

Conceitos e importância da modelagem matemática de qualidade da água para gestão dos recursos hídricos

Concepts and importance of mathematical modeling of water quality for water resources management

Leandro Fleck^{1(*)}
Maria Hermínia Ferreira Tavares²
Eduardo Eyng³

Resumo

O acelerado desenvolvimento das atividades humanas, aliado aos impactos causados ao meio ambiente e à pressão pela preservação dos recursos naturais, evidencia a necessidade da busca constante por novas ferramentas de apoio ao processo de tomada de decisões pelo poder público. Dentre as várias ferramentas desenvolvidas ao longo dos anos, os modelos matemáticos de qualidade da água merecem especial destaque e são amplamente encontrados na literatura nacional e internacional, como técnicas eficientes de apoio à gestão dos recursos hídricos. Partindo dessas premissas, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sobre a utilização de modelos matemáticos de qualidade da água, com enfoque aos principais conceitos e modelos relacionados. A modelagem matemática possibilita gerar cenários futuros, estimando custos e, principalmente, as principais medidas preventivas a serem tomadas na execução das atividades humanas. Sendo assim, existe a necessidade de estudos constantes, a fim de diminuir as limitações da aplicabilidade dos modelos de qualidade da água como forma de atender à legislação vigente.

Palavras-chave: ações antrópicas; legislação; recursos hídricos; Streeter-Phelps.

1 MSc.; Tecnólogo em Gestão Ambiental; Mestrando em Engenharia Agrícola na Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE; Endereço: Rua Universitária, 2069, Jardim Universitário, CEP: 85819-110, Cascavel, Paraná, Brasil; E-mail: fleckmissal@gmail.com (*) Autor para correspondência.

2 Dra.; Química; Professora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE; Endereço: Rua Universitária, 2069, Jardim Universitário, CEP: 85819-110, Cascavel, Paraná, Brasil; E-mail: mhstavar@gmail.com

3 Dr.; Engenheiro Químico; Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, do Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Ambientais, PPGTAMB; Endereço: Avenida Brasil, 4232, Parque Independência, Caixa-postal: 271, CEP: 85884-000, Medianeira, Paraná, Brasil; E-mail: eduardoeyng@utfpr.edu.br

Abstract

The accelerated development of human activities, associated with the impacts caused to the environment and to the pressure by preservation of natural resources, highlights the need for the constant search for new tools to support the process of decision making by the government. Among the various tools developed over the years, the mathematical models of water quality deserve special attention, and are found widely in national and international literature as efficient techniques to support the management of water resources. Based on these premises, this paper aims to present a bibliographic review on the use of mathematical models of water quality, with focus on the main concepts and models related. The mathematical modeling allows generating future scenarios, estimating costs and, especially, the main preventive measures to be taken in the execution of human activities. Thus, there is a constant need for studies to decrease the limitations of the applicability of the models of water quality in order to meet current legislation.

Key words: actions anthropogenic; legislation; water resources; Streeter-Phelps.

Introdução

Para o desenvolvimento de qualquer atividade é necessário o uso de água, o que tem como consequência a geração de elevada quantidade de águas residuais que, muitas vezes, são lançadas sem prévio tratamento em cursos hídricos, em quantidades superiores ao seu potencial de autodepuração. Diante disso, a poluição dos cursos hídricos é um dos problemas mais sérios de poluição nos dias atuais, causando a morte de aproximadamente 25 milhões de pessoas todos os anos (PIMPUNCHAT et al., 2009). Na busca por soluções eficientes para esses problemas ambientais, os gestores se deparam com um número crescente de tecnologias potenciais e programas de modelagem. Definir qual a alternativa mais apropriada para cada caso pode ser uma tarefa difícil, com implicações financeiras e ambientais (ZHANG et al., 2012).

A qualidade da água superficial de uma região depende diretamente do potencial industrial local, da intensidade das atividades agrícolas e de todas as atividades antrópicas desenvolvidas na bacia hidrográfica (SINGH et al., 2009). Diante disso, Gazzaz (2012) afirma que a perturbação antrópica está afetando negativamente a qualidade dos recursos de água doce em todo o mundo, principalmente por serem processos que se acumulam ao longo do espaço e do tempo.

Segundo Braga (2002), os instrumentos de políticas públicas dos recursos hídricos são indutores potenciais no processo de conservação e recuperação dos recursos naturais. Assim, é importante a utilização de ferramentas que subsidiem o adequado uso desses instrumentos, de modo a integrar as inúmeras variáveis que formam o sistema em estudo.

A gestão eficiente da qualidade da água tem sido considerada uma questão primordial

em muitos países há várias décadas. Várias normatizações têm sido criadas com o objetivo de garantir às futuras gerações a disponibilidade de água em padrões adequados aos diferentes usos necessários à manutenção de uma boa qualidade de vida, promovendo a utilização racional e integrada na busca pelo desenvolvimento sustentável (CARVALHO et al., 2008).

Muitos estudos têm sido conduzidos na busca pelo abastecimento de água para a população em quantidade e qualidade ideais, em que modelos matemáticos passaram a ser utilizados como ferramenta de apoio à gestão para a avaliação da qualidade dos ambientes aquáticos. Durante as últimas décadas, vários modelos de qualidade da água foram desenvolvidos, os quais possibilitaram calcular desde índices básicos como demanda bioquímica de oxigênio (DBO) e oxigênio dissolvido (OD) até critérios de classificação complexos como eutrofização e impactos de toxicidade (FAN; WANG, 2008).

Nessa mesma linha, Cho et al. (2004), afirma que, na gestão de qualidade da água, o custo do tratamento pode ser tão importante quanto o alcance de metas estipuladas para a qualidade da água de uma região. Nas circunstâncias reais de um país em desenvolvimento, é difícil realizar muitos investimentos no controle de fontes não pontuais de poluição; nesse sentido, técnicas de otimização matemática podem ser utilizadas para desenvolver estratégias de controle da poluição ambiental.

Segundo Lindim et al. (2011), a modelagem matemática como ferramenta complementar à gestão dos recursos hídricos torna-se um instrumento amplamente aceito para o correto diagnóstico de problemas de qualidade da água e posterior desenvolvimento de estratégias de resolução.

Partindo dessas premissas, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sobre a utilização de modelos matemáticos de qualidade da água, com enfoque aos principais conceitos e modelos relacionados.

Desenvolvimento

Legislações e índices

A adequada gestão dos recursos hídricos e a reforma de instituições reguladoras, através de legislações eficientes no controle aos impactos ambientais, estão presentes na pauta principal dos governos do mundo inteiro. É possível acompanhar, na legislação brasileira, a evolução dos dispositivos legais voltados exclusivamente para os recursos hídricos, Buss et al. (2003) citam o Código das Águas (Decreto no 24.643 de 10 de julho de 1934), a Resolução do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 20 de 1986 e a Lei das Águas (Lei 9.433/97), ambos com resoluções complementares posteriormente sancionadas.

A partir do ano de 1990, o governo brasileiro como resposta à realização da ECO-92 e aos alertas sobre a eminente crise de disponibilidade de água, equacionou medidas com o objetivo de melhorar os problemas já existentes. Em 1996, o Congresso Nacional aprovou o Projeto de Lei Nacional de Recursos Hídricos, que institui a Política Nacional de Recursos Hídricos (PNRH) e criou o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos. Em 8 de janeiro de 1997, o Presidente da República ao sancionar a Lei nº 9.433, dotou o Brasil dos instrumentos legais e institucionais necessários ao ordenamento das questões referentes à disponibilidade e ao

uso sustentável de suas águas (MACHADO, 2003). Segundo Oliveira (2010), a questão da qualidade das águas ganhou forte evidência com a sanção da Lei Federal nº 9.433/97 por garantir às gerações futuras a disponibilidade de água para os mais diferentes usos.

Um dos objetivos da Lei 9.433/97 é o de assegurar às gerações futuras a disponibilidade de água em quantidade e qualidade adequada, estabelecendo o enquadramento dos cursos hídricos em classes como um dos instrumentos da Política Nacional de Recursos Hídricos. A partir da edição da presente lei, o enquadramento dos cursos hídricos passou a ser responsabilidade do Sistema Nacional de Meio Ambiente (SISNAMA) e do Sistema Nacional de Recursos Hídricos (SINGREH). As principais regulamentações para o enquadramento são as resoluções do Conselho Nacional de Meio Ambiente (CONAMA) e do Conselho Nacional de Recursos Hídricos (CNRH): Resolução CONAMA nº 357/2005, que dispõe sobre a classificação dos corpos de água e dá diretrizes para o seu enquadramento, bem como estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes, e dá outras providências; Resolução CONAMA nº 397/2008, que altera o art. 34 da Resolução CONAMA 357/2005; Resolução CNRH nº 91/2008, que estabelece os procedimentos gerais para o enquadramento dos corpos d'água superficiais e subterrâneos; Resolução CONAMA nº 396/2008, que estabelece o enquadramento das águas subterrâneas (PNQA, 2009).

Os principais instrumentos da PNRH são: os Planos de Recursos Hídricos, elaborados por bacia hidrográfica e por Estado, o enquadramento dos corpos hídricos em classes, segundo os usos preponderantes da água, a outorga de direito de uso e a cobrança pelo uso dos recursos hídricos (MACHADO,

2003). A partir da implementação desses instrumentos foi criada, através da Lei nº 9.984 de 17 de julho de 2000, a Agência Nacional das Águas (ANA), entidade federal de implementação da Política Nacional de Recursos Hídricos e de coordenação do Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos.

Como forma de atender às legislações ambientais vigentes, os índices de qualidade de água (IQA) passaram a ser constantemente utilizados em programas de monitoramento de águas superficiais, buscando acompanhar através de informações resumidas, a possível deterioração dos recursos hídricos em função do tempo. Várias técnicas para elaboração de índices de qualidade de água têm sido usadas, como por exemplo, os índices de Liebmann e Harkins, baseados em características físico-químicas; além de índices baseados em características biológicas, comumente associados ao estado trófico dos rios (TOLEDO; NICOLELLA, 2002).

Segundo Andrade et al. (2005), as informações obtidas pelas técnicas de IQA são transformadas em uma forma mais acessível e de fácil entendimento pelas pessoas envolvidas no gerenciamento dos recursos hídricos, pois várias informações são convertidas num único resultado numérico. O IQA, mais conhecido e aceito é proposto pela National Sanitation Foundation (NSF), sendo no Brasil o mesmo adaptado pela Companhia de Saneamento Ambiental do Estado de São Paulo – CETESB (IQA_{CETESB}). A equação de IQA_{CETESB} é:

$$IQA_{CETESB} = \prod_{i=1}^{i=n} Qi^{wi} \quad (1)$$

onde,
W: peso do parâmetro i;
Q: qualidade do parâmetro i.

Silva e Jardim (2006) afirmam que o principal objetivo de um IQA é comunicar a qualidade de um determinado corpo hídrico aos atores institucionais de uma bacia hidrográfica, sejam eles a população, as prefeituras, os órgãos de controle ambiental, os comitês das bacias hidrográficas ou organizações não-governamentais.

A tabela 1 apresenta os parâmetros que são utilizados para calcular o IQA, o peso relativo de cada um deles e a escala de valores para classificação da água. Para o novo índice a única modificação introduzida foi à substituição do parâmetro nitrato pelo nitrogênio; os pesos e as curvas foram mantidos.

Tabela 1 - Índice de Qualidade de Água Superficial (CETESB)

Parâmetros	Pesos Relativos	Classificação da qualidade da água
Temperatura da amostra	0,10	80 - 100= Ótima
pH	0,12	52 - 79= Boa
Oxigênio Dissolvido	0,17	37 - 51= Regular
DBO	0,10	20 -36= Ruim
Coliformes termotolerantes	0,15	0 - 19= Péssima
Nitrogênio total	0,10	
Fósforo total	0,10	
Sólidos totais	0,08	
Turbidez	0,08	

Fonte: CETESB (2004)

Modelagem matemática: conceitos e evolução

A modelagem matemática consiste na representação de um processo físico, químico ou biológico, mediante um conjunto de equações, muitas vezes diferenciais, capaz de descrever adequadamente tais processos (ANDRADE, 2005).

Modelos matemáticos preveem situações reais, cujos os componentes mais importantes de um sistema são identificados levando em conta suas interações, por meio do qual se torna possível à resolução de problemas (PIMPAN; JINDAL, 2009). Nunes (2008) afirma que um dos principais objetivos na modelagem “é determinar, baseado em dados conhecidos previamente, as variações de concentração

de determinada carga poluente em função do espaço e do tempo”, fundamentando-se em conhecimentos básicos sobre a cinética das reações biológicas envolvidas no processo. Sendo assim, a utilização de modelos matemáticos de qualidade da água torna-se imprescindível diante do sistema atual de desenvolvimento, em que a concentração de poluentes aumenta gradativamente em função do tempo.

A seleção do modelo a ser utilizado e parâmetros a serem avaliados, influenciam diretamente nos resultados obtidos e na precisão da avaliação da qualidade dos cursos hídricos. Ao longo dos anos muitos modelos matemáticos de qualidade de água têm sido utilizados com sucesso em várias partes do mundo (FAN et al., 2012).

Vários modelos têm sido desenvolvidos para vários tipos de cursos hídricos (rios, lagos, reservatórios). Alguns desses modelos têm incluído índices básicos de qualidade da água, como oxigênio dissolvido e demanda bioquímica de oxigênio, contudo outros modelos mais sofisticados incluem critérios mais elaborados de qualidade da água, como níveis de eutrofização e impactos de toxicidade (FAN, et al., 2009).

O modelo mais conhecido e utilizado recentemente é o modelo QUAL2E, desenvolvido pela Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos (USEPA), o qual representa os ciclos de O, N e P na água. Há ainda outra classe de modelos, os modelos de ecossistemas, que representam sólidos em suspensão, vários grupos de algas, zooplâncton, invertebrados, plantas e peixes (SPERLING, 2007). Na tabela 2, é apresentada a evolução dos modelos matemáticos de qualidade da água.

Tabela 2 - Evolução dos modelos de qualidade da água

Ano	Evolução dos Modelos
2000 – 2007	Aplicações de modelos usando estratégias numéricas
Década de 90	Novas ferramentas matemáticas
Década de 80	Conhecimentos mais específicos de Ecossistemas
Década de 70	Modelos para simular eutrofização e Modelos para rios mais complexos
Década de 60	Fundamentação e direção de trabalhos para desenvolvimento de uma ampla classe de modelos
Década de 50	Modelos para rios
Década de 40	Modelos empíricos de nutrientes
1925	Streeter-Phelps

Fonte: Adaptado de Romeiro (2003).

Os modelos matemáticos de qualidade da água mais convencionais, como por exemplo, os modelos Qual2E, WASP5 e Mike11, consideram a desnitrificação como um processo de primeira ordem, sem considerar a desnitrificação explícita do material orgânico. Assim, esses modelos não são capazes de quantificar a variabilidade espacial da desnitrificação, devido às alterações morfológicas do curso hídrico (WAGENSHEIN; RODE, 2008). Para além desse problema Marsili-Libelli e Giusti (2008) afirmam que em pequenos rios alguns

problemas dificultam a aplicação de modelos simples, principalmente pela pequena quantidade de dados disponíveis ao processo de calibração e pela elevada quantidade de entradas, especialmente em rios situados em áreas muito povoadas.

Para garantir a confiabilidade do modelo utilizado é necessário que os dados de saída sejam vistos sob pressupostos subjacentes e, portanto a aceitação do mesmo em uma ou mais definições não é evidência para sua aplicabilidade geral, mas sim o início de testes para confirmação de sua

confiabilidade. Quanto maior o número de casos em que o modelo foi testado, maior é a probabilidade de que a sua estrutura e concepção sejam adequadas a variável observada (RAMIN et al., 2012).

Segundo Costa e Teixeira (2011), existem restrições que devem ser consideradas quando se faz o uso de modelos matemáticos. Os modelos matemáticos de qualidade da água devem ser ajustados para que os valores dos parâmetros de entrada forneçam resultados próximos aos observados no curso hídrico. Assim, há a necessidade de programar métodos que permitam a avaliação das incertezas nos parâmetros e variáveis de entrada.

Entre os componentes responsáveis pela introdução de incerteza dos dados de entrada de um modelo merece destaque: erros na estimativa de um dado de entrada, erros na amostragem, erros na medição, calibração ou análise de laboratório, erros na transcrição ou transferência de resultados de análise ou medição; e erros na estimativa de entrada de dados futuros, quando o modelo simula condições futuras (SPERLING, 2007).

Embora a estrutura dos modelos e os parâmetros utilizados sejam normalmente conhecidos, os valores numéricos de alguns parâmetros do modelo dependem do processo específico a ser investigado. Durante os últimos anos, vários protocolos sistemáticos de calibração foram criados, e todos salientando a importância de uma definição clara dos objetivos da calibração e a necessidade de verificar a qualidade dos dados (MARTIN; AYESA, 2011).

Segundo Mannina e Viviani (2010), os modelos de qualidade de água requerem calibração exata, a fim de especificar os parâmetros do modelo. A calibração confiável do modelo exige uma ampla variedade de dados de qualidade de água, que geralmente

demandam muitos recursos técnicos e humanos para sua coleta e análise. Em pequenos cursos hídricos, a disponibilidade desses dados é ainda mais escassa, devido ao fato de serem considerados insignificantes a partir de um ponto de vista prático e econômico. Como consequência, a literatura apresenta poucos estudos sobre a modelagem de qualidade da água para pequenos cursos hídricos e os estudos publicados são muito limitados em seu escopo.

No processo de construção de modelos matemáticos, é necessário que ocorra também, a análise de sensibilidade do modelo, onde é possível verificar o quanto as variáveis principais variam de comportamento considerando uma variação em seus parâmetros (SAUZEN; SAUZEN, 2010). Segundo Vanni et al. (2009), os parâmetros utilizados em um modelo variam no mundo real, logo, faz-se necessário avaliar o impacto dessas variações nos resultados encontrados. Existem três tipos principais de análise de sensibilidade: univariada, multivariada e análise de Monte Carlo. No primeiro caso, varia-se somente um parâmetro por vez, já no segundo, a variação de mais de um parâmetro é feita simultaneamente. A análise de Monte Carlo varia todos os parâmetros ao mesmo tempo, realizando centenas de simulações com as possíveis combinações de valores. Enquanto as primeiras análises citadas nos mostram a sensibilidade do modelo a parâmetros específicos, a última nos mostra a robustez global do modelo.

Importância dos modelos matemáticos de qualidade da água

Estudos dos aspectos de qualidade da água são amplamente desenvolvidos, principalmente por desempenharem um

papel importante na manutenção de uma boa qualidade de vida à população (MUNAVALLI; KUMAR, 2005). Nesse sentido, Storey et al. (2011) afirmam que existe uma necessidade urgente de melhorar as estratégias de monitoramento de qualidade da água, uma vez que os métodos tradicionais, baseados em laboratório, são muito lentos para desenvolver respostas operacionais e fornecer um nível de proteção à saúde pública em tempo real. Diante disso, a modelagem matemática de qualidade da água, mostra-se uma ferramenta com ótima aplicabilidade e com resultados rápidos e precisos.

Os modelos matemáticos de qualidade da água são frequentemente utilizados para quantificar a transformação de substâncias em ambientes lóticos, principalmente matéria orgânica, e os impactos causados ao ambiente aquático (WAGENSCHHEIN; RODE, 2008). A mesma ideia é defendida por Parajuli et al. (2009), ao afirmar que os modelos de qualidade da água são comumente utilizados para identificar e quantificar fontes poluidoras, mostrando o nível de comprometimento de determinado curso hídrico; sendo assim, torna-se possível melhorar a qualidade da água através da implantação de práticas inovadoras de gestão baseadas nas informações previstas pela modelagem matemática.

Segundo Erturk et al. (2010), os modelos de qualidade da água têm a vantagem de incluir os mecanismos que ocorrem naturalmente para o processo de interpolação, gerar cenários futuros, estabelecer planos de gestão, projetar os prováveis impactos ambientais das atividades antrópicas e estimar os custos das medidas a serem tomadas.

Utilização de modelos matemáticos como ferramenta de apoio a gestão pública

Para auxiliar na gestão, controle e proteção dos recursos hídricos é importante a utilização de ferramentas que possibilitem a análise e o prognóstico da qualidade da água. Os modelos matemáticos de qualidade da água são utilizados para esses fins, possibilitando a simulação do processo de autodepuração, e por consequência, auxiliando na tomada de decisões referente ao gerenciamento dos recursos hídricos (OPPA, 2007). Nesse sentido, Campolongo et al. (2007), afirmam que na atualidade, o uso de modelos matemáticos de qualidade da água como instrumento de apoio informativo tornou-se essencial no processo de tomada de decisões.

A gestão dos recursos hídricos é regulada por considerações de segurança pública, econômicas e ambientais. Assim, de acordo com Lima (2001), é necessário ter uma base sólida de dados para a correta gestão dos recursos hídricos, evitando o gerenciamento de algo que não se conhece.

Segundo Larentis (2004), a modelagem matemática de qualidade da água pode auxiliar na gestão dos recursos hídricos de uma bacia hidrográfica. Para isso, é necessário que o modelo seja capaz de simular diferentes cenários de desenvolvimento na bacia, levando em conta tanto fontes pontuais quanto difusas de poluição. Assim, o modelo utilizado tem o potencial de indicar onde é necessário concentrar esforços no planejamento e na tomada de decisões, tendo em vista os cenários futuros gerados.

Lindim et al. (2008) afirmam que a utilização de modelos numéricos para a avaliação e previsão de diferentes cenários,

tornou-se indispensável para os gestores gerirem o uso da água em bacias hidrográficas, em função da sua quantidade e qualidade. Assim, a gestão otimizada dos recursos hídricos, implica a aplicação de diferentes tipos de modelos matemáticos capazes de simular cenários futuros.

A aplicação de modelos matemáticos de qualidade da água na gestão dos recursos hídricos é amplamente encontrada na literatura nacional: modelo QUAL2E na bacia hidrográfica do Rio Vacacaí Mirim-RS (OPPA, 2007), e bacia hidrográfica do Rio Monjolinho- SP (REZENDE, 2011); modelos unidimensional e bidimensional na bacia hidrográfica do Rio Jucu-ES (RODRIGUES; REIS, 2010); e, modelo QUAL-UFMG na bacia hidrográfica do Rio Piracicaba- MG (MOURÃO JÚNIOR, 2010).

Modelo de Streeter-Phelps

Os modelos de qualidade da água de rios vêm sendo utilizados desde o desenvolvimento do modelo clássico de OD (Oxigênio Dissolvido) e DBO (Demanda Bioquímica de Oxigênio), de Streeter-Phelps, no ano de 1925 (SPERLING, 2007). O modelo de Streeter-Phelps foi o pioneiro para os modelos matemáticos atuais, abordando dois aspectos importantes: o consumo de oxigênio pela oxidação da matéria orgânica e a produção de oxigênio pela reaeração atmosférica. É um modelo determinístico e estatístico. Um modelo é determinístico quando tem um conjunto de entradas conhecido e do qual resultará um único conjunto de saídas; e é estatístico quando aplicado a sistemas que não se alteram no tempo.

De acordo com as propostas dos pesquisadores Streeter e Phelps, a concentração de oxigênio dissolvido em um fluxo é determinada por dois processos distintos: consumo de oxigênio (expresso em termos de DBO) como resultado da oxidação da matéria orgânica realizada por bactérias, e entrada de oxigênio no meio aquático através da reaeração atmosférica. A alteração da concentração de OD é função da concentração de matéria orgânica (GOTOVTSEV, 2010).

O modelo de Streeter-Phelps é constituído por duas equações diferenciais ordinárias, sendo que uma modela a oxidação da parte biodegradável da matéria orgânica e outra, o fluxo de oxigênio proveniente da dinâmica da reaeração atmosférica, sendo nomeadas respectivamente de equação de demanda bioquímica de oxigênio e de reaeração (BEZERRA et al, 2008).

Segundo Braga (2003), de acordo com o modelo de Streeter-Phelps, todo o processo de decomposição da matéria orgânica no meio aquático segue uma reação de primeira ordem, cuja a taxa de redução de matéria orgânica é proporcional à concentração de matéria orgânica presente em um determinado instante de tempo. A equação é descrita da seguinte forma:

$$DBO_t = L_0 \cdot e^{-K_1 t} \quad (2)$$

onde,

DBO_t : quantidade de oxigênio dissolvido consumido desde o instante inicial até o instante t ;

L_0 : DBO imediata após o ponto de lançamento;

K_1 : constante de desoxigenação;

t : tempo em dias.

O equacionamento de Streeter-Phelps para o cálculo da concentração de OD combina os processos de desoxigenação e reaeração pelo decaimento de matéria orgânica, onde:

$$C_t = C_s - D_t \quad (3)$$

em que:

C_t : concentração de oxigênio ao longo do tempo (mg.L^{-1});

C_s : concentração de saturação de oxigênio (mg.L^{-1});

D_t : déficit inicial de oxigênio dissolvido no ponto de mistura (mg.L^{-1}).

Segundo Teles e Silveira (2006), o modelo clássico de Streeter-Phelps visa analisar, teoricamente, como o consumo de OD varia ao longo do espaço e do tempo, após o lançamento de determinada carga poluente. Sendo assim, para que se possa aplicar corretamente o modelo, torna-se necessário o conhecimento de alguns aspectos importantes, tais como a vazão do sistema estudado e da carga poluente, DBO e OD do sistema estudado, DBO do efluente, Coeficiente de Desoxigenação (K_1) e o Coeficiente de Reaeração (K_2), características do sistema estudado e temperatura da água. Quando todas essas informações forem levantadas, o processo de cálculo do modelo ocorre em função do tempo, por meio da seguinte equação:

$$C_t = C_s - \left[\frac{K_1 \cdot L_0}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}) + D_0 \cdot e^{-K_2 t} \right] \quad (4)$$

onde,

C_t : concentração de oxigênio ao longo do tempo (mg.L^{-1});

C_s : Concentração de saturação de oxigênio (mg.L^{-1});

L_0 : DBO remanescente em $t=0$ (mg.L^{-1});

D_0 : Déficit de oxigênio inicial (mg.L^{-1}).

Coeficiente de desoxigenação (K_1) e coeficiente de reaeração (K_2)

O consumo de oxigênio dissolvido pode ser medido utilizando-se o teste denominado Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), o qual é, basicamente, governado pelo coeficiente de desoxigenação (K_1) que, por sua vez, varia com a composição e a concentração do material orgânico oriundo das fontes de poluição. O K_1 depende do tipo da matéria orgânica e do grau de tratamento, além da temperatura e da presença de substâncias inibidoras (SPERLING, 1996). A cinética de desoxigenação é descrita pela equação:

$$y = L_0 - (1 - e^{-K_1 t}) \quad (5)$$

onde,

L_t = DBO remanescente em um tempo t qualquer (mg.L^{-1})

L_0 = DBO remanescente em tempo $t = 0$ (mg.L^{-1})

t = tempo (dias)

K_1 : Coeficiente de desoxigenação (d^{-1})

y = DBO exercida em um tempo t (mg.L^{-1})

Para Sperling (1996), a reaeração atmosférica corresponde à absorção de oxigênio atmosférico, cuja taxa de absorção é expressa pelo Coeficiente de Reaeração (K_2), ou seja, ocorre a exposição da água a algum gás, provocando um intercâmbio de moléculas da fase líquida para gasosa e vice-versa. O K_2 pode ser estimado, numa faixa restrita de aplicação, pelas equações de O'Connor e Dobbins, Churchill e Owens, que são funções da velocidade média do fluxo na seção transversal do rio e de sua profundidade média. As equações de O'Connor e Dobbins, Churchill e Owens, com as respectivas faixas de aplicação, podem ser observadas na tabela 3.

Tabela 3 - Equações de O'Connor e Dobbins, Churchill e Owens com a respectiva faixa de aplicação

Pesquisador	Fórmula	Faixa de Aplicação
O'Connor e Dobbins (1958)	$3,73 v^{0,5} H^{-1,5}$	0,6m [H < 4,0 m 0,05 m/s [v < 0,8 m/s
Churchill (1962)	$5,0 v^{0,97} H^{-1,67}$	0,6m [H < 4,0 m 0,8 m/s [v < 1,5 m/s
Owens (1976)	$5,3 v^{0,67} H^{-1,85}$	0,1m [H < 0,6 m 0,05 m/s [v < 1,5 m/s

Fonte: Barros et al. (2011).

Nota: v: velocidade do curso d'água (m.s⁻¹); H: altura da lâmina d'água (m).

O K_2 varia em função da temperatura, velocidade e profundidade do canal. Contudo, fontes não pontuais de poluição interferem nas variações de fluxo do curso hídrico e por consequência no valor de K_2 . Assim, o valor de K_2 não é constante ao longo de um rio (REIS, 2009).

A turbulência de determinado curso hídrico, diretamente relacionada à sua vazão, desempenha um importante papel no processo de reaeração por ampliar a superfície de contato entre a água e a atmosfera. O estudo da intensidade turbulenta pode levar à consecução de modelos que auxiliem no processo de gerenciamento e monitoramento das bacias hidrográficas, determinando o potencial de autodepuração dos cursos hídricos. Após a determinação de K_2 , é possível estimar o tempo necessário para que determinada carga poluidora seja reduzida a níveis aceitáveis para o meio em estudo (SZELIGA; ROMA, 2009).

Segundo Sperling (2007), o K_1 é um parâmetro importante na modelagem do oxigênio dissolvido, sendo dependente das características da matéria orgânica, além da temperatura e da presença de substâncias inibidoras. O K_d (coeficiente de decomposição) corresponde ao coeficiente de decomposição da DBO no rio, incorporando a decomposição da matéria orgânica pela biomassa suspensa na massa líquida, bem

como pela biomassa no lodo de fundo. O modelo matemático de Streeter-Phelps é mais sensível aos valores de K_2 do que de K_d pois o valor do K_2 tem uma maior influência nos resultados do balanço de oxigênio dissolvido do que o coeficiente K_d .

Segundo Barros et al. (2011), uma das consequências da poluição dos cursos hídricos por matéria orgânica é o decréscimo na concentração de oxigênio dissolvido (OD), oriunda da respiração dos microorganismos responsáveis pela degradação do material orgânico. A cinética de reaeração (K_2), a exemplo da cinética de desoxigenação (K_1) pode ser caracterizada como uma reação de primeira ordem, na qual a taxa de absorção de oxigênio é diretamente proporcional ao déficit existente deste gás.

Na modelagem matemática, a escolha de K_1 e K_2 remete à seleção da curva integral que melhor representa a realidade do sistema. Entretanto não existe nenhum método de determinação que forneça valores que se ajustem perfeitamente à realidade de um corpo hídrico qualquer (BEZERRA et al., 2008).

Modelo de qualidade da água QUAL-UFMG

Atualmente, uma ferramenta simples para a modelagem de qualidade de água

e de crescente utilização é a plataforma QUAL-UFMG, criada por Sperling (2007). O programa em Excel QUAL-UFMG foi desenvolvido pela Universidade Federal de Minas Gerais a partir do software QUAL-2K desenvolvido pela *United States Environmental Protection Agency- EPA*. São várias as dificuldades de aplicação do software QUAL-2K, principalmente em relação à interface aplicativo-usuário, logo, o modelo QUAL-UFMG, é um aplicativo intuitivo e de mais fácil utilização.

Este novo modelo possibilita a modelagem dos seguintes constituintes ao longo do rio: Demanda Bioquímica de Oxigênio, Oxigênio Dissolvido, Nitrogênio Total e suas frações (orgânico, amoniacal, nitrito e nitrato), Fósforo Total e suas frações (orgânico e inorgânico), Coliformes Termotolerantes ou *E. coli*. Segundo Costa e Teixeira (2010), o modelo QUAL-UFMG é um modelo unidimensional, adequado para rios com vazões relativamente baixas e escoamentos em regime permanente, uma vez que essas condições não favorecem o fenômeno de dispersão longitudinal.

O modelo QUAL-UFMG incorpora os fenômenos envolvidos no balanço de oxigênio dissolvido, modelando-os em condições de anaerobiose, considerando a sedimentação da matéria orgânica, o consumo de oxigênio dissolvido pela nitrificação, as cargas internas sem vazão e as cargas externas. Os resultados fornecidos pela simulação do modelo são apresentados na forma de tabelas e gráficos (PAULA, 2011). Segundo Mourão Júnior (2010), o modelo QUAL-UFMG assume o escoamento uniforme em condutos livres, fazendo com que a profundidade, a área molhada da seção transversal e a velocidade sejam constantes ao longo do conduto.

Considerações Finais

A modelagem matemática configura-se nos últimos tempos, como uma das mais importantes metodologias para estudar a poluição hídrica. Aliada aos avanços tecnológicos, principalmente na área da informática, a modelagem matemática consolidou-se como uma ferramenta concisa, em que novos processos químicos, físicos e biológicos passaram a ser incorporados nas formulações dos modelos.

A modelagem matemática de qualidade da água é uma técnica com aplicações crescentes, principalmente no processo de elaboração de prognósticos da qualidade da água de corpos hídricos. Contudo, em muitos casos os objetivos propostos ao utilizar modelos matemáticos não são atingidos, seja pela ausência de dados ou por problemas de interpretação dos resultados obtidos. Diante disso, fica evidente a necessidade de estudos constantes na área para que as limitações se transformem em possibilidades de melhoria no processo de execução e interpretação das informações.

Diante do desenvolvimento acelerado de muitos países, os recursos naturais são constantemente impactados, onde os cursos hídricos merecem especial destaque por serem utilizados como receptores de grande quantidade de efluentes industriais e domésticos. Dessa forma, a modelagem matemática surge como uma ferramenta de apoio à gestão dos recursos hídricos, podendo servir de base na implementação de vários instrumentos definidos pela legislação vigente.

A modelagem matemática de qualidade da água pode ser utilizada também em programas que visem à recuperação dos recursos hídricos, possibilitando identificar os principais

impactos causados pelas ações antrópicas, sendo normalmente utilizada no processo de licenciamento de empreendimentos considerados potencialmente poluidores.

Referências

ANDRADE, E. M.; PALÁCIO, H. A. Q.; CRISÓSTOMO, L. A.; SOUZA, I. H.; TEIXEIRA, A. S. Índice de qualidade de água, uma proposta para o vale do rio Trussu, Ceará. **Revista Ciência Agronômica**, Ceará, v.36, n.2, p.135-142, 2005.

BARROS, F. M.; MARTINEZ, M. P.; MATOS, A. T.; CECON, P. R. Balanço de oxigênio no Rio Turvo Sujo-MG em diferentes épocas do ano. **Engenharia na Agricultura**, Viçosa, v.19, n.1, p.72-80, 2011.

BEZERRA, I. S.; MENDONÇA, L. A. R.; FRISCHKORN, H. Autodepuração de cursos d'água: um programa de modelagem Streeter-Phelps com calibração automática e correção de anaerobiose. **Escola de Minas**, Ouro Preto, v.61, n.2, p.249-255, 2008.

BRAGA, B.; HESPANHOL, I.; CONEJO, J. G. **Introdução à Engenharia Ambiental**. 1. ed. São Paulo: Pretice Hall, 2003.

BUSS, D. F.; BAPTISTA, D. F.; NESSIMIAN, J. L. Bases conceituais para a aplicação de biomonitoramento em programas de avaliação da qualidade da água de rios. **Caderno de Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v.19, n.2, p.465-473, 2003.

CAMPOLONGO, F.; CARIBONI, J.; SALTELLI, A. An effective screening design for sensitivity analysis of large models. **Science Direct**, v.22, p. 1509-1518, 2007.

CARVALHO, Y. M. C.; MORAES, J. F. L.; MENEZES, L. B.; MARTINS, S. S. A legislação brasileira de recursos hídricos como instrumentalização à gestão compartilhada. **Revista Tecnologia e Inovação Agropecuária**, São Paulo, v.1, n.1, p.112-134, 2008.

CETESB – Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental. **Variáveis de qualidade das águas**. Disponível em: <<http://www.cetesb.sp.gov.br>>. Acesso em: 2 maio 2012.

CHO, J. H.; SUNG, K. S.; HA, S. R. A river water quality management model for optimising regional wastewater treatment using a genetic algorithm. **Journal of Environmental Management**, v.73, n.3, p. 229-242, 2004.

COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Análise de incerteza em um modelo matemático de qualidade da água aplicado ao Ribeirão do Ouro, Araraquara, SP, Brasil. **Revista Ambiente e Água**, Taubaté, v.6, n.2, p.232-245, 2011.

COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Aplicação de modelo de autodepuração para a avaliação da qualidade da água do Ribeirão do Ouro, Araraquara-SP. **Revista Uniara**, Araraquara, v.13, n.1, 2010.

ERTURK, A.; GUREL, M.; EKDAL, A.; TAVSAN, C.; UGURLUOGLU, A.; SEKER, D. Z.; TANIK, A.; OZTURK, I. Water quality assessment and meta model development in Melen watershed – Turkey. **Journal of Environmental Management**, v.91, n.7, p.1526-1545, 2010.

FAN, C.; WANG, W. S.; LIU, K. F.; YANG, T. M. Sensitivity Analysis and Water Quality Modeling of a Tidal River Using a Modified Streeter–Phelps Equation with HEC-RAS-Calculated Hydraulic Characteristics. **Environmental Modeling and Assessment**, v.4, n.1, 2012.

FAN, C.; KO, C.; WANG, W. An innovative modeling approach using Qual2K and HEC-RAS integration to assess the impact of tidal effect on River Water quality simulation. **Journal of Environmental Management**, v.90, n.5, p.1824-1832, 2009.

FAN, C.; WANG, W. Influence of biological oxygen demand degradation patterns on water-quality modeling for rivers running through urban areas. **New York Academy of Sciences**, v.140, p.78-85, 2008.

GAZZAZ, N. M.; YUSOFF, M. K.; RAMLI, M. F.; ARIS, A. Z.; JUAHIR, H. Characterization of spatial patterns in river water quality using chemometric pattern recognition techniques. **Marine Pollution Bulletin**, v.64, n4, p. 688-698, 2012.

GOTOVTSEV, A. V. Modification of the Streeter–Phelps system with the aim to account for the feedback between dissolved oxygen concentration and organic matter oxidation rate. **Water Resources**, v.37, n. 2, p. 245-251, 2010.

LARENTIS, D. G. **Modelagem matemática da qualidade da água em grandes bacias:** sistema Taquari-Antas-RS. 2004. 177 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

LIMA, E. B. N. R. **Modelação integrada para gestão da qualidade da água na bacia do Rio Cuiabá.** 2001. 206 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

LINDIM, C.; PINHO, J. L.; VIEIRA, J. M. P. Analysis of spatial and temporal patterns in a large reservoir using water quality and hydrodynamic modeling. **Ecological Modelling**, v.222, n.14, p. 2485-2494, 2011.

LINDIM, C.; PINHO, J. L.; VIEIRA, J. M. P. Modelação da qualidade da água na Albufeira de Alvito. **Engenharia Civil**, v.33, n.1, p.151-162, 2008.

MACHADO, C. J. S. Recursos hídricos e cidadania no Brasil: Limites, Alternativas e Desafios. **Ambiente e Sociedade**, v.6, n.2, 2003.

- MANINNA, G.; VIVIANI, G. Water quality modelling for ephemeral rivers: Model development and parameter assessment. **Journal of Hydrology**, v.393, n.3-4, p. 186-196, 2010.
- MARSILI-LIBELLI, S.; GIUSTI, E. Water quality modeling for small river basins. **Science Direct**, v.23, p. 451-463, 2008.
- MARTIN, C.; AYESA, E. An Integrated Monte Carlo Methodology for the calibration of water quality models. **Ecological Modelling**, v.221, n.22, p.2656-2667, 2010.
- MOURÃO JÚNIOR, P. R. **Aplicação do Modelo de autodepuração de Qualidade das Águas QUAL-UFGM**. 2010. 160 f. Dissertação (Mestrado em Sustentabilidade Socioeconômica e Ambiental) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.
- MUNAVALLI, G. R.; KUMAR, M. S. M. Water quality parameter estimation in a distribution system under dynamic state. **Water Research**, v.39, n.18, p. 4287-4298, 2005.
- NUNES, D. G. **Modelagem de autodepuração e qualidade da água do Rio Turvo Sujo**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2008.
- OLIVEIRA, C. N. Avaliação e Identificação de Parâmetros importantes para a Qualidade de Corpos D'Água no Semiárido Baiano. Estudo de Caso: Bacia hidrográfica do rio Salitre. **Química Nova**, v.33, n.5, p.1059-1066, 2010.
- OPPA, L. F. **Utilização de modelo matemático de qualidade da água para análise de alternativas de enquadramento do rio Vacacaí Mirim**. 2007. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.
- PARAJULI, P. B.; MANKIN, K. R.; BARNES, P. L. Source specific fecal bacteria modeling using soil and water assessment tool model. **Bioresource Technology**, v.100, n.2, p.953-963, 2009.
- PAULA, L. M. **Avaliação da qualidade da água e autodepuração do rio Jordão, Araguari (MG)**. 2011. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.
- PIMPAN, P.; JINDAL, R. Mathematical modeling of cadmium removal in free water surface constructed wetlands. **Journal of Hazardous Materials**, v.163, n.2-3, p. 1322-1331, 2009.
- PIMPUNCHAT, B.; SWEATMAN, W. L.; WAKE, G. C.; TRIAMPO, W.; PARSHOTAM, A. A mathematical model for pollution in a river and its remediation by aeration. **Applied Mathematics Letters**, v.22, n.3, p. 304-308, 2009.
- RAMIN, M.; LABENCKI, T.; BOYD, D.; TROLLE, D.; ARHONDITSIS, G. B. A Bayesian synthesis of predictions from different models for setting water quality criteria. **Ecological Modeling**, v.242, p. 127-145, 2012.

REIS, J. S. A. **Modelagem matemática da qualidade da água para o alto Rio das Velhas/MG**. 2009. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental) - Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2009.

REZENDE, G. R. Aplicação de modelo matemático de qualidade da água QUAL2E para estudo do comportamento dos nutrientes Nitrogênio e Fósforo no Rio Monjolinho, São Carlos – SP. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 19., 2011, Maceió. **Anais...** Maceió, 2011.

RODRIGUES, R. I.; REIS, A. O. P. Utilização de modelo matemático de qualidade da água para avaliação da capacidade de assimilação de efluentes domésticos em curso d' água superficial- Estudo de caso do Rio Jucu. In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 5., 2010, Espírito Santo. **Anais...** Espírito Santo, 2010.

ROMEIRO, N. M. L. **Simulação numérica de modelos de qualidade de água usando o método de elementos finitos estabilizados**. 2003. 197 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

SAUZEN, A.; SAUZEN, P. S. Aplicação de uma metodologia para análise da sensibilidade do modelo dinâmico para uma tubulação-separador sob golfadas. **Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional**, v.11, n.3, p. 245-256, 2010.

SILVA, G. S.; JARDIM, W. F. Um novo índice de qualidade das águas para proteção da vida aquático aplicado ao Rio Atibaia, região de Campinas/Paulínia-SP. **Química Nova**, v. 29, n.4, p.689-694, 2006.

SINGH, H. P.; BASANT, A.; MALIK, A.; JAIN, G. Artificial neural network modeling of the river water quality—A case study. **Ecological Modelling**, v.220, p.888-895, 2009.

SPERLING, M. V. **Estudos e Modelagem da Qualidade da Água**. Minas Gerais: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, 2007. 588 p.

SPERLING, M. V. **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos** (princípios do tratamento biológico de águas residuárias). Minas Gerais: ABES, 1996.

STOREY, M. V.; GAAG, B.; BURNS, B. P. Advances in on-line drinking water quality monitoring and early warning systems. **Water Research**, v.45, n.2, p.741-747, 2011.

SZELIGA, M. R.; ROMA, W. N. L. Estudos de Reaeração com Velocimetria por Imagens de Partículas – Sistema S-PIV-3D. **Engenharia Sanitária Ambiental**, Rio de Janeiro, v.14, n.4, p.499-510, 2009.

TELES, R. B.; SILVEIRA, A. Autodepuração de Escoamentos Naturais de Água. Estudo de Caso: de Modelagem Matemática em um Trecho do Ribeirão Preto, Ribeirão Preto-SP. In: CONGRESO INTERAMERICANO DE INGENIERÍA SANITARIA Y AMBIENTAL. 30., Punta del Este, **Anais...** Punta del Este, AIDIS, 2006. p. 1-10.

TOLEDO, L. G.; NICOLELLA, G. Índice de qualidade de água em microbacia sob uso agrícola e urbano. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v.59, n.1, p.181-186, 2002.

VANNI, T.; LUZ, P. M.; RIBEIRO, R. A.; NOVAES, H. M. D.; POLANCZYK, C. A. Avaliação econômica em saúde: aplicações em doenças infecciosas. **Caderno de Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v.25, n.12, p. 2543-2552, 2009.

WAGEINSCHEIN, D.; RODE, M. Modelling the impact of river morphology on nitrogen retention - A case study of the Weisse Elster River (Germany). **Science Direct**, v.2, p.224-232, 2008.

ZHANG, R.; QIAN, X.; LI, H.; YUAN, X.; YE, R. Selection of optimal river water quality improvement programs using QUAL2K: A case study of Taihu Lake Basin, China. **Science of The Total Environment**, v.431, p. 278-285, 2012.