

Matriz de transição para predição da distribuição diamétrica em Floresta Ombrófila Mista na flona de Irati (PR)

A transition matrix for diameter distribution prognosis in a Mixed Ombrophyla Forest in Irati National Forest

Mário Umberto Menon¹
Afonso Figueiredo Filho²
Luciano Farinha Watzlawick³

Resumo

Este trabalho teve como objetivo principal a construção e validação de um modelo de simulação baseado na matriz de transição (cadeia de Markov) para prever a dinâmica da distribuição diamétrica em um remanescente de Floresta Ombrófila Mista. Os dados foram obtidos em um experimento permanente de 25 hectares, com 25 blocos de um hectare cada instalado em 2001, por pesquisadores da UNICENTRO, na Floresta Nacional de Irati – FLONA, localizada no município de Fernandes Pinheiro, região Centro-Sul do estado do Paraná. No primeiro inventário (medição 2001-2002) todas as árvores dos 25 hectares, com DAP (diâmetro à altura do peito) superior a dez centímetros, foram numeradas para permitir futuras remeidições, cujo DAP foi medido, constituindo assim um banco de dados inicial para o trabalho. Já, no segundo inventário (remeidição 2004-2005) além das árvores numeradas, que foram novamente medidas, para verificar se houve mudança na frequência (transição) de indivíduos que resulta da mudança de árvores de uma classe de diâmetro para outra, foram observadas também, a mortalidade e o recrutamento (ingresso) de novos indivíduos que atingiram dez centímetros de DAP. Com a construção da Matriz inicial (G) de probabilidade de transição, por classe diamétrica, para o período 2001-2002/2004-2005, pôde-se determinar a Matriz $Y_{t+\Delta t} = G \cdot Y_{it} + I_{it}$, obtendo-se a projeção para o período 2007-2008, onde se evidenciou um ingresso significativo na primeira classe de diâmetro (dez a vinte centímetros), ou seja, 380 novas árvores, bem como uma grande probabilidade (88%) de as mesmas permanecerem na mesma classe, após três anos.

Palavras-chave: Cadeia de Markov; dinâmica florestal; floresta de araucária.

1 Dr.; Matemático; Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO; PR 153, km7 - Riozinho, 84.500-000, Irati, Paraná, Brasil; E-mail: menon@irati.unicentro.br

2 Dr.; Engenheiro Florestal; Professor do Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO; E-mail: afonso@irati.unicentro.br

3 Pós-Doutor; Engenheiro Florestal; Professor do Departamento de Agronomia da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO; Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq; E-mail: farinha@unicentro.br

Abstract

This work aimed the construction and validation of a simulation model based on the transition matrix (Markov's chain) to predict the dynamics of the diameter distribution in a remnant of Mixed Ombrophylous Forest. The data were obtained in an ongoing trial of 25 hectares, with 25 blocks of 01 ha each installed in 2001 by researchers from UNICENTRO in the National Forest of Irati - FLONA, located in Fernandes Pinheiro region, on the Mid-Southern region of the State of Paraná. In the first inventory (measured 2001-2002) all trees of 25 hectares, with DBH (diameter at breast height) higher than 10 cm were numbered to allow future measurements, and whose DBH was measured, thus providing an initial database for working. During the second inventory (measurement 2004-2005), besides the previous numbered trees, which were measured again to verify if there were changes in frequency (transition) of individuals, which results from a change in trees diameter class to another, it was also observed the mortality and recruitment (admission) of new individuals reaching 10 cm in DBH. With the construction of the original Matrix (G) for probability of transition, by diameter class for the period 2001-2002/2004-2005, it was possible to establish the Matrix $Y_{t+\Delta t} = G \cdot Y_{it} + I_p$, obtained from the projection for the period 2007-2008, which showed a significant entry in the first class of diameter (10 to 20 cm), ie, 380 new trees with a high probability of remaining (88 %) in the same class, after three years.

Key words: Markov's Chains; forest dynamics; Mixed Ombrophylous Forest.

Introdução

A Floresta Ombrófila Mista (FOM) é um tipo de ecossistema florestal, também conhecido como mata-de-araucária. Ocorre no planalto meridional, com uma abrangência de 250.000 km², distribuída nos estados do Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná, São Paulo e Minas Gerais.

Esta floresta, apresenta formações florísticas em refúgios situados nas Serras do Mar e da Mantiqueira, muito embora, no passado, tenha se expandido bem mais ao norte, porque a família Araucariaceae apresentava dispersão paleogeográfica que sugere ocupação bem diferente da atual. A composição florística desse tipo de vegetação é dominada por gêneros primitivos como *Drymis*, *Araucaria* (australásicos) e *Podocarpus* (afro-asiático), que

sugerem, em face da altitude e da latitude do planalto meridional, uma ocupação recente a partir de refúgios alto montanos.

Pulz et al. (1999) enfatizam que um dos instrumentos mais utilizados para auxiliar no planejamento florestal, é o modelo de produção. Embora estes impliquem uma simplificação da realidade, é extremamente útil para o administrador florestal, obter a prognose da distribuição diamétrica das árvores, possibilitando várias ações, dentre elas, a definição do ciclo de corte e a avaliação da viabilidade econômica do manejo. Leslie (1945, 1948) foi o primeiro a fazer uso da matriz de transição, realizando estudos sobre mortalidade e fertilidade em populações animais, baseados em classes de idade.

Na área florestal a matriz de transição foi aplicada inicialmente por Usher (1966)

em um povoamento de *Pinus sylvestris*, na Escócia, mensurados em ciclos de seis anos. (PULZ et al., 1999).

Vanclay (1995), trabalhando com a matriz de transição, considerou que a mesma também pode ser denominada de cadeia de Markov ou ainda matriz de Usher, assumindo que uma árvore, em uma determinada classe de diâmetro, tem a probabilidade de mover-se para outra classe, sendo que durante um certo período de tempo, esta permanece na classe diamétrica, e com o seu desenvolvimento, pode migrar para outras classes de diâmetro e, após atingir a senescência, morrer.

Arce (2002) ressalta que os modelos de crescimento e produção florestais são relações entre a quantidade de produção ou crescimento de uma determinada área florestal e são, também, os fatores que explicam ou predizem este crescimento.

Figueiredo Filho (2002) enfatiza que, quando o assunto é floresta natural, o grande número de espécies e idades envolvidas, dificultam todo o processo de modelagem que, quase sempre, se baseiam na definição de um ciclo de corte através do incremento periódico como é a dinâmica estrutural das árvores (evolução nas classes diamétricas). As técnicas empregadas nessa dinâmica são a modelagem da produção baseada na razão de movimentação de diâmetros ou com o uso de matriz de transição (cadeia de Markov), nestes casos é primordial o desenvolvimento de modelos que estimem o recrutamento, a mortalidade e o incremento.

Scolforo et al. (1996) trabalharam na modelagem de um Modelo de Produção para Floresta Nativa como base para Manejo Sustentado, o qual foi utilizado como base para o estudo um remanescente de floresta semidecídua montana em Lavras (MG). Para obter a estimativa do número de árvores

mortas, bem como para obter a estimativa do recrutamento, foi ajustada uma série de modelos matemáticos, baseados na razão de movimentação dos diâmetros.

Mais adiante, quando trataram do incremento diamétrico, ressaltaram que dentre os métodos disponíveis na literatura fizeram uso do incremento diamétrico médio reconhecendo dispersão dentro da classe de diâmetro. Enfatizaram ainda que o método de modelagem da produção, baseado na razão de movimentação dos diâmetros, pode ser utilizado mesmo quando a distribuição dos diâmetros não é conhecida na classe de diâmetro, assumindo-se que esta é uniforme. Dentro desta suposição, a proporção de árvores que avançaram no lado direito da classe pode ser definida como a razão de movimento.

Scolforo (1998) explicita que, para a modelagem de um modelo de produção, por classe de diâmetro, a cadeia de Markov ou matriz de transição é um importante instrumento para viabilizar a prognose da produção em florestas nativas. Nesse método a prognose é feita pela estimativa da probabilidade de transição dos diâmetros entre classes diamétricas, ou seja, consiste em projetar os diâmetros para o futuro com base na matriz de probabilidade de transição.

Define ainda que as probabilidades da matriz de transição em um determinado período de medição são obtidas pela razão das mudanças ocorridas numa classe diamétrica, tais como: árvores que mudaram de classe, árvores mortas e árvores que permaneceram na classe, pelo número de árvores existentes na classe diamétrica, em questão, no início do período de crescimento.

Na sequência, enfatiza que o desempenho dos modelos é condicionado a dois pontos básicos: o primeiro, considera que o incremento periódico em diâmetro das

árvores terá o comportamento, no futuro, idêntico ao obtido por ocasião das avaliações realizadas nas parcelas permanentes.

O segundo ponto é que a projeção da estrutura da floresta depende somente do estado atual, não sofrendo efeito de qualquer característica passada da floresta. Esta característica ou propriedade do modelo é definida como propriedade Markoviana (SCOLFORO, 1998).

Objetivou-se neste trabalho, a utilização de técnicas estatísticas para construção e validação de um modelo de simulação baseado na matriz de transição, (cadeia de Markov) para prever a dinâmica das distribuições diamétricas e a produção de florestas nativas.

Material e Métodos

A área de estudos está situada em um experimento permanente de 25 hectares, com 25 blocos de um hectare cada um, instalado em 2001 por pesquisadores da UNICENTRO, em uma área com Floresta Ombrófila Mista pertencente à Floresta Nacional de Irati – FLONA, município de Fernandes Pinheiro, região Centro-Sul do estado do Paraná a, aproximadamente 150 quilômetros de Curitiba, estado do Paraná.

Está localizada entre as coordenadas geográficas 25°15' e 25°30' de latitude Sul e 50°30' e 50°40' de longitude Oeste. O relevo apresenta-se levemente ondulado, com altitude média em torno de 810 metros acima do nível do mar, predominando solos podzólico vermelho-amarelo, apresentando acidez média. De acordo com a classificação climática de Köppen, esta região apresenta clima do tipo Cfb, ou seja, temperado úmido, com chuvas durante todo o ano e geadas frequentes no inverno (FIGUEIREDO FILHO et al., 2005).

Saliente-se que, para o desenvolvimento de um modelo de simulação da produção, é

indispensável identificar, mapear e monitorar individualmente as árvores de parcelas permanentes instaladas, estabelecendo um sistema de medições de seu crescimento, mortalidade e regeneração natural.

Para tanto, as árvores incluídas no experimento com DAP (diâmetro à altura do peito) superior a dez centímetros, foram numeradas para permitir futuras remeidições, sendo que, no primeiro inventário (medição 2001-2002), o DAP de todas as árvores foi medido, constituindo assim um banco de dados inicial para o trabalho.

No segundo inventário (remeidição 2004-2005) além das árvores numeradas, que foram devidamente medidas, para verificar a mudança na frequência (transição) de indivíduos que resulta da mudança de árvores de uma classe de diâmetro para outra, foi observada a mortalidade e o recrutamento (ingresso) de novos indivíduos que atingiram dez cm de DAP.

Com este banco de dados, foi possível a construção de um modelo de simulação baseado na matriz de transição (cadeia de Markov) para prever a dinâmica das distribuições diamétricas que melhor se ajustem aos dados reais, coletados junto ao experimento.

Matriz de transição e Prognose

Segundo PULZ et al. (1999), a probabilidade de transição de cada período de projeção pode ser obtida da matriz G:

$$G = \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ \vdots \\ i_n \end{matrix} \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & a_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_3 & b_3 & a_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_4 & b_4 & a_4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & c_5 & b_5 & a_5 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_n & b_n & a_n \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

em que
 i_n = i -ésima classe de diâmetro;
 a_i, b_i, c_i = probabilidades de uma árvore viva permanecer na mesma classe diamétrica (a_i), mudar para a classe diamétrica subsequente (b_i), ou ainda mudar duas classes (c_i). Estas probabilidades foram obtidas como:

$$a_i = \frac{\text{Número de árvores vivas que permaneceram na } i\text{-ésima classe diamétrica no período de tempo } (\Delta t = t_2 - t_1)}{\text{Número de árvores existentes na } i\text{-ésima classe diamétrica no tempo } t_1}$$

$$b_i = \frac{\text{Número de árvores vivas que migraram da } i\text{-ésima classe diamétrica para a } i\text{-ésima classe diamétrica } + 1 \text{ no período de tempo } (\Delta t = t_2 - t_1)}{\text{Número de árvores existentes na } i\text{-ésima classe diamétrica no tempo } t_1}$$

$$c_i = \frac{\text{Número de árvores vivas que migraram da } i\text{-ésima classe diamétrica para a } i\text{-ésima classe diamétrica } + 2 \text{ no período de tempo } (\Delta t = t_2 - t_1)}{\text{Número de árvores existentes na } i\text{-ésima classe diamétrica no tempo } t_1}$$

onde
 t_1 = início do período de crescimento considerado;
 t_2 = fim do período de crescimento considerado;
 Δt = intervalo de tempo entre o início e o fim do período de crescimento considerado ($t_2 - t_1$).

Seja para a_i, b_i, c_i , a condição é que a árvore continue viva e não seja colhida no intervalo de tempo considerado.

Deve-se considerar que, em qualquer vegetação, ocorre mortalidade de árvores (m_i), assim como recrutamento ou ingresso

(I_i), principalmente nas menores classes diamétricas. A probabilidade de ocorrência de mortalidade foi obtida como:

$$m_i = \frac{\text{Número de árvores mortas na } i\text{-ésima classe diamétrica no intervalo de tempo } (\Delta t = t_2 - t_1)}{\text{Número de árvores existentes na } i\text{-ésima classe diamétrica no tempo } (\Delta t = t_2 - t_1)}$$

O recrutamento foi quantificado por ocasião da segunda medição, podendo ser representado ou não por algum modelo.

A projeção da estrutura da floresta é dado por

$$Y_{t+\Delta t} = G \cdot Y_{it} + I_{it} \quad (1)$$

Em que:

$Y_{t+\Delta t}$ = número de árvores projetadas

G = probabilidade de transição por classe diamétrica

Y_{it} = frequência da classe de diâmetro

I_{it} = recrutamento

A forma matricial da expressão 1 é

$$\begin{bmatrix} Y_{1t+\Delta t} \\ Y_{2t+\Delta t} \\ Y_{3t+\Delta t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{nt+\Delta t} \end{bmatrix} = * \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{nt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1t} \\ I_{2t} \\ I_{3t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{nt} \end{bmatrix}$$

Deve-se destacar que se for efetuada a projeção da estrutura da floresta para 2 períodos de tempo, então a expressão (1) evolui para a forma:

$$Y_{2\Delta t} = G^2 \cdot Y_0 + G \cdot I_{it} + I_{i2} \quad (2)$$

Generalizando então a expressão (2), ela assume a forma:

$$Y_{n,\Delta t} = G^n \cdot Y_0 + \sum_{i=0}^{n-1} G^i \cdot I_{(n-i)} \quad (3)$$

em que

$n = n$ períodos de prognose;

$Y_{t+\Delta t}$, G , Y_{it} , I_{it} = já definidos anteriormente.

Bruner e Moser (1973), apud Sanqueta et al. (2001), apontam aspectos positivos e negativos na utilização de cadeias de Markov para predições do desenvolvimento e da dinâmica da floresta: Tal representação assume probabilidades que dependem somente do estado presente da floresta, cujas transições são mantidas constantes ao longo do tempo, não incorporando possíveis diferenças no padrão de crescimento, devido à competição, por exemplo. Outro ponto fraco é que agentes causadores de recrutamento ou mortalidade também não são incorporados ao modelo. De igual forma, outro limitante é que a projeção só pode ser um número múltiplo do período em que a matriz foi construída.

Resultados e Discussão

A tabela 1 apresenta a matriz da frequência por classe diamétrica das árvores sujeitas a avaliação no período 2001-

2002/2004-2005, incluindo o recrutamento: as árvores que permaneceram na mesma classe diamétrica, as que mudaram uma classe acima e as que migraram duas classes acima daquela em que foram observadas quando do primeiro inventário realizado em 2001-2002, na área em estudo, ou seja os 25 hectares.

Tendo como base a tabela 1, foi construída a tabela 2, que mostra a matriz G de probabilidades inicial de transição por classe diamétrica, incluindo a probabilidade de mortalidade, como por exemplo, a probabilidade de uma árvore do centro de classe quinze cm de diâmetro, permanecer na mesma classe após três anos, é de 0,8808 (7513/8530), ou ainda a probabilidade de uma árvore desta mesma classe crescer até a próxima classe de 25 centímetros de diâmetro é de 0,0511 (436/8530), e assim sucessivamente; e, ainda, a probabilidade de uma árvore desta classe morrer em três anos é de 0,0678.

Na sequência, aplicando a fórmula $Y_{t+\Delta t} = G \cdot Y_{it} + I_{it}$, obteve-se a tabela 3, que mostra a projeção para o período 2007-2008.

Pode-se observar na tabela 3 que houve um ingresso significativo na primeira classe de diâmetro (10 a 20 cm), ou seja 380 novas árvores, bem como uma grande probabilidade de as mesmas permanecerem na mesma classe, após três anos, ou seja 88%.

Tabela 1. Frequência por classe diamétrica das árvores em estudo no período 2001-2002/2004-2005

c. classe	1a	mortas	10 a 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	90 100	100 110	110 120	120 130	130 140	140 150	150 160
1	15	8530	576	7514	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	25	3452	188	436	3025	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	35	1283	65	3	229	1090	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	45	637	29	1	0	125	535	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	55	297	5	0	0	0	69	236	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	65	175	5	0	0	0	1	55	143	0	0	0	0	0	0	0	0
7	75	91	0	0	0	0	0	27	75	0	0	0	0	0	0	0	0
8	85	31	0	0	0	0	0	0	15	29	0	0	0	0	0	0	0
9	95	6	0	0	0	0	0	0	0	2	6	0	0	0	0	0	0
10	105	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
11	115	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	125	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	135	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	145	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
15	155	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		14509															

Tabela 2. Matriz inicial (G) de probabilidade de transição, por classe diamétrica, para o período 2001-2002/2004-2005

c.classe	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155
15	0,88														
25	0,05	0,88													
35	0	0,07	0,85												
45			0,1	0,84											
55				0,11	0,79										
65				0	0,19	0,82									
75						0,15	0,82								
85							0,16	0,94							
95								0,06	1						
105									0	1					
115										0	1				
125											0	0			
135												0	0		
145													1	0	0
155															1
prob.mort.	0,07	0,06	0,05	0,05	0,02	0,03	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3. Projeção por classe diamétrica dos 25 hectares para o período 2007-2008

c.classe																Y_t	l_t	projeção
15	0,88															8530	380	7894
25	0,05	0,88														3452		3461
35	0,00	0,07	0,85													1283		1322
45			0,10	0,84												637		660
55				0,11	0,79											297		305
65				0,00	0,19	0,82										175		199
75					0,15	0,82										91		102
85						0,16	0,94								*	31 +	=	44
95							0,06	1,00								6		8
105								0,00	1,00							3		3
115									0,00	1,00						1		1
125										0,00	0,00					2		0
135											0,00	0,00				0		0
145												1,00	0,00	0,00		0		2
155													1,00	1,00		1		1



Figura 1. Comparativo entre as medições e a projeção

Já a figura 1, evidencia um perfeito ajuste entre os resultados das medições e a projeção, bem como, o grande número de árvores nas primeiras classes de diâmetro.

Conforme Sanqueta et al. (1995), tal metodologia, apesar de utilizar somente dados dos diâmetros de duas amostras sucessivas, faz do modelo matricial uma ferramenta eficiente de fácil construção, apresentando, no entanto, várias limitações, em virtude de sua simplicidade.

Uma das desvantagens do modelo é que a projeção só pode ser feita para períodos múltiplos dos da construção da matriz inicial, neste caso, múltiplos de três anos.

Com os dados do inventário de futuras remedições, será possível comparar a projeção efetuada, com os dados reais, bem como os devidos ajustes e correções dos modelos propostos, além, é claro, para futuros trabalhos na área, ser possível aperfeiçoar o modelo matricial, incorporando, se possível, funções para incremento e mortalidade.

Considerações Finais

Fica evidente, portanto, que o modelo matricial, pode mostrar, de maneira bastante clara e simples, os principais movimentos da dinâmica do povoamento em estudo, sintetizando o que ocorre com as árvores.

Referencias

ARCE, J. E. **Manejo Florestal**. Apostila de Manejo Florestal do curso de Ciências Florestais. UFPR, 2002.

BRUNER, H. D.; MOSER Jr, J. W. A Markov chain approach to the prediction of diameter distributions in uneven-aged forest stands. **Canadian Journal of Forest Research**, Ontário, v. 4, p. 409-417, 1973.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Manejo de Florestas Naturais**. Notas de aula do curso de doutorado em Ciências Florestais. UFPR, 2002.

FIGUEIREDO FILHO, A.; SERPE, E. L.; BECKER, M.; SANTOS, D. F. dos. Produção estacional de serapilheira em uma floresta ombrófila mista na floresta Nacional de Irati (PR). **Ambiência**, Guarapuava, v.1, n.2, p.257-269, 2005.

PULZ, F. A.; SCOLFORO, J. R.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA FILHO, A. T. Acuracidade da predição da distribuição diamétrica de uma floresta inequiânea com a matriz de transição. **Revista CERNE**, Lavras, v.5, n.1, p. 01-14, 1999.

SANQUETTA, C. R.; ANGELO, H.; BRENA, D. A.; MENDES, J. B. Predição da distribuição diamétrica, mortalidade e recrutamento de floresta natural com matriz Markoviana de potência. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 24, n. 1/2, p. 23-26, jul. 1995.

SANQUETTA, C. R.; CUNHA, U. S. da; WATZLAWICK, L. F.; CAMPOS, M. L. B. Projeção da distribuição diamétrica de fragmentos de florestas semidecíduas com matriz de transição. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava, v. 3, n. 1, p. 75-85, jan/jun 2001.

SCOLFORO, J. R. S. **Manejo Florestal**. Lavras – MG, UFLA, FAEPE, 1998.

SCOLFORO, J. R. S. et al. Modelo de produção para floresta nativa como base para manejo sustentado. **CERNE**, v.2, n.1. Lavras – MG, 1996.

VANCLAY, J. K. Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods. **Forest Science**, Bethesda, v. 41, n.1, p. 7 – 42, 1995.