecturas, favorecendo a autonomia dos estudantes na construção dos conhecimentos matemáticos.

A Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática fizeram-se adequadas aos propósitos da pesquisa, pois a nosso ver, o estudo deste tema só tem sentido quando destinado a modelar e resolver problemas em situações reais. Entende-se que estas tendências em educação matemática, aliadas a utilização do GeoGebra, podem ocorrer conjuntamente, visto que o GeoGebra tem grande potencial interativo e de animação ao tratar de conceitos referentes a funções e suas características, o que oportuniza maiores chances de aprendizagem.

Ao se enfatizar a análise e expressão gráfica durante a etapa inicial do estudo das funções, pode-se mostrar aos alunos que a matemática não é uma ciência isolada, pois estes sistemas representativos são usados com frequência para comunicação em outras áreas do conhecimento. Através da análise gráfica os alunos puderam compreender o conceito de função e outros conceitos subjacentes a ele, utilizando como exemplos várias relações que expressam, ou não, funções, sem ater-se a suas particularidades e a simbologia presente nas expressões analíticas destas relações.

Já num segundo momento, as atividades de exploração dos gráficos de funções, oportunizaram aos estudantes: visualizar por conta própria características importantes de cada uma das funções estudadas; atribuir significado às definições formais de cada tipo de função e a terminologia utilizada em cada caso; estabelecer relações e transitar entre diferentes registros desse objeto matemático; compreender as relações de dependência entre as grandezas envolvidas numa determinada situação; construir conceitos e habilidades importantes à compreensão de fenômenos modelados por funções e analisar as diferenças e semelhanças entre problemas propostos, a fim de serem capazes de adaptar os conhecimentos construídos a novas situações problema.

Além disso, pode-se concluir que a abordagem visual se faz mais atrativa aos alunos do que a simples exposição formal de definições, servindo de facilitadora do processo de ensino, assim como do processo de compreensão e construção de conceitos por parte dos alunos, fazendo dos estudantes sujeitos autônomos no processo de aprendizagem e do professor um mediador e facilitador deste processo, ao escolher as atividades e intervir quando necessário para a construção de novos saberes.

Portanto, aliar a abordagem gráfica de funções a situações que mostrem ao aluno a importância e aplicabilidade do conteúdo, dentro e fora da escola, é essencial para que haja a motivação, e por consequência a construção dos conhecimentos em funções matemáticas pelos alunos.

Referências

- [1] CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.87p. 1999.
- [2] ALBÉ, Maristela de Quadros; FILIPPSEN, Rosane Maria Jardim. Função trigonométrica: um enfoque aplicado ao ensino técnico. Revista Liberato. Novo Hamburgo, ano 7, n. 8, p. 12-23, out. 2006.
- [3] CARNEIRO, Vera Clotilde. Funções Elementares: 100 situações-problema de matemática. Porto Alegre: UFRGS, 1993.
- [4] INEP, Inep apresenta resultados do Saeb/Prova Brasil 2015. Brasília: INEP/MEC, 2016. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206>. Acesso em: 08 mai. 2017.
- [5] BRASIL. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. v. 2.
- [6] BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- [7] DANTE, Luiz Roberto. Formulação e Resolução de problemas de matemática: Teoria e Prática. São Paulo: Ática, 2010.
- [8] POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- [9] BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: SEMT/MEC. 1999.
- [10] LIMA, Elon Lages. Números e Funções Reais. Coleção PROFMAT. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

Modelagem Numérica e análise experimental de um protótipo didático de motor *Stirling*

Numerical modeling and experimental analysis of a didactic prototype Stirling engine

Laura Vitória Rezende Dias

Universidade Federal de Goiás - UFG, Goiânia, GO
engenheiralaura@gmail.com

Antônio César Baleeiro Alves

Universidade Federal de Goiás - UFG, Goiânia, GO
abaleeiro@gmail.com

Resumo: Este trabalho consiste no desenvolvimento de um protótipo didático de motor *Stirling*, que foi concebido com o intuito de compreender a máquina principalmente em relação às partes componentes, as dificuldades construtivas e os tipos de parâmetros relevantes para o desempenho. Partindo de dados geométricos e termodinâmicos do protótipo, com aplicação da modelagem de Schmidt, elaborou-se um programa digital que permite calcular grandezas como potência de saída e rendimento. Empregando o protótipo, foram também realizados ensaios em bancada de laboratório. Os resultados obtidos pelos ensaios mostraram que o protótipo alcança velocidade de rotação de até 1.200 rpm a uma temperatura de 159 graus Celsius da fonte térmica externa ao motor, com potência de saída de 100 miliwatt. A comparação entre a simulação computacional e os resultados dos ensaios em bancada demonstrou a influência dos dados construtivos do protótipo sobre a potência de saída e o rendimento do protótipo.

Palavras-chave: motor *Stirling*; modelo isotérmico de Schmidt; energia renovável; motor de combustão externa.

Abstract: This work is the development of a prototype for Stirling engine which was designed with the aim of understanding the machine mainly about the component parts, construction difficulties and type of relevant parameters for its performance. Starting from geometric and thermodynamic data from the prototype, with application of the Schmidt modeling, a digital program was developed to calculate values such as power output and efficiency. The prototype was also used to carry out bench tests. The experiments have shown that the prototype can reach a rotation speed up to 1.200 rpm at 159 degrees Celsius of external engine heat source, with output power of 100 milliwatt. The comparison between results from simulations and the bench tests demonstrated the great influence of prototype construction data on the output power and the performance of the equipment.

Key words: stirling engine; isothermal model of Schmidt; renewable energy; external combustion engine.

1 Introdução

Este artigo tem origem na pesquisa e desenvolvimento de um protótipo de um motor *Stirling* para finalidade, a princípio, didática. A motivação principal da pesquisa está em compreender o funcionamento da máquina, e para isto a metodologia adotada compreende três frentes de ação: explorar os conceitos de Termodinâmica que definem o princípio de funcionamento do dispositivo; detalhar/projetar seus componentes e, por fim, submetê-lo a testes em bancada e por meio de computador. Fontes energéticas que causam impactos ambientais e requerem vultosos investimentos vêm sendo questionadas por diversos segmentos da humanidade, como as formas de aproveitamento energético centralizadas que são muitas vezes de alto custo tanto do ponto de vista econômico quanto ambiental. Em contraposição, destacam-se na atualidade, seja para força motriz ou geração elétrica, formas de aproveitamento distribuídas com utilização de fontes renováveis. Nesse cenário, as explorações de fontes eólicas e solares têm crescido significativamente em todo o mundo. Simultaneamente a esse fenômeno, pesquisas e investimentos em eficiência energética também crescem.

Uma das linhas de pesquisa que integra esses esforços é a redescoberta de máquinas que até recentemente estavam relegadas a um plano secundário e que, hoje, podem ser viabilizadas em aplicações específicas. O motor *Stirling*, inventado no início do século XIX, vem sendo considerado como alternativa para força motriz e geração de energia elétrica em pequena escala para certas aplicações. Um dos principais atrativos do motor Stirling é sua flexibilidade de operação com multicomcombustíveis, tais como biomassa, energia solar, resíduos industriais, dentre outros [1].

Coletores solares acoplados ao motor Stirling têm sido aplicados na geração de energia elétrica. O sistema de aproveitamento da energia solar é composto por pratos solares que compõem um sistema de eixos que se movem durante o dia para captação máxima da irradiação solar. Espelhos parabólicos são dispostos de forma que concentram os raios solares incidentes em direção a um ponto focal do espelho, o qual chega a atingir aproximadamente $720^{\circ}C$. Com um rendimento aproximado de 32%, o calor concentrado é aproveitado para acionar um motor *Stirling* que é estrategicamente situado no ponto focal do espelho. Em seguida, o motor aciona um alternador que gera uma potência de saída em torno de 31,5 kW [2]. Existem motores Stirling que são acionados pela combustão de biomassa e biogás. A utilização dessas soluções em regiões isoladas, cujo fornecimento de energia pela rede elétrica convencional é limitado, favorece a geração de energia elétrica de forma sustentável pelo aproveitamento de fontes renováveis disponíveis no local [3].

Este artigo possui a seguinte estrutura: na seção II são explanados os Fundamentos da Termodinâmica aplicados às máquinas térmicas; a seção III expõe o conceito da análise isotérmica ideal utilizada na simulação computacional do ciclo *Stirling*; a seção IV registra o processo de construção do protótipo; a seção V apresenta os resultados da simulação do ciclo e a avaliação experimental dos dados coletados pelo sistema de medição eletrônica; e a última seção trata das conclusões finais a respeito da pesquisa.

2 Fundamentos da Termodinâmica Aplicados às Máquinas Térmicas

Na análise termodinâmica, a energia interna do sistema, dU , pode ser definida pela transferência líquida de energia estabelecida na fronteira do sistema na forma de calor, δQ ,

e/ou trabalho, δW , conforme (1).

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (1)$$

sendo que a unidade de energia é o joule: $1Kg \cdot m^2/s^2$

A Equação (2), proposta por Clapeyron, representa as relações entre as variáveis de estado de um gás ideal e é denominada Equação de Estados dos Gases Perfeitos [4].

$$pV = nRT \quad (2)$$

onde a pressão, p , é dada em Pa , o volume, V , em m^3 , a quantidade de matéria, n , em mol , a constante universal dos gases, R , em $J/kg.K$ e a temperatura, T , em K . Sendo que Pa é o símbolo da unidade pascal ($1Pa = 1N/m^2$) e K , o símbolo da unidade kelvin.

2.1 Ciclo *Stirling*

O ciclo *Stirling* ideal caracteriza uma máquina térmica de ciclo fechado e regenerativo, ou seja, o gás de trabalho permanece confinado em um espaço hermeticamente fechado (cilindro) e o sistema de regeneração absorve e cede calor ao gás durante o ciclo evitando as demais perdas de energia. No ciclo ocorre absorção e rejeição de calor com o deslocamento do gás pelos permutadores de calor de aquecimento e de arrefecimento que representam, respectivamente, os reservatórios de fontes quente e fria como na máquina térmica de Carnot. Em condições ideais, o ciclo *Stirling* possui o mesmo rendimento térmico do ciclo de Carnot [3].

O sistema termodinâmico no motor *Stirling* é o gás que fica confinado na câmara de expansão. Pela fronteira entre a câmara onde fica armazenado o gás e a vizinhança ocorre o fluxo de energia térmica e a realização do trabalho. O gás de trabalho passa por processos cíclicos de expansão, resfriamento, compressão e aquecimento a partir da energia calorífica proveniente da fonte de calor externa. A Figura 1 apresenta o diagrama de pressão versus volume, $p \times V$, cuja área representa o trabalho líquido do ciclo (W_{liq}).

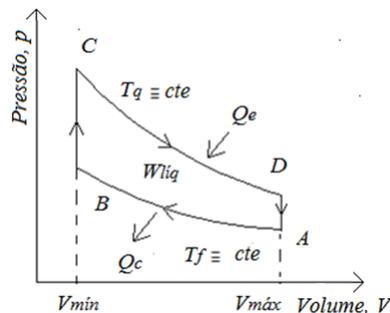


Figura 1. Diagramas $p \times V$ do ciclo *Stirling*

De acordo com a primeira lei da Termodinâmica, a quantidade de calor transferido pela fonte de calor ao gás durante o processo de expansão, Q_e , é igual ao trabalho, W_e , realizado sobre o pistão, e a quantidade de calor rejeitado pelo gás para a fonte fria, Q_c , é igual ao trabalho realizado pelo pistão sobre o gás, W_c , durante o processo de compressão [5].

3 Motor *Stirling*

O motor *Stirling* é constituído basicamente por duas câmaras e dois pistões, além de sistemas mecânicos para transmissão de movimento e conjugado. Dentro das câmaras está confinado o gás de trabalho que passa por processos termodinâmicos a partir da energia calorífica proveniente de uma fonte de calor externa. O deslocamento do gás confere movimento alternado entre os pistões que transmitem um momento de força para o virabrequim. Dessa forma, a energia térmica é convertida em energia mecânica.

Métodos de análise termodinâmica do ciclo *Stirling* têm sido desenvolvidos para modelagem do funcionamento do motor. Esta seção apresenta uma descrição da modelagem de Schmidt que foi escolhida por sua simplicidade de aplicação.

3.1 Modelagem e Análise de Motor *Stirling*

Schmidt desenvolveu uma análise do ciclo termodinâmico do motor *Stirling* baseada em soluções analíticas e condições ideais. As equações de Schmidt permitem estimar grandezas como o trabalho líquido do ciclo e a potência do motor.

A Figura 2 apresenta um esquema do motor *Stirling* tipo gama mostrando as principais variáveis da modelagem de Schmidt, onde V_c, V_f, V_r, V_q e V_e são os volumes dos espaços de compressão, do permutador arrefecedor, do regenerador, do permutador aquecedor e do espaço de expansão, respectivamente e, T_f, T_q, T_e e T_c são as temperaturas nos espaços do permutador arrefecedor, do permutador aquecedor, do espaço de expansão e do espaço de compressão, respectivamente. Sendo que os volumes são dados em m^3 e as temperaturas, em K .

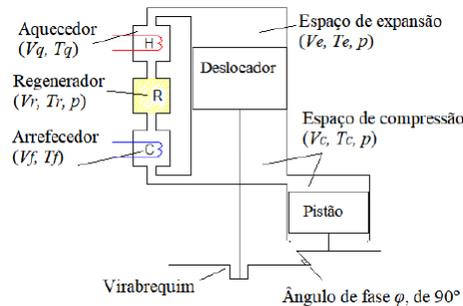


Figura 2. Esquema de um motor *Stirling* tipo Gama

A análise isotérmica de Schmidt pressupõe que as temperaturas do espaço de expansão, T_e , e do espaço do permutador aquecedor, T_q , encontram-se sob a mesma temperatura, bem como as temperaturas do espaço de compressão, T_c , e do espaço do permutador arrefecedor, T_f [6].

A Equação (3) permite obter o volume do espaço de expansão, V_e , em função do volume deslocado pelo êmbolo deslocador, V_{de} , o volume morto do espaço de expansão, V_{me} , e o ângulo de rotação, θ , do virabrequim.

$$V_e = 0,5V_{de}(1 - \cos \theta) + V_{me} \quad (3)$$

O volume do espaço de compressão é calculado em função do volume deslocado pelo pistão de trabalho, V_{dc} , o volume morto do espaço de compressão, V_{mc} , o ângulo de giro do vira-

brequim, θ , e ângulo de fase, φ , medido entre o deslocador e o pistão de trabalho, onde ϕ equivale a 90° , conforme [4].

$$V_c = 0,5V_{de}(1 - \cos \theta) + 0,5V_{dc}[1 - \cos(\theta - \varphi)] + V_{mc} \quad (4)$$

O volume total é dado por (5), sendo que V_r é o volume do regenerador.

$$V = V_e + V_r + V_c \quad (5)$$

A Equação (6) apresenta a pressão do gás no ciclo, p , que é expressa em função da pressão média do gás, p_{media} . Sendo que a pressão média é definida pelas pressões máxima e mínima do gás nos processos de expansão e compressão, respectivamente.

$$p = \frac{p_{media}\sqrt{(1 - c^2)}}{1 - c \cos \theta - a}, \quad (6)$$

sendo:

$$\frac{p_{min}}{p_{media}} = \sqrt{\frac{1 - c}{1 + c}}, \quad (7)$$

$$\frac{p_{max}}{p_{media}} = \sqrt{\frac{1 + c}{1 - c}}, \quad (8)$$

$$c = \frac{B}{S} \quad (9)$$

$$a = \arctan \frac{v \sin \varphi}{t + \cos \varphi + 1} \quad (10)$$

$$B = \sqrt{t^2 + 2(t - 1)v \cos \varphi + v^2 - 2t + 1} \quad (11)$$

$$S = t + 2t + X_{de} + \frac{4tX_r}{1 + t} + v + 2X_{dc} + 1 \quad (12)$$

Os parâmetros c , a , B e S dependem diretamente das relações de temperaturas das fontes quente e fria, t , dos volumes deslocados pelo pistão e pelo deslocador, v , e dos volumes mortos presentes no motor, X_{de} , X_{dc} , e X_r . Os volumes mortos presentes no motor são definidos como os espaços ocupados pelo gás que não passam por expansão e compressão como os volumes dos permutadores de calor, regenerador e dos condutos que interligam os cilindros [7].

O trabalho líquido do sistema durante o ciclo é resultante da soma algébrica do trabalho realizado nos espaços de compressão e de expansão, e é expresso por (13).

$$W_{liq} = \frac{p_{media}V_{de}\pi c \sin a}{1 + \sqrt{1 - c^2}} - \frac{p_{media}V_{dc}\pi ct \sin a}{1 + \sqrt{1 - c^2}} \quad (13)$$

As Equações (14) e (15) são utilizadas para calcular a potência e o rendimento do motor.

$$P = nW_{liq} \quad (14)$$

$$\eta = \frac{W_{liq}}{W_e} \quad (15)$$

sendo que a potência, P , é calculada em função do trabalho líquido do ciclo, W_{liq} , e da velocidade angular de rotação do volante, n , e o rendimento, η , expressa o quanto da energia fornecida ao sistema foi convertida em trabalho. O volante é um componente mecânico que armazena energia cinética de rotação e amortece os impulsos provocados pelos pistões sobre o virabrequim.

4 Desenvolvimento de um protótipo e sistema eletrônico de aquisição de dados

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa construiu-se o protótipo utilizando técnicas, processos de fabricação e materiais adequados para usinagem do cabeçote e o bloco do motor. A Figura 3 mostra uma visão em perspectiva dos principais componentes do protótipo.

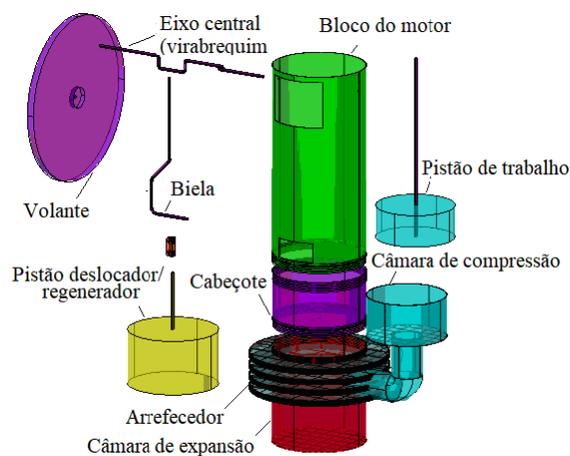


Figura 3. Visão em perspectiva do protótipo.

Visando proporcionar um maior gradiente de temperatura entre a zona quente e a zona fria do cilindro de expansão optou-se por fazê-lo com um permutador de arrefecimento constituído de um reservatório para água fria. Além disso, o cilindro de expansão foi construído utilizando uma lata de aço laminado cujas paredes apresentam menor espessura (conforme a Figura 4).



Figura 4. Fotografia do protótipo finalizado

A base inferior do cabeçote encaixa-se na parte superior da câmara de aquecimento como se fosse uma tampa. No entanto, a haste do êmbolo deslocador passa pelo cabeçote para ser

interligado a biela. Este é um ponto delicado do motor, uma vez que pode ocorrer fugas do fluido de trabalho.

O deslocador (êmbolo) é confeccionado com lâ de aço. Dessa forma, ele contribui com uma ação regenerativa para armazenamento do calor. O pistão de trabalho é interligado a um dispositivo tipo diafragma (compressor de membrana de borracha).

A Figura 5 mostra detalhes do mecanismo de abertura presente na parte superior do bloco para passagem do eixo de manivelas. Esse mecanismo possibilitou a redução da vibração demasiada que ocorria com o eixo de manivelas.

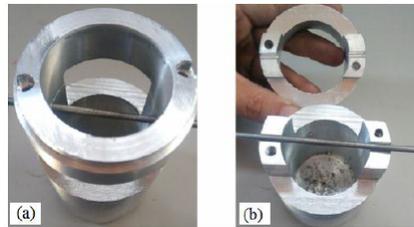


Figura 5. a) Bloco e b) Mecanismo de abertura superior do bloco do motor para encaixe do virabrequim

Utilizou-se o combustível querosene como fonte de calor para aquecer a superfície do permutador de aquecimento por meio de uma lamparina. Usando um tacômetro digital verificou-se que este protótipo alcançou uma velocidade angular de 1.140 rpm.

4.1 Instrumentação do motor

A estratégia utilizada para instrumentação do motor consiste na utilização de sensores para coleta de dados, como a velocidade angular de rotação do volante. Proposto por Conner, o método fundamenta-se na dinâmica do movimento de rotação e visa determinar a potência de atrito dos componentes móveis do motor por meio da desaceleração do volante [8].

Para medição das grandezas angulares de rotação do volante do protótipo, bem como as temperaturas médias das zonas quente e fria do espaço de trabalho, foram utilizados sensores e uma placa eletrônica com um microcontrolador ATmega328 da ATMEL, o Arduino Uno [9].

Sensores de temperatura LM35 foram afixados nas superfícies dos permutadores de calor de aquecimento e de arrefecimento para coleta das temperaturas T_q e T_f [10].

O método de Conner não faz medições da temperatura dentro dos espaços de expansão e de compressão, mas somente da temperatura nas superfícies dos permutadores de calor. Sendo assim, utilizou-se o sensor termopar tipo K , para medição da temperatura dentro da câmara de expansão. Para medição do período entre as revoluções do volante utilizou-se o sensor de efeito Hall US1881.

4.1.1 Dinâmica do movimento de rotação aplicado ao volante

O movimento rotacional do volante ocorre em virtude do momento da força (torque) aplicada pelo pistão de trabalho ao eixo de manivelas. Esse torque promove uma aceleração angular ao volante [11]. Por meio do sistema eletrônico de aquisição de dados, os períodos entre as revoluções do volante foram coletados e utilizados na Equação (16) para determinação

da velocidade angular do volante em rotações por segundo.

$$n = \frac{1}{T} \quad (16)$$

onde n é a velocidade angular em rps e T , o período de revolução em s .

A energia cinética provém do movimento de rotação do volante que possui uma inércia rotacional. Essa inércia depende da distribuição de massa com relação ao eixo de rotação. Assim, calcula-se a energia cinética de rotação pela Equação (17).

$$E_c = \frac{I\omega^2}{2} \quad (17)$$

onde E_c é a energia cinética em joule (J), I , o momento de inércia em $kg \cdot m^2$ e ω , a velocidade angular em rad/s .

O cálculo do momento de inércia para um disco cilíndrico maciço é calculado pela Equação (18).

$$I = \frac{MR^2}{2} \quad (18)$$

onde M é a massa do disco em kg e R , o raio do disco em m .

Pelo Teorema da Energia Cinética, quando o torque realiza trabalho em um corpo, a energia cinética de rotação do corpo muda de forma proporcional ao trabalho feito. Assim, o trabalho pode ser definido como a variação de energia cinética de rotação do corpo, conforme (19).

$$W = \frac{I\omega_f^2}{2} - \frac{I\omega_i^2}{2} \quad (19)$$

onde W é o trabalho em J , ω_i , a velocidade angular inicial e ω_f , a velocidade angular final, em rad/s .

A magnitude da potência transmitida pelo eixo do motor é caracterizada pela relação entre o trabalho e o tempo, conforme mostra a Equação (20).

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (20)$$

onde P é a potência instantânea dada em W . Sendo que W é o símbolo para watt ($1 W = 1 J/s$).

5 Resultados e Discussões

Uma simulação computacional das equações de Schmidt aplicadas ao protótipo foi realizada e utilizada como referência para a análise das informações coletadas pelo sistema de aquisição de dados durante os testes de operação realizados com o protótipo.

5.1 Simulação Computacional do Ciclo Stirling do Protótipo

O método isotérmico de Schmidt possibilita a simulação do ciclo *Stirling* ideal e serve como ponto de partida para investigação do comportamento do motor com relação às variáveis que são utilizadas para descrever sua operação. Assim, realizou-se uma simulação das equações de Schmidt em ambiente de programação MATLAB, tendo como dados de

Tabela 1. Dados de Entrada da Simulação de Schmidt

Volumes	Símbolos	Valores (cm^3)
Volume deslocado do espaço de expansão	V_{de}	62, 35
Volume deslocado do espaço de compressão	V_{dc}	17, 59
Volume morto do espaço de expansão	V_{me}	33, 26
Volume morto do espaço de compressão	V_{mc}	88, 24
Volume do regenerador	V_r	93, 52

entrada as dimensões e as condições de operação do protótipo. A Tabela 1 apresenta os valores dos dados de entrada da simulação. Os valores volumétricos apresentados na tabela foram obtidos conforme as dimensões do protótipo.

As condições de operação do protótipo também são declaradas como dados de entrada na simulação. A Tabela 2 apresenta os valores das temperaturas médias dos espaços de expansão e de compressão e a velocidade angular de rotação do volante. Esses valores foram obtidos por meio do sistema eletrônico de aquisição de dados.

Tabela 2. Variáveis Referentes as Condições de Operação

Variáveis	Símbolos	Valores
Temperatura do espaço de expansão	T_e	417, 78 K
Temperatura do espaço de compressão	T_c	340, 98 K
Velocidade angular do volante	n	1.140 rpm

A Tabela 3 mostra os resultados das variáveis de saída obtidos pela simulação: o trabalho líquido, W_{liq} , a potência, P , e o rendimento, η , de acordo com o modelo proposto por Schmidt.

Tabela 3. Resultados da Simulação para o Protótipo

Variáveis	Símbolos	Valores
Trabalho líquido	W_{liq}	11, 10 mJ
Potência	P	211, 00 mW
Rendimento	η	18, 38%

A partir da simulação é possível constatar o quanto as condições de operação influenciam o rendimento e a potência do motor, assim como as características geométricas dos cilindros e dos pistões. Deste modo, as variáveis volumétricas como os volumes dos permutadores podem ser reajustadas de modo a reduzir os volumes mortos, bem como a quantidade de calor transferida para o gás pode ser incrementada a partir da otimização dos permutadores de calor.

5.2 Resultados da Bancada de Ensaios

A Figura 6 mostra o aparato experimental com os sensores de temperatura LM35 e o sensor de efeito Hall. Os sensores LM35 foram utilizados para medição das temperaturas nas superfícies dos permutadores de calor.

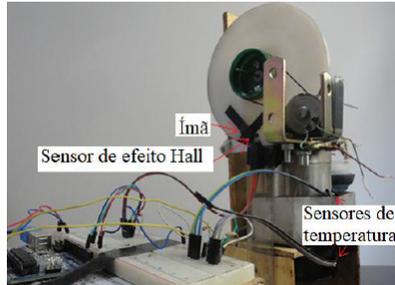


Figura 6. Aparato experimental para medições

A curva da Figura 7 apresenta a evolução da temperatura na superfície do permutador aquecedor, Tq . Sendo que a temperatura é dada em graus Celsius e o tempo em segundos.

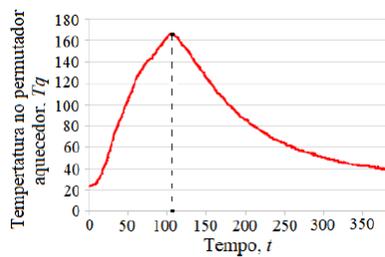


Figura 7. Temperatura na superfície do permutador de aquecimento

Conforme mostra a curva da Figura 7, entre os instantes de 0 s e 105 s a temperatura se elevou até $167^{\circ}C$, e depois dos 105 s, houve uma queda devido à retirada da fonte de calor. É interessante destacar que o calor liberado pela queima do querosene não é totalmente transferido para o permutador, pois uma parte desse calor é perdida para o ambiente na região próxima a chama e na própria superfície do permutador.

A curva da Figura 8 apresenta a evolução da temperatura na superfície do permutador de arrefecimento, Tf . O gráfico mostra que a temperatura no permutador atingiu aproximadamente $32^{\circ}C$.

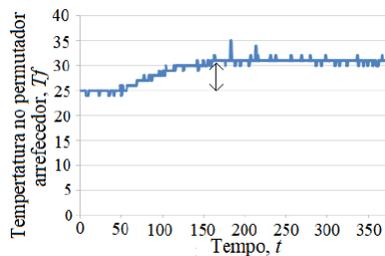


Figura 8. Temperatura na superfície do permutador de arrefecimento

Pelo gráfico da Figura 8 verifica-se que houve um aumento de $6^{\circ}C$ na parede do permutador de arrefecimento. Como os permutadores de aquecimento e de arrefecimento foram

instalados no mesmo cilindro, ocorre propagação de calor pela superfície do cilindro.

O gráfico da Figura 9 mostra a temperatura do gás no espaço de expansão, T_e , medida pelo termopar. A curva do gráfico demonstra que, entre os instantes de 0 s e 105 s, houve uma elevação da temperatura do gás conforme o aumento da temperatura no permutador de aquecimento (Figura 7). Depois de 105 s, mesmo com a retirada da fonte de calor, a temperatura do gás chegou a $159^{\circ}C$ e caiu de forma lenta com o tempo.

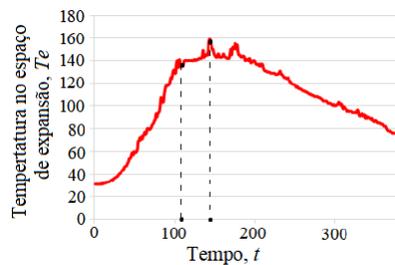


Figura 9. Evolução da temperatura do gás no espaço de expansão

A curva ilustrada na Figura 10 mostra a evolução da temperatura do gás na zona fria da câmara de compressão, T_c .

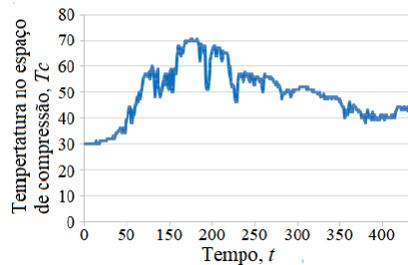


Figura 10. Evolução da temperatura do gás no espaço de compressão

A partir do gráfico da Figura 10 observa-se que a temperatura do gás atinge cerca de $71^{\circ}C$. Desta forma, observa-se que, $T_e < T_q$ e $T_c > T_f$. O que demonstra que o projeto de permutadores de calor é crucial para a transferência eficiente de calor, pois se a temperatura do gás na zona fria fosse mais próxima da temperatura da superfície do permutador arrefecedor, $32^{\circ}C$ e, a temperatura do gás na zona quente fosse mais próxima da temperatura do permutador aquecedor, $167^{\circ}C$, o rendimento teórico, pela expressão da eficiência térmica do ciclo de Carnot, seria aproximadamente igual a 30%.

A Figura 11 mostra graficamente a evolução da velocidade angular do volante durante o tempo de operação do motor. Sendo que a velocidade é dada em rotações por minuto.

A partida do motor ocorre aproximadamente 30 s depois de ligada a fonte de calor. A velocidade angular cresce atingindo 1.200 rpm devido à aceleração angular do volante. Em seguida, entre o tempo aproximado de 53 s a 105 s, o volante entra em regime estacionário e passa a girar com velocidade aproximadamente constante de 1.140 rpm. Após esse tempo, a fonte de calor é retirada e o volante continua a girar com o calor residual. Devido a fontes de fricção o volante desacelera até cessar seu movimento.

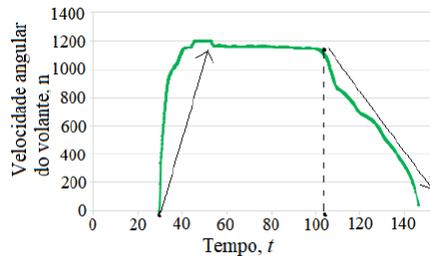


Figura 11. Comportamento da velocidade angular com o tempo

A Figura 12 mostra a curva da energia cinética de rotação do volante durante o tempo em que motor opera. Sendo que a energia cinética foi calculada utilizando-se a Equação (17).

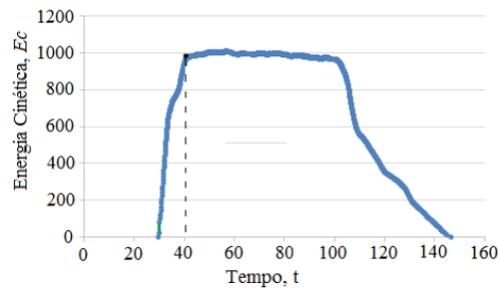


Figura 12. Gráfico da energia cinética com o tempo

No tempo aproximado de 40 s, a energia cinética é cerca de 1000 mJ. Como a velocidade angular inicial do volante é zero, a potência média de saída é em torno de 100 mW.

Dentre os desafios de realizar a análise do ciclo termodinâmico *Stirling* está a dificuldade de quantificar as perdas que ocorrem durante a operação do motor. As perdas ocorrem devido a fugas de fluido, queda de pressão, perdas de calor e perdas mecânicas por atrito. De modo que, a dificuldade de mensurar essas perdas torna o resultado do rendimento do motor impreciso.

6 Conclusões

O processo de construção do protótipo propiciou o enfrentamento e a busca de soluções das dificuldades técnicas construtivas do motor como a necessidade de: garantia de vedação das câmaras, redução de atrito mecânico pelo alinhamento do eixo de manivelas com as hastes do pistão de trabalho e do deslocador, construção de permutador arrefecedor com água para melhorar a dissipação de calor e construção de mancais com baixo atrito para o deslizamento livre do virabrequim.

O desempenho do motor *Stirling* está relacionado de forma direta com a eficiência dos permutadores de calor. Pela expressão do rendimento de Carnot, obteve-se um rendimento em torno de 18%, considerando a temperatura do gás nos espaços de compressão e ex-

pansão (Tabela 3). Se o gás tivesse a mesma temperatura dos permutadores de calor, esse rendimento seria de 30%.

Pela simulação do ciclo *Stirling* do protótipo estimou-se uma potência de 211 *mW*. Pela análise da dinâmica rotacional do volante (por meio do sistema de medição) obteve-se uma potência média de saída de aproximadamente 100 *mW*. A potência estimada pela simulação é duas vezes maior que a potência obtida pelo sistema de medição eletrônica devido as considerações ideais assumidas por Schmidt. O protótipo resultante desta pesquisa, apesar de possuir pequeno porte, permitiu a obtenção de informações importantes que podem abrir caminhos para a construção de motores *Stirling* de maiores dimensões e conseqüentemente com valores de potências de saída para utilização prática.

Dentre as sugestões de temas para aprofundamento investigativo do motor Stirling, pode-se citar:

1. Estudo e modelagem de permutadores de calor de aquecimento e arrefecimento;
2. Análise de perdas de energia térmica e mecânica;
3. Análise de rendimento do protótipo com diferentes combustíveis e
4. Otimização dos volumes mortos do motor para melhorar o desempenho do motor.

Referências

- [1] CERVANTES, J. V. Metodologia para el rediseño de motores de ciclo Stirling. 93 p. Dissertação (Mestrado). Curso de Ingenieria Mecânica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional, México, 2006.
- [2] HILLIG, T. A Hybrid Solution with Concentrated Solar Power (CSP) and Fuel for Baseload Mining Operations. [S.l.], 2016. 13 p.
- [3] COSTA, J. M. S. Metodologia Simplificada para a Análise Termoeconomica de Sistemas de Cogeração como Motor Stirling. 149 p. Dissertação (Mestrado). Universidade do Minho, Escola de Engenharia, 2013.
- [4] SONNTAG, R. E.; BORGNACKE, C.; WYLEN, G. J. V. Fundamentos da Termodinâmica. 6. ed. [S.l.]: Editora Edgard Blucher Ltda, 2003. 584 p.
- [5] LLOYD, C. A. A Low Temperature Differential Stirling Engine for Power Generation. 132 p. Dissertação (Mestrado). University of Canterbury, Curso de Engenharia, 2009.
- [6] URIELI, I. A Computer Simulation of Stirling Cycle Machines. 313 p. Tese (Doutorado). University of the Witwatersrand, Faculty of Engineering, Curso de Mechanical Engineering, Johannesburg, 1997.
- [7] PINILLA, A. V. Diseño de un prototipo bio-Stirling para abastecer la demanda energética de una vivienda rural. Valparaíso: [s.n.], 2012.
- [8] CONNER, D. How to measure engine friction using flywheel desacceleration?, 2016. Disponível em: <http://www.solarheatengines.com/2013/02/17/how-to-measure-enginefriction-using-flywheel-deceleration/>, 2016.
- [9] Arduino, 2017. Disponível em: <https://store.arduino.cc/usa/arduino-uno-rev3j>.
- [10] LM35 Datasheet, 2017. Disponível em: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm35.pdf>.

- [11] CORRADI, W.; TARSIA, R. D. Fundamentos de Física 1. [S.l.]: Editora UFMG, 2010. 514 p.

AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A TCT E A TRI

LARGE SCALE EDUCATIONAL EVALUATION AND SOME CONSIDERATIONS ABOUT TCT AND TRI

José Ailton Rodrigues Soares

Instituto Federal do Tocantins - IFTO, Palmas, TO
ailton.rs@hotmail.com

Aline Ferreira Amorim

Instituto Federal do Pará - IFPA, Cametá, PA
alineamorim19@hotmail.com

Claudionor Renato da Silva

Universidade Federal de Goiás - UFG, Jataí, GO
crenato@uft.edu.br

Resumo: O presente artigo tem como objetivo organizar algumas considerações sobre os principais aspectos da TCT (Teoria Clássica dos Testes) e da TRI (Teoria de Resposta ao Item) como técnicas de avaliação educacional em larga escala na educação básica brasileira. Utiliza-se o método da pesquisa bibliográfica para apresentar os conceitos e aplicações, ainda que breves, destes métodos. Para entender a TCT é preciso conceituar a psicometria, que se fundamenta na teoria da medida em ciências para explicar o sentido que tem as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas e propor técnicas de medida dos processos mentais. Já a TRI, também considerada uma vertente da psicometria, se interessa especificamente por cada um dos itens. Pode-se concluir que a TCT é um método avaliativo menos complexo que TRI, além de necessitar de menor tamanho amostral. Já a TRI trata de método mais detalhista, que refina as análises dos itens e avalia outros aspectos mais subjetivos de uma prova. Contudo, como as duas técnicas são utilizadas juntamente, em estudos na área da matemática, a presente pesquisa pontua como principal crítica a falta de retorno destes resultados em melhoria da qualidade da educação básica brasileira.

Palavras-chave: avaliação em larga escala; teoria clássica dos testes; teoria da resposta ao item.

Abstract: This article aims to organize some considerations about the main aspects of TCT (Classical Theory of Tests) and TRI (Item Response Theory) as techniques of large - scale educational evaluation in Brazilian basic education. The method of bibliographic research is used to present the concepts and applications, albeit brief, of these methods. In order to understand TCT, it is necessary to conceptualize psychometry, which is based on the theory of measurement in sciences to explain the meaning of the answers given by the subjects to a series of tasks and to propose measurement techniques of the mental processes. The TRI, also considered a psychometry strand, is specifically interested in each of the items. It can be concluded that the TCT is an evaluation method less complex than TRI, besides requi-

ring a smaller sample size. The TRI is a more detailed method, which refines the analysis of the items and evaluates other more subjective aspects of a test. However, as the two techniques are used together, in studies in the area of Mathematics, the present research criticizes the lack of return of these results in improving the quality of Brazilian basic education.

Key words: large scale educational evaluation; classical Theory of Tests; item Response Theory.

1 Introdução

Discutir o tema educação e sua cientificidade na grande área das ciências humanas é um processo que não pode ser realizado sem levar em consideração todas as etapas que fazem parte da estrutura do sistema educacional, portanto, das políticas públicas. Enfrenta-se, no Brasil e no mundo, o desafio de universalizar a educação, sendo, a avaliação uma importante parte do processo educativo. As avaliações atuam como recurso que visam quantificar o desenvolvimento psicopedagógico do aluno [5, 11]. Neste sentido, busca-se na educação brasileira a conciliação, de um lado, a qualidade e a excelência e, do outro, a prática de valores que contribuam para a democratização da sociedade [9].

Os resultados obtidos em provas de larga escala, ao longo dos anos, no Brasil, expressos apenas por seus escores brutos ou padronizados, têm sido tradicionalmente utilizados nos processos de avaliação e seleção de indivíduos - principal característica da TCT – Teoria Clássica dos Testes [1]. Mas é importante considerar que mesmo com a chegada da TRI – Teoria de Resposta ao Item – quase não se percebem mudanças no cenário educativo da educação básica que sejam reflexos das avaliações como as do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio), Prova Brasil e aquelas avaliações criadas nos Estados da federação [11] que possam traduzir em melhoria do sistema educacional, desde os anos iniciais do ensino fundamental.

Uma discussão importante sobre os resultados das provas e sua avaliação pela TRI, sobretudo as do Enem, é que tais resultados dependem do particular conjunto de questões que compõe a prova e dos indivíduos que a fizeram, ou seja, as análises e interpretações estão sempre associadas à prova como um todo e ao grupo de indivíduos. Assim, a comparação entre indivíduos ou grupos de indivíduos somente é possível quando eles são submetidos às mesmas provas ou, pelo menos, ao que se denomina de provas paralelas, quase sempre difíceis de serem construídas. Desta maneira, fica muito difícil fazer comparações quando diferentes indivíduos fazem provas diferentes e, por outro lado, outra dificuldade tem sido a forma de interpretação dos parâmetros da TRI que realmente identifiquem estas particularidades, tanto das provas, quanto dos contextos em que estas provas são aplicadas, considerando a regionalidade brasileira e sua diversidade [1, 7, 12].

A TRI é a Teoria de Resposta ao Item, é uma avaliação que muda o foco de análise da prova como um todo para a análise de cada item. A TRI é um conjunto de modelos matemáticos em que a probabilidade de resposta a um item é modelada como função da proficiência (habilidade) do aluno (variável latente, não observável) e de parâmetros que expressam certas propriedades dos itens. Quanto maior a proficiência do aluno, maior a probabilidade de ele acertar o item [7, 12].

Considerando esses aspectos, o objetivo do presente artigo é realizar algumas considerações sobre os principais aspectos da TCT e da TRI, seus conceitos e aplicações na avaliação educacional brasileira, particularmente, a educação básica, ainda que, de forma

breve.

Como metodologia adotou-se a pesquisa bibliográfica [13] destacando alguns trabalhos que tiveram como foco a TRI e o tema da avaliação em larga escala. A metodologia proposta permitiu, por meio do levantamento bibliográfico, indicar conclusões, propor pesquisas e clarificar a temática, de forma mais ampla.

2 Desenvolvimento

2.1 Teoria Clássica dos Testes – TCT

Para entender a TCT, é preciso conceituar a psicometria que, segundo Pasquali, (2009) se fundamenta na teoria da medida em ciências para explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas e propor técnicas de medida dos processos mentais.

A teoria clássica dos testes (TCT) é uma das vertentes da psicometria moderna, ela se preocupa em explicar o resultado final total, isto é, a soma das respostas dadas a uma série de itens, expressa no denominado escore total (T). O modelo da TCT foi elaborado por Spearman e detalhado por Gulliksen. O modelo é o seguinte:

$$T = V + E$$

sendo,

T = escore bruto ou empírico do sujeito, que é a soma dos pontos obtidos no teste;

V = escore verdadeiro, que seria a magnitude real daquilo que o teste quer medir no sujeito e que seria o próprio T se não houvesse o erro de medida;

E = o erro cometido nesta medida.

Dessa forma, o escore empírico é a soma do escore verdadeiro e do erro. E sendo assim, a grande tarefa da TCT consiste em elaborar estratégias para controlar ou avaliar a magnitude do erro, que pode ser por defeitos do próprio teste ou estereótipos e vieses do sujeito, ou fatores históricos e ambientais aleatórios [10].

Na TCT são avaliadas duas características dos itens: a dificuldade e a discriminação. O índice de dificuldade é dado pela proporção de indivíduos que respondem afirmativamente ao item e varia entre 0 e 1, sendo que caso seu valor seja igual a 0, significa que nenhum indivíduo respondeu ao item afirmativamente. Ao contrário, se o índice for igual a 1, significa que todos responderam afirmativamente. Já o parâmetro de discriminação visa diferenciar o grupo de indivíduos que tiveram alta pontuação total dos que tiveram baixa pontuação total no teste. O item é mais discriminativo quanto maior for o seu valor [11].

Dois fatores podem influenciar a interpretação do índice de dificuldade: o número de respostas omitidas e a probabilidade de um indivíduo responder corretamente ao item pelo acaso. Sendo assim, se um grande número de indivíduos não responder ao item por falta de tempo, o índice de dificuldade não será avaliado corretamente [11].

Segundo Sartes e Sousa-Formingoni (2013), na TCT se basearam a maioria dos métodos operacionais utilizados para avaliar as duas principais propriedades psicométricas dos instrumentos: a validade e a confiabilidade. A validade de um instrumento pode ser definida como sua capacidade de realmente medir aquilo a que se propõe a medir. Já confiabilidade de um teste se refere à reprodutibilidade da medida, ou seja, o grau de concordância entre múltiplas medidas de um mesmo sujeito inter e intraindivíduos.

Porém, a TCT possui algumas limitações, como as avaliações dos testes somente são válidas se a amostra for representativa, ou se o instrumento for utilizado em outra amostra

com características semelhantes; além disso, testes diferentes com índices de dificuldade e discriminação diferentes geram resultados diferentes para os mesmos indivíduos; se o mesmo construto é medido por dois testes diferentes, os resultados não são expressos na mesma escala, impedindo uma comparação direta; pressupõe-se que a variância dos erros de medida de todos os indivíduos é a mesma, entretanto, deve-se considerar que alguns indivíduos realizam o teste de forma mais consistente do que outros [3, 6, 10].

Assim, conclui-se, de maneira bem ampla, que a TCT busca, em última instância, a interpretação final da resposta dada a determinada questão e, desta forma, tomando como ponto de partida a soma dos itens acertados ou errados, obtém-se “a nota” do sujeito.

Na TCT quanto mais extenso fosse o instrumento para medir um construto, ou seja, a questão, a prova como um todo, melhor seriam suas propriedades de validade. Além disso, um maior número de itens contribuía positivamente no cálculo das fórmulas de confiabilidade.

Entretanto, nas últimas décadas, este conceito tem sido desafiado por uma corrente teórica conhecida como Teoria de Resposta ao Item (TRI). Esta corrente propõe o uso de escalas mais curtas que seriam tão confiáveis quanto as longas, se não mais. Esta era, que se iniciou a partir da década de 1980, é conhecida como a era da psicometria moderna, centrada na TRI [11]. Mas a TCT não foi abandonada de todo ou completamente, já que, para os resultados pela TRI, grande parte dos trabalhos aponta comparações com gráficos e scores da TCT.

2.2 Teoria da Resposta ao Item - TRI

A TRI, segundo Pasquali (2009), assim como a TCT também é uma vertente da psicometria, porém, não está interessada no escore total em um teste, pelo contrário, ela se interessa especificamente por cada um dos itens e quer saber qual é a probabilidade e quais são os fatores que afetam esta probabilidade de cada item individualmente ser acertado ou errado (em testes de aptidão) ou de ser aceito ou rejeitado (em testes de preferência: personalidade, interesses, atitudes).

Em Rabelo (2013) encontramos a fórmula geral da TRI, dada como

$$P(X_{ji} = 1|\theta_j) = c_i + \frac{1 - c_i}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

em que:

- X_{ji} é a resposta do indivíduo j ao item i (igual a 1, se o indivíduo responde corretamente, e igual a 0, caso contrário);
- $a_i > 0$ é o parâmetro de discriminação do item i ;
- b_i é o parâmetro de posição (ou de dificuldade) do item, medido na mesma escala da habilidade;
- $0 < c_i \leq 1$ é o parâmetro da assíntota inferior do item i , refletindo as chances de um estudante de proficiência muito baixa selecionar a opção de resposta correta;
- θ_j representa a habilidade ou traço latente do j -ésimo indivíduo;
- e representa a função exponencial;

- D é um fator de escala, que é igual a 1 na métrica logística e igual a 1,7 na métrica normal.

Ao contrário da TCT em que o interesse é o de produzir testes de qualidade, a TRI se interessa por produzir tarefas (itens) de qualidade. No final, então, temos ou testes válidos (TCT) ou itens válidos (TRI), itens com os quais se poderão construir tantos testes válidos quantos se quiser ou o número que os itens permitirem. Assim, a riqueza na avaliação psicológica ou educacional, dentro do enfoque da TRI, consiste em se conseguir construir armazéns de itens válidos para avaliar os traços latentes, armazéns estes denominados de bancos de itens para a elaboração de um número sem fim de testes [10].

O modelo da TRI parte da suposição de que existe no indivíduo um traço latente, representado pela letra θ (teta), relativo a uma característica do indivíduo como, por exemplo, a gravidade da dependência de drogas, o nível de depressão, ou o quanto ele sabe sobre matemática. O traço latente pode ser entendido, em outros contextos, como o construto. O nível do traço latente do indivíduo (por exemplo: nível de habilidade em matemática, gravidade da depressão etc.) permite estimar se o indivíduo responderá positivamente ou não a um determinado item, estabelecendo para cada item uma probabilidade de resposta relacionada à presença (ou intensidade) da condição avaliada [4].

O primeiro passo para aplicação da TRI é a estimação dos parâmetros dos itens, que pode ser feita por diferentes modelos estatísticos. Um modelo comum aplicado a itens dicotômicos é o modelo logístico de dois parâmetros, o qual avalia as características de dificuldade e discriminação dos itens, entretanto, diversos outros modelos são propostos.

Pela estimação dos parâmetros é possível construir uma escala que será usada para interpretar o problema que está sendo estudado. Existem vários métodos de estimação. Os mais empregados são o Método da Máxima Verossimilhança e Métodos Bayesianos. A aplicação destes métodos de estimação requer a utilização de ferramentas matemáticas bastante complexas que necessitam de recursos computacionais [2].

O Saeb foi o primeiro a aderir a TRI em 1995, mas, a partir de 2009, o novo Enem também passou a utilizá-la. Por este motivo, a TRI pode ser considerada um importante elemento nas discussões sobre o sistema educacional no Brasil [5].

Segundo Araújo et al (2009), a TRI revolucionou a psicometria ao propor modelos para traços latentes e pela sua suposição de invariância. Pois, para obter a medida de um determinado traço latente deve-se caracterizar a natureza do traço latente a ser medido, construir os itens que devem cobrir todo o traço latente, observar o tipo de resposta que é dado ao item para verificar se os itens têm natureza acumulativa ou de desdobramento e, a partir daí, escolher o modelo da TRI mais adequado que se ajuste aos dados. Em seguida, estimar os parâmetros dos itens e dos respondentes e construir e interpretar a escala do traço latente.

Na TRI há uma “engenharia” específica e complexa na construção de itens para avaliação, que os espaços deste artigo não permitem aprofundar, mas é preciso afirmar que existem vários manuais, estrangeiros e nacionais que explicitam sua aplicabilidade nas avaliações em larga escala [11].

A TRI, em comparação TCT, traz alguns avanços como considerar que o indivíduo possui um traço latente “verdadeiro” específico que não irá variar segundo os itens utilizados, desde que os itens estejam medindo o mesmo traço latente; o cálculo dos parâmetros dos itens independe da amostra de sujeitos utilizada; permite ainda posicionar os itens e os sujeitos em uma mesma escala do traço latente que está sendo avaliado; constitui um modelo que não precisa fazer suposições improváveis, tais como a de que os erros de medida são iguais para todos os indivíduos; não exige que se trabalhe com instrumentos estritamente paralelos

para avaliar a confiabilidade; e ainda permite que as respostas que não se aplicam a alguns entrevistados não sejam consideradas idênticas à resposta nula [6].

3 Conclusões

A TCT é um método avaliativo menos complexo que a TRI, além de necessitar de menor tamanho amostral e talvez por isso não tenha caído em desuso. Já a TRI trata de um método mais detalhista, que refina as análises dos itens e avalia os parâmetros de dificuldade, discriminação e acertos ao acaso, possui grau de acurácia mais apurado que atua como complementos aprofundados de informações necessárias à avaliação aplicada. Porém, o fato de a TRI necessitar de programas mais sofisticados a torna, também, mais dispendiosa e menos disponível ao público, sobretudo à pesquisa de avaliações de larga escala, geralmente, possíveis apenas a órgãos institucionais públicos e, geralmente, só há acesso a provas e resultados pelo TRI, muito tempo após a realização das provas.

Geralmente a TCT atua como parâmetro comparativo para os resultados da TRI [11]. Grande parte dos poucos estudos existentes aponta as duas técnicas em conjunto na avaliação das provas, por exemplo do Enem.

De fato, a aplicação em conjunto deve ser vista como técnica complementar, o que possibilita uma avaliação mais completa. Contudo as provas de avaliação em larga escala ainda não possibilitaram, ao longo desses anos, mudanças no formato das provas e possíveis retornos de melhoria da qualidade no que diz respeito, por exemplo, a melhor preparação dos estudantes para estas provas, sobretudo no ensino médio e o acesso ao ensino superior. Exatamente por isso, como se apontou na Introdução deste artigo, a temática da avaliação em larga escala e o método de construção dos itens e sua avaliação, sobretudo, com a engenharia da TRI são decisivas para se discutir educação, sistema educacional e políticas públicas, ou seja, que resultados destas avaliações promovam a melhoria da educação dos brasileiros e brasileiras.

Referências

- [1] ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. da C. Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações. 164 p. SINAPE 2000.
- [2] ARAUJO, E. A. C. de; ANDRADE, D. F. de; BORTOLOTTI, S. L. V. Teoria da Resposta ao Item. Revista Escola Enfermagem; v. 43, 1000-1008, 2009.
- [3] EMBRETSON, S. E.; REISE, S. P. Item Response Theory for psychologists. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum (2000).
- [4] FLETCHER, P. A teoria da resposta ao item: Medidas invariantes do desempenho escolar. Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação, v. 1, n.2, p. 21-28, 1994.
- [5] GUIMARÃES, B. C. Teoria de resposta ao item e aplicação no ensino de geografia. Revista de Estudos e Pesquisas em Ensino de Geografia, Florianópolis, v. 1, n. 2, 2014.
- [6] HAMBLETON, R. K.; SLATER, S. C. Item Response Theory Models and Testing Practices: Current international status and future directions. European Journal of Psychological Assessment, v. 13, n.1, p. 21-28, 1997.

- [7] KLEIN, R. Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Revista ENSAIO, n. 40, v.11, p.283-296, 2003.
- [8] LORDÊLO, J. A. C.; DAZZANI, M. V. Avaliação educacional: desatando e reatando nós [online]. Salvador: EDUFBA, 2009. 349 p. ISBN 978-85-232-0654-3. Available from Scielo Books.
- [9] PASQUALI, L. Psicometria. Revista Escola Enfermagem, v. 43, p. 992-999, 2009.
- [10] PASQUALI, L.; PRIMI, R. Fundamentos da Teoria de Resposta ao Item – TRI. Avaliação Psicológica, v. 2, n.2, p. 99-110, 2003.
- [11] RABELO, M. Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Coleção Profmat. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- [12] SARTES, L. M. A; SOUSA-FORMINGONI, M. L. O. D. Advances in psychometrics: from classical test theory. Psicologia: reflexão e crítica, n.26, v 2, p. 241-250, 2013.
- [13] SAMPIERI, R.H.; COLLADO, C.F.; LUCIO, M.P.B. Metodologia de Pesquisa. Penso, 2006.

Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática

Workshops of probability and statistics: a proposal for intervention in the teaching and learning of mathematics

Mailson Matos Pereira

Universidade Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Campina Grande, PB
mailsonpb@hotmail.com

Divanilda Maia Esteves

Universidade Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Campina Grande, PB
diana.maia@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem como principal objetivo apresentar os resultados de uma abordagem diferenciada dos conteúdos de Probabilidade e Estatística no ensino médio. Para atingir o objetivo foram aplicadas cinco oficinas de Matemática com os alunos do 3º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara localizada na cidade de Pombal-PB. A aplicação das oficinas tinha como finalidade desenvolver nos educandos um novo olhar sobre a matemática, fazer com que os mesmos fossem capazes de compreender conceitos probabilísticos e estatísticos, construir e fazer leitura de gráficos e tabelas, bem como associar e utilizar a Estatística e a Probabilidade a situações cotidianas. No decorrer do trabalho, serão apresentados: a descrição das oficinas, sua aplicação e os resultados obtidos. Por fim, serão feitas algumas considerações sobre os resultados observados.

Palavras-chave: Oficinas; Estatística; Probabilidade; Ensino e Aprendizagem.

Abstract: The main objective of this work is to present the results of a differentiated approach to probability and statistics in secondary education. In order to reach the objective, five activities were applied with the students of the 3º year of the State School of Elementary and Middle Arruda Câmara located at the city of Pombal-PB. The purpose of the activities was to develop a new look at mathematics, to enable them to better understand probabilistic and statistical concepts, to construct and read graphs and tables, and to associate and use statistics and Probability in their lives. In this work, the following will be presented: a description of the workshops, their application and the results obtained. We will present the class profile and the impressions of the students about the impact of the work on their learning.

Key words: Workshops; Probability; Statistics; Education and Learning.

1 Introdução

Diariamente ouvimos falar, pelos veículos de comunicação em bolsa de valores, crescimento populacional, taxa de natalidade, loterias esportivas e numéricas, pesquisas de opinião pública, entre outros. Tudo isso está diretamente ligado a um campo da Matemática que

trabalha com o tratamento de informações conhecido como Estatística. A estatística é a parte da Matemática em que se investigam processos de obtenção, organização e análise de dados sobre um Universo populacional - (coleção de seres quaisquer), e métodos de tirar conclusões e tomar decisões com base nestes dados, ou ainda um conjunto de elementos numéricos relativos a um fator Social [8].

De acordo com as Leis Diretrizes e Base da Educação (LDB), a Educação Básica tem por principal objetivo promover uma formação comum indispensável para o exercício da cidadania [2]. Assim, fica claro que o estudo da Estatística é de fundamental importância para a formação inicial, visto que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) estudar Estatística e Probabilidade favorece o desenvolvimento de certas atitudes, como posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões ante as informações vinculadas pela mídia, livros, jornais e outras fontes.

Os PCN estabelecem que o aluno deve ser capaz de compreender acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, construir conceitos, ler e interpretar dados de gráficos e tabelas entre outros; sendo sempre capaz de observar aspectos que permitam confiar ou não nos resultados observados [3].

Neste sentido, este trabalho tem o propósito de trazer uma proposta de intervenção para o ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade utilizando-se de práticas interdisciplinares com auxílio lúdico e tecnológico em alguns momentos. Estas aulas devem ser ministradas através de Oficinas Matemáticas que façam com que os alunos compreendam de forma mais efetiva conceitos, tais como: espaço amostral, probabilidade, inferência, média, moda, mediana, variância, desvio-padrão, entre outros. Na maioria das vezes, a forma como o conteúdo de Probabilidade e Estatística é ministrado faz com que os alunos decorem fórmulas e procedimentos algébricos destes conteúdos, deixando de lado o essencial, que são seu significado e suas aplicações cotidianas.

A abordagem é destinada a professores que ministram aulas de Matemática para turmas de Ensino Fundamental II e Médio. A mesma procura estabelecer a importância do ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade e da utilização de práticas inovadoras, objetivando promover uma melhor aprendizagem e interação entre professor e aluno. Esse tipo de atividade tem sido utilizado com sucesso em diversas áreas, pois dinamiza as aulas e atrai a atenção do aluno. Por exemplo, em [1] trabalhou-se os conceitos de estatística através da construção de questionários. Os alunos traçaram o perfil dos alunos da escola onde estudavam e apresentaram os resultados usando estatística descritiva. O autor relata o envolvimento e a motivação da sala ao realizar a tarefa e a forma como assimilaram mais facilmente o conteúdo. Outra experiência, relatada por [5], faz o uso de um jogo com questões de probabilidade em diferentes níveis onde os alunos podiam testar o que aprenderam nas aulas de probabilidade. Vale ressaltar, que essas atividades devem ser usadas conjuntamente com as aulas teóricas. Seu objetivo é auxiliar na aprendizagem, pois uma vez que o aluno aplica o conteúdo ministrado, ele solidifica esse conhecimento adquirido.

O projeto foi testado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara localizada na cidade de Pombal-PB, no Sertão Paraibano. Foram aplicadas Oficinas Matemáticas de Estatística e Probabilidade com alunos do 3º ano do Ensino Médio da referida escola, cuja forma de aplicação e os resultados serão apresentados neste artigo.

2 As Oficinas

Não há dúvidas de que a matemática faz parte do dia a dia de todos, no entanto a forma como muitas vezes é abordada nas escolas, faz com que muita gente acredite que este é um conteúdo abstrato, inacessível e quase incompreensível. No entanto, sabe-se que o uso de material concreto no ensino de matemática tem mudado um pouco esta visão. No que se refere ao ensino de Estatística e Probabilidade, a Associação Brasileira de Estatística (ABE) e o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) tem promovido ações no sentido de divulgar (a Estatística) e buscar alternativas para dinamizar o ensino. A ABE criou o "Projeto Bussab de Divulgação e Educação Estatística" e tem discutido com seus membros a respeito de propostas que possam tornar mais atrativos os conteúdos relacionados a essa área específica. Mais informações podem ser obtidas no site da associação (<http://www.redeabe.org.br/site/>). O IBGE tem o projeto Portas Abertas para a Escola, que é um evento online com palestras de pesquisadores e professores, falando sobre experiências do ensino de estatística na educação básica e apresentando propostas de atividades (<https://eventos.ibge.gov.br/escolas-online>). Além dessas iniciativas, pode-se citar o portal *Ativestat* (<https://www.ime.usp.br/ativestat>) que é um projeto do professor Marcos N. Magalhães do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. No *site*, o professor, que é pesquisador da área de Educação Estatística, sugere algumas oficinas que podem ser realizadas em sala de aula para dinamizar o ensino na área.

A Estatística pode ser dividida em duas partes: a Estatística Descritiva, que trabalha com a descrição e organização dos dados e a Estatística Indutiva ou Inferencial, que faz a análise e interpretação desses dados e tenta tirar conclusões sobre populações, a partir de resultados obtidos com testes estatísticos feitos em amostras retiradas dessa população. A base do conhecimento estatístico é a probabilidade. Na educação básica, o enfoque maior é dado aos conceitos de estatística descritiva (tabelas, gráficos e medidas resumo) e probabilidade para espaços amostrais finitos.

No ensino médio de escolas públicas os alunos acabam enfrentando dificuldades no ensino e aprendizagem de Estatística; muitas vezes por falta de base que deveria ser adquirida no ensino fundamental ou mesmo porque os professores preferem não ministrar este conteúdo. Isso tudo faz com que os estudantes tenham dificuldade em interpretar gráficos e tabelas que aparecem com grande frequência no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), em provas de concursos públicos, seleções de cursos técnicos, entre outros. Este é um dos pontos importantes do estudo de Estatística e Probabilidade na educação básica [1]. Além disso, claramente, conhecer os conceitos de probabilidade e estatística influencia na formação do cidadão, pois contribui para uma melhor leitura de informações recebidas através de gráficos, tabelas e medidas como médias e porcentagens. Tal apresentação de dados tem sido amplamente usadas por meios de comunicação, propagandas governamentais, pesquisadores, por exemplo.

As oficinas aqui apresentadas buscam unir o aspecto multidisciplinar inerente à estatística/probabilidade e a motivação presente nos processos de aprendizagem que fogem das aulas teóricas. É necessário esclarecer que as aulas teóricas são importantes e que elas aconteceram antes da aplicação das atividades. A atividade proposta reforça os conceitos através de sua aplicação em situações práticas.

Os conceitos abordados nas oficinas podem ser encontrados em diversos livros tanto em nível de educação básica, quanto superior. Eles foram apresentados com detalhes no trabalho que originou este artigo [8], bem como em livros como [4, 6, 7, 9, 10].

A seguir serão apresentadas as oficinas e alguns comentários adicionais sobre sua aplicação.

2.1 Oficina 1 - Horas dormidas

Inicialmente houve um debate entre o professor e os estudantes sobre o que pode interferir na quantidade de horas dormidas, no qual algumas questões sobre o tema foram levantadas, como por exemplo:

- Será que meninos dormem mais do que meninas?
- Quem pratica esporte dorme mais?
- Quem passa muito tempo na internet dorme menos?

Depois da discussão, decidiu-se quais variáveis seriam consideradas. Para evitar complicações na análise, decidiu-se que a variável **horas dormidas** deveria ser anotada em valores inteiros (aproximados) de horas. O próximo passo foi coletar dados. A seguir, em sala de aula o professor junto com os estudantes, construíram tabelas e gráficos (de setores, de barras, de segmentos entre outros) com as frequências de cada variável coletada utilizando computadores ou papel e lápis. Para finalizar, os alunos observaram e comentaram em grupos o comportamento das variáveis, com base nas tabelas e gráficos.

Pode-se ainda estudar o efeito das outras variáveis sobre as horas dormidas. Por exemplo, faça um gráfico separado para cada resposta sobre prática de esportes; isto é, compare as horas de sono dos que praticam com os que não praticam esportes e verifique se aparecem diferenças. Peça que os estudantes comentem. De modo similar, estude a influência das outras variáveis que tiverem sido coletadas. A aula pode culminar com uma reflexão sobre os resultados e as dificuldades encontradas. Pode-se questionar por exemplo:

- Qual a conclusão da influência de cada variável estudada?
- Encontraram alguma coisa que tende a atrapalhar a quantidade de horas dormidas?
- Algum fator existente aumenta essas horas?

Esta oficina é uma versão adaptada de uma atividade proposta no Ativestat - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, disponível no site <https://www.ime.usp.br/ativestat>. A mesma foi realizada em 4 horas/aula e foi dividida em duas etapas, onde na primeira foi feito o levantamento dos dados e na segunda foi feita a discussão dos resultados.

2.2 Oficina 2 - Argumentação com números

O objetivo desta atividade é explorar a coleta de informações pelos estudantes para dar suporte às suas opiniões. Esta atividade não visa apenas reproduzir argumentos encontrados em algumas fontes pesquisadas, mas sim, reforçar as suas opiniões sobre determinados temas utilizando-se de dados estatísticos para fortalecer a sua tese.

Esta pode ser considerada uma das melhores formas de um estudante entender a importância da estatística em seu cotidiano e o quanto a mesma está presente na sociedade. Esta oficina consiste em fazer com que os alunos busquem defender pontos de vistas fundamentando-se em dados estatísticos e deve ser aplicada em duas aulas.

Na primeira aula o professor propôs alguns conteúdos atuais e polêmicos, de preferência que deixem os estudantes com opiniões divididas, tais como:

- Permissão para dirigir aos 16 anos;

- Uso de celular em sala de aula;
- Legalização do aborto;
- Escolas em tempo integral;
- Maioridade penal aos 16 anos;

entre outros temas, que podem ser sugeridos pelos próprios educandos.

Em seguida, os alunos escolhem um ou dois temas, dependendo da quantidade de alunos da classe. Escolhidos o(s) tema(s), divide-se a sala em grupos, sendo que um dos grupos deve apresentar argumentos a favor do tema e o outro contra. Ainda nessa aula são discutidos os meios(fontes) que cada grupo vai se utilizar para embasar suas argumentações. O professor, deve dar o prazo de uma semana para que os alunos possam pesquisar, ou até mesmo fazer pesquisas de opinião, sobre os posicionamentos que pretendem defender.

Na segunda aula, que deve ocorrer uma semana depois, o professor, deve conduzir um debate entre os grupos, onde cada um deve expor os argumentos pesquisados. Eles devem usar gráficos, tabelas e outros meios estatísticos para enriquecer a apresentação. Depois de cada grupo defender seu ponto de vista, o professor deve dar um tempo para que o restante da turma possa se posicionar a respeito do tema levando em consideração os argumentos apresentados.

Esta atividade também é adaptada de Ativestat - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo e está disponível no site <https://www.ime.usp.br/ativestat>. A mesma reflete o quanto a matemática está presente em nossas vidas e também é uma excelente forma de se trabalhar a interdisciplinaridade em sala de aula.

2.3 Oficina 3 - Quem tem melhor noção de medida?

Esta atividade tem como objetivo reforçar a compreensão de conceitos como média, moda, mediana, variância, amplitude e desvio padrão. Isto é importante porque muitos alunos aprendem a calcular estas medidas de forma mecânica, através de procedimentos algébricos, mas não compreendem suas definições e significados.

Nesta oficina os alunos foram divididos em dois grupos **meninos** e **meninas**, em que cada participante de cada um dos dois grupos deve retirar de uma fita um tamanho pré determinado, sem o auxílio de qualquer instrumento de medida, ou seja, apenas pela ideia que o mesmo tenha do tamanho fixado.

Depois que todos os alunos tiverem retirado seus pedaços de fita, com o auxílio de uma fita métrica, deve-se observar e anotar todos os valores, separando entre medidas obtidas pelo grupo 1 e grupo 2. Em seguida, observamos qual grupo chegou mais perto da medida desejada.

Para isto, o professor deve pedir que os alunos de um grupo calculem medidas de tendência central - (média, moda e mediana) e medidas de dispersão - (amplitude, variância e desvio padrão) dos valores do outro grupo.

Feito os cálculos, o professor deve anotar os valores obtidos no quadro, lembrar com os alunos os conceitos dos valores que foram calculados e definir qual grupo teve mais regularidade na procura pelo determinado valor.

Esta oficina foi uma ideia dos autores.

2.4 Oficina 4 - Seu dado é honesto?

Inicialmente os alunos formaram duplas e a cada dupla foi entregue um dado (podendo ser honesto ou não) cuja probabilidade de ocorrência de cada face é desconhecida. Os estudantes deviam lançar esse dado seis vezes e, com base nos resultados obtidos dizer se eles achavam que o dado era honesto ou não. Cada dupla de estudantes deve construir uma tabela anotando todos os seis resultados antes de responder o questionamento:(Seu dado é honesto?). Por fim, o professor constrói uma tabela no quadro onde anota os resultados e as conclusões de cada dupla, nos moldes da Tabela 1.

Tabela 1. *Tabela de frequências construída com dados hipotéticos sobre lançamentos de dados.*

Face	1	2	3	4	5	6	Honesto
Resultado da dupla 1	2	1	0	1	0	2	Sim
Resultado da dupla 2	3	1	0	1	1	0	Não
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte:[8].

Terminada a construção, o professor promove uma discussão geral que apresenta os conceitos de inferência e aleatoriedade, mencionando que seis lançamentos é uma quantidade insuficiente para concluir sobre a honestidade de um dado, pois o erro envolvido na estimação é muito grande.

Como não é possível fazer infinitos lançamentos para chegar a uma conclusão, a inferência estatística pode estabelecer tamanhos de amostras para chegarmos a uma proximidade do que queremos, ou seja, quanto maior o espaço amostral em uma pesquisa ou experimento, mais próximo chegamos do resultado real.

Esta atividade foi retirada de Ativestat e está disponível no site <https://www.ime.usp.br/ativestat>. A mesma explora intuitivamente ideias de aleatoriedade e inferência sem entrar em detalhes técnicos, que são apresentados no nível superior.

2.5 Oficina 5 - Jogo da mini trilha

A oficina trabalhou conceitos de probabilidade e o uso de inferência informal. A mesma é inspirada no Jogo de Trilha. Nesta oficina o professor divide a turma em duplas e pede que cada dupla jogue 10 partidas de um jogo de trilha com 4 casas. Cada partida consiste em mover um peão (grão de milho ou feijão) pela trilha toda, desde a casa “início” até chegar ou ultrapassar a casa “4”. Cada estudante da dupla escolhe a sua face de uma moeda (cara ou coroa). A dupla de estudantes lança a moeda e move o peão na trilha de acordo com o resultado do lançamento. Se o resultado for cara, o peão anda 1 casa; se for coroa, anda 2 casas. Este procedimento é repetido até que o peão alcance ou ultrapasse a 4ª casa (terminando a rodada). Marca um ponto o estudante que tiver escolhido a face obtida no último lance da rodada, isto é, a face resultante no lance que fez o peão atingir ou ultrapassar a casa “4”. As rodadas são repetidas 10 vezes e a dupla deve anotar a face vencedora.

Após as 10 rodadas, a dupla calcula a frequência relativa das ocorrências das faces vencedoras. Em seguida, o professor pede aos alunos um palpite sobre qual seria a probabilidade de vitória de cada face num próximo jogo. Nesse caso, os estudantes estão fazendo uma

inferência informal sobre a probabilidade de ganhar com a moeda utilizada pela dupla. Peça que reflitam sobre a confiança nesse palpite: **quanto maior o número de lançamentos maior a confiança?**

Na sequência, pergunta-se: qual é o valor da probabilidade de vencer usando uma moeda honesta (equilibrada)? O professor aguarda os estudantes trabalharem e pode fazer o cálculo na lousa utilizando probabilidade condicional ou a árvore das possibilidades.

Calculando-se as probabilidades de vitória de cada face, obtém-se:

$$P(\text{vitória de cara}) = \frac{5}{16} \approx 0,3125,$$

$$P(\text{vitória de coroa}) = \frac{11}{16} \approx 0,6875.$$

O professor discute com os estudantes sobre a relação entre a frequência relativa obtida com a moeda lançada e o cálculo acima. A discussão aqui envolve refletir sobre a honestidade das moedas que foram lançadas e observar que quanto maior for o número de lançamentos de uma moeda honesta, maior será a proximidade da probabilidade desejada. Esta atividade foi proposta pelo projeto Ativestat e está disponível no site <https://www.ime.usp.br/ativestat>.

3 Resultados e discussão

A oficinas foram aplicadas em uma turma de 3º ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Arruda Câmara. Essa escola localiza-se no município de Pombal, no Sertão da Paraíba, às margens da BR-230. Sua infraestrutura é boa, pois a mesma acaba de passar por uma reforma e recentemente foi climatizada. A turma tem 22 alunos com idades entre 15 e 18 anos. Nem todos os alunos da turma gostam de matemática e, na maioria das vezes, isso se dá por falta de motivação ou deficiência na aprendizagem.

3.1 Aplicação da Oficina 1

Inicialmente, foi ministrada uma aula sobre tabelas e gráficos. Em seguida, o professor iniciou uma discussão sobre o número de horas dormidas e sua influência em outras atividades, se utilizando das indagações propostas na descrição da oficina. Em meio à discussão foi decidido que cada aluno responderia as seguintes perguntas:

- Quantas horas você dorme por dia?
- Você fica na Internet até tarde da noite?
- Você pratica esporte ou algum outro tipo de atividade física?

Após todos os alunos responderem os questionamentos, o professor construiu no quadro uma tabela anotando os resultados de cada educando obtendo como resultado os dados da Tabela 2. Nesta tabela, o gênero representado por feminino - (**F**) ou masculino - (**M**), e em prática de atividade física (coluna 4), e tempo na internet (coluna 5), representa-se sim e não, respectivamente por (**S**) e (**N**).

Dando continuidade, os alunos foram convidados a construir gráficos de setores e barras utilizando os dados da tabela. Os mesmos optaram por fazer esta atividade usando computador. Um desses gráficos pode ser visto na Figura 1.

Tabela 2. Tabela de frequências construída com dados sobre os alunos do 3º B.

Aluno	Gênero	Quantidade de horas dormidas	Pratica Atividade física	Fica até tarde na Internet
Aluno 1	F	7	N	S
Aluno 2	F	6	N	S
Aluno 3	M	8	N	S
Aluno 4	F	6	N	S
Aluno 5	F	10	N	S
Aluno 6	M	8	N	S
Aluno 7	M	5	S	S
Aluno 8	M	8	N	S
Aluno 9	M	8	N	S
Aluno 10	M	2	N	S
Aluno 11	M	5	N	S
Aluno 12	M	7	S	N
Aluno 13	F	5	N	S
Aluno 14	M	6	S	S
Aluno 15	M	7	S	N
Aluno 16	M	7	S	S
Aluno 17	F	9	N	N
Aluno 18	M	7	S	N
Aluno 19	F	5	N	S

Fonte:[8].



Figura 1. Gráfico de barras construído na oficina 1 com dados da Tabela 2.

Em seguida, os educandos discutiram os resultados da pesquisa analisando se a prática de esportes e o uso em abuso da Internet parecem influenciar na quantidade de horas dormidas. Por fim, as seguintes questões foram discutidas:

- Qual a conclusão da influência de cada variável estudada?
- Encontraram alguma coisa que tende a atrapalhar a quantidade de horas dormidas?
- Algum fator existente aumenta essas horas?

Os alunos observaram que o tempo gasto na internet, e a prática de esportes ou outras atividades físicas, podem influenciar no número de horas dormidas.

3.2 Aplicação da Oficina 2

Inicialmente o professor sugeriu as opções de temas citados acima e os alunos decidiram entre eles, que iriam trabalhar com os seguintes temas: **Maioridade penal e Legalização do aborto**, visto que consideraram os assuntos mais interessantes e discutidos na atualidade. Os alunos foram divididos em quatro grupos sendo um a favor e outro contra cada tema, citado anteriormente. Os grupos se reuniram para tratar como seria sua apresentação e quais meios de pesquisa seriam utilizados. Foi dado o prazo de duas semanas para que cada grupo elaborasse uma apresentação utilizando dados estatísticos para defender sua posição sobre legalização do aborto e maioridade penal.

O segundo momento da realização da oficina 2, ocorreu duas semanas depois de definidos os temas, e nesse momento cada grupo tinha um determinado tempo para expor sua apresentação em forma de seminário. Os dois primeiros grupos se posicionaram um a favor e o outro contra a legalização do aborto. O terceiro e o quarto grupos posicionaram-se um a favor e o outro contra a maioridade penal aos 16 anos. Para fundamentar seus argumentos os alunos se basearam em dados estatísticos adquiridos em pesquisas próprias e em fontes como internet, jornais e revistas. Na Figura 2 é possível ver alguns alunos em sua apresentação na atividade proposta na oficina 2.



Figura 2. Alunos participando da Oficina 2

Os alunos participaram ativamente de todas as apresentações, tanto perguntando, quanto dando sua opinião sobre o tema. Ao final do trabalho, o professor ressaltou a importância do uso de dados estatísticos para embasar opiniões sobre determinados conteúdos e que a matemática está presente de forma fundamental em outras áreas do conhecimento.

3.3 Aplicação da Oficina 3

Inicialmente o professor dividiu os alunos em dois grupos: **meninos e meninas**. Cada aluno foi convidado a retirar sem a ajuda de uma fita métrica, uma medida de 50 cm. Ficou decidido que os meninos retiravam de um rolo de fita azul e as meninas de um rolo de fita branca, e em seguida, escreviam seu nome no quadro branco e colavam a fita abaixo. Dando continuidade, o professor, juntamente com os educandos e o auxílio de uma fita

métrica, anotou a medida real retirada por cada aluno separando os valores das meninas e dos meninos.

Depois desta etapa cada grupo calculou a média, a moda, a mediana, a amplitude, variância e o desvio padrão das medidas obtidas. Essas quantidades foram calculadas para cada grupo separadamente. Em seguida comparamos os valores, e foi possível verificar quem chegou mais próximo da medida desejada.

Nesta aula estavam presentes 15 alunos sendo 8 meninas e 7 meninos. Um fato bastante interessante e que contribuiu para uma melhor explicação dos conceitos das medidas que foram calculadas foi que uma das meninas retirou uma medida de 12 centímetros que é um valor muito distante de 50 cm. As medidas para meninos e meninas podem ser vistas na Tabela 3.

Tabela 3. Medidas de posição e dispersão para os valores obtidas por meninos e meninas.

Medida	Feminino	Masculino
Média	45,25cm	59cm
Mediana	53cm	56cm
Amplitude	32cm	21cm
Variância	178cm ²	53,14cm ²
Desvio padrão	13,4cm	7,289cm

Fonte:[8]

Para finalizar a aula, ainda foram abordados os conceitos e as diferenças existentes entre: média, moda, mediana, amplitude, variância e desvio padrão. Nesta parte o professor explicou por que apesar de o valor médio das medidas das meninas ter sido mais próximo do valor real do que o valor médio das medidas dos homens, o grupo dos homens teve medidas de dispersão menores. Isso se deu porque uma das meninas retirou uma medida muito distante de 50 cm.

3.4 Aplicação da Oficina 4

Inicialmente o professor pediu que os educandos formassem duplas e entregou a cada dupla um dado. Neste caso, os dados eram supostamente honestos, visto que foram usados dados comuns e nenhuma alteração foi feita. Em seguida cada dupla lançou um dado seis vezes e, com base nos resultados deveriam decidir se o dado parecia ser honesto ou não. Depois, o professor construiu uma tabela no quadro onde anotou os resultados e as conclusões de cada dupla. Posteriormente, foi discutido em sala o conceito de inferência e constatou-se que seis lançamentos não é o suficiente para afirmar se um dado é honesto, pois o erro envolvido nesta estimação é muito grande.

Estendendo a discussão, o professor explicou que a inferência estatística possibilita estabelecer o tamanho da amostra que possa minimizar os possíveis erros envolvidos em uma pesquisa ou experimento, foram ainda tratados exemplos cotidianos de inferência como pesquisas de opinião pública.

3.5 Aplicação da Oficina 5

Inicialmente o professor explicou como se daria a oficina, conforme foi descrita anteriormente. Os alunos formaram duplas e cada dupla jogou dez partidas do jogo mini trilha. A Figura 3 mostra imagens dos alunos jogando mini trilha em duplas.

Depois, calculou-se a frequência relativa das ocorrências das faces vencedoras (para cada dupla). Dando continuidade o professor pediu aos alunos um palpite sobre qual seria a probabilidade de vitória de cada face num próximo jogo. As duplas responderam de acordo com o resultado das dez partidas que haviam realizado, por exemplo se em uma dupla cara venceu 3 partidas e coroa 7, então a dupla respondeu que a probabilidade de cara vencer era de 0,3 e a de coroa vencer era de 0,7. Após todas as duplas responderem o professor calculou no quadro a probabilidade (teórica) de uma partida terminar em cara ou em coroa.



Figura 3. Alunos participando da Oficina 5

Na sequência, os resultados reais eram comparados com os dos alunos. O professor calculou a média aritmética das "probabilidades" estimadas de todas as duplas e encontrou a probabilidade de cara vencer igual a 0,33 e 0,77 para coroa e cara, respectivamente, que são valores bem próximos da probabilidade calculada na descrição da oficina.

Por fim, o professor discutiu com os estudantes sobre a honestidade das moedas que foram lançadas e observou que quanto maior for o número de lançamentos de uma moeda honesta maior será a proximidade da probabilidade clássica da vitória de cara ou coroa.

3.6 Considerações Gerais

Conforme foi dito, o trabalho foi realizado em uma turma de terceiro ano do ensino médio de escola pública. Inicialmente os alunos demonstraram pouco interesse em participar do projeto, visto que, já estavam no quarto bimestre e já haviam prestado ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Mas, após ser apresentada a metodologia que seria utilizada, os mesmos ficaram curiosos e mais motivados a participar das atividades.

No decorrer da aplicação das oficinas foi possível perceber o entusiasmo dos alunos ao perceberem que poderiam aprender matemática de uma forma mais dinâmica e consequentemente, mais atrativa. Com as oficinas, conceitos estatísticos e probabilísticos, tais como, espaço amostral, população e amostra, medidas resumo, entre outros ficaram mais claros e perceptíveis. Um fator bastante interessante foi observar que os alunos que têm um baixo rendimento em matemática ficaram mais interessados, buscaram tirar dúvidas, questionaram e participaram efetivamente da aula, muitas vezes até mais do que os educandos que se destacam na disciplina.

Dessa forma, as oficinas se tornaram uma ferramenta poderosa para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, visto que, através desse tipo de atividade. Ficou claro que é possível enriquecer o conhecimento dos educandos mostrando a aplicação cotidiana da matemática e deixando de lado essa ideia carregada pelos alunos, desde o ensino fundamental, que esta disciplina é extremamente difícil de se aprender.

Enfim, após a realização das cinco oficinas, foi possível perceber que os alunos eram capazes de ler, interpretar e até mesmo construir gráficos e tabelas, como também calcular média, moda, mediana, amplitude, variância, desvio padrão entre outros, não apenas utilizando fórmulas prontas e de forma mecânica, mas sabendo realmente o conceito e o significado do que se estava calculando.

Ao final das oficinas, o professor se reuniu com os alunos e pediu que cada um desse seu ponto de vista sobre a metodologia utilizada. Todos os alunos elogiaram a metodologia utilizada e relataram que tiveram mais facilidade de aprender através das oficinas, visto que eles já tinham assistido aulas de estatística e probabilidade no decorrer do ano letivo. Entre os pontos citados pelos alunos, destacam-se:

- o fato das oficinas tornarem as aulas mais dinâmicas estimulou a busca pelo conhecimento, facilitando assim a aprendizagem através de aulas mais produtivas;
- a interação entre aluno e professor foi estimulada através do trabalho em grupo;
- o método muda o velho padrão, trazendo o conteúdo de forma lúdica e fazendo com que os alunos se envolvam mais;
- as atividades estimulam os alunos a opinarem e participarem diretamente da aula;
- nesse tipo de atividade, a Matemática é aplicada a outras áreas do conhecimento, e assim ajuda a desfazer o mito (por parte dos alunos) de que matemática não tem espaço no cotidiano das pessoas.

Além disso, os alunos sugeriram que este tipo de abordagem fosse usada por professores de outras áreas. Enfim, de acordo com os relatos dos alunos, pode-se constatar que as oficinas foram proveitosas e que as mesmas podem influenciar de forma significativa e concreta no processo de aprendizagem.

4 Conclusão

A proposta desse trabalho fez com que alunos do terceiro ano de uma escola pública tivessem a oportunidade de trabalhar a matemática sobre uma nova perspectiva, observando sua aplicabilidade social e ao mesmo tempo aprendendo de forma dinâmica e interativa. Sendo assim, o que se esperava era que os alunos fossem mais participativos e, conseqüentemente, aprimorassem seus conhecimentos em probabilidade e estatística, bem como compreendessem melhor as informações baseadas em dados estatísticos que eles acompanham pelos meios de comunicação.

Na opinião de muitos alunos, a matemática é uma disciplina considerada difícil e chata. Isso provavelmente acontece porque o conteúdo geralmente é ministrado de forma mecânica e sem o uso de atividades extra que possam fazer a ponte entre a teoria e a prática. Durante a aplicação das oficinas foi possível perceber envolvimento e participação por parte de todos os presentes. Além disso, os educandos a todo momento deixavam claro que estavam compreendendo melhor o conteúdo e que outros professores deveriam repetir a metodologia.

Antes de trabalhar as oficinas em sala de aula os alunos viram o conteúdo através de aulas expositivas que foram ministradas pela professora titular da turma. Em seguida, foram realizadas cinco oficinas, conforme descrito anteriormente. A primeira delas foi **Horas dormidas**. Nesta oficina os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com conceitos e construções de tabelas e gráficos utilizando o computador em alguns momentos e puderam também aprender na prática o que seria uma variável. Na segunda oficina, **Argumentar com números**, os educandos aprenderam a reforçar opiniões através de dados estatísticos, como por exemplo, se baseando em pesquisas. Na terceira **Quem tem a melhor noção de medida**, foi possível, através de uma aula dinâmica e interativa, fixar melhor os conceitos de medidas de tendência central e de dispersão. A Quarta oficina **Seu dado é honesto?**, fez com que os alunos compreendessem melhor os conceitos de amostra e inferência. A quinta e última oficina aplicada, **Jogo da mini trilha**, trabalhou de forma lúdica conceitos como: probabilidade, espaço amostral e inferência.

Todas as oficinas foram de suma importância, pois surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos educandos. Vale ressaltar que as oficinas apresentadas neste trabalho são apenas algumas sugestões, pois existem várias outras atividades propostas que podem ser encontradas tanto no Ativestat (<https://www.ime.usp.br/ativestat>), que serviu de base aqui, como também no site do IBGE (<http://eventos.ibge.gov.br/escolas-online>) e, da Associação Brasileira de Estatística (http://www.redeabe.org.br/site/page_manager/pages/view/canto-da-educacao).

Podemos concluir que a realização das oficinas atingiu o objetivo proposto, pois ao que tudo indica, os alunos se sentiram mais motivados e envolvidos. Obviamente, do ponto de vista do professor, é muito gratificante ver os alunos animados para aprender o conteúdo, inclusive aqueles que não têm muita afinidade com a disciplina. Para melhorar ainda mais o trabalho temos como proposta futura uma ampliação, onde poderíamos aumentar tanto o número de oficinas, quanto o número de turmas participantes, bem como trabalhar em conjunto com professores de outras áreas do conhecimento.

Referências

- [1] ARAÚJO, S. P. A Estatística no Cotidiano Escolar: uma Experiência com Alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Dissertação (PROFMAT) — Universidade Estadual da Paraíba, 2015.
- [2] BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.
- [3] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática. Brasília: MEC, 1998.
- [4] DANTE, L. R. Matemática: Contexto e Aplicações. 2a. ed. [S.l.]: Editora Ática, 2013.
- [5] GONÇALVES, P.A. Desenvolvimento de um Novo Objeto de Aprendizagem para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio. Dissertação (PROFMAT) — Universidade Estadual da Paraíba, 2014.
- [6] IEZZI, G. et al. Matemática: Ciência e Aplicações. 6a. ed. [S.l.]: Atual Editora, 2010.
- [7] LIMA, E. L. Matemática do Ensino Médio. 6a. ed. [S.l.]: SBM, 2006.

- [8] PEREIRA, Mailson M. Oficinas de Probabilidade e Estatística: Uma proposta de intervenção no ensino e aprendizagem de Matemática. Dissertação (PROFMAT) - Universidade Estadual da Paraíba, 2017.
- [9] VIEIRA, S. Elementos de Estatística. 6a. ed. [S.l.]: Editora Saraiva, 2010.
- [10] VIRGILLITO, S. B. Estatística Aplicada. [S.l.]: Editora Alfa-omega, 2004.