

Modelo de Hradetzky aplicado à estimativa do volume total para *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze

The Hradetzky's model applied to estimate total volume of *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze

Rozane de Loyola Eisfeld¹

Daniele Zilio Vigolo²

Carlos Roberto Sanquetta³

Anabel Aparecida Mello⁴

Resumo

O objetivo deste estudo foi testar o modelo de Hradetzky para a estimativa do volume da *Araucaria angustifolia* e compará-lo com o modelo de Spurr, ou modelo de variável combinada. Para tal fim, foram utilizados dados de 117 árvores cubadas em três diferentes regiões do Paraná. Empregou-se a análise de variância e o teste de Tukey para comparar o modelo de Hradetzky em diferentes estratos, considerando classes de DAP, altura, divisão de DAP por altura e região e posteriormente os modelos de Hradetzky e Spurr. No modelo de Hradetzky, dos modelos ajustados para cada classe, a divisão entre DAP e altura apresentou as melhores estimativas. Embora as estatísticas do polinômio de Hradetzky e do modelo de Spurr sejam semelhantes, a distribuição porcentual dos resíduos mostra a superioridade do modelo de Hradetzky, que não apresentou tendências aparentes, ao contrário do modelo de Spurr que superestimou os volumes na classe de menores DAPs. O modelo de Hradetzky se mostrou eficiente na estimativa do volume total, obtendo resultados satisfatórios e perfis de ajuste adequados. Os resultados apresentados neste trabalho poderão servir de referência para profissionais que necessitam quantificar as suas florestas de Araucária e que ainda não possuam equações volumétricas.

Palavras-chave: Equações volumétricas; modelo de Hradetzky; modelo de Spurr; *Araucaria angustifolia*.

1 M.Sc.; Engenheira Florestal; International Paper; Email: rozane.eisfeld@ipaper.com

2 Engenheira Florestal; Mestranda em Engenharia Florestal na Universidade Federal do Paraná; E-mail: dani_ziv@yahoo.com.br

3 Ph.D.; Engenheiro Florestal; Prof. Adjunto do Departamento de Ciências Florestais da Universidade Federal do Paraná; Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq; Email: sanquetta@ufpr.br

4 Dr^a.; Engenheira Florestal; Prof^a. Adjunta na Universidade Federal de Sergipe; Email: anabel@ufs.br

Recebido para publicação em 28/06/06 e aceito em 05/12/07

Abstract

The objective of this study has been to test the Hradetzky's model to estimate the volume of *Araucaria angustifolia* and to compare it with the results obtained with Spurr's model (also called the combined variable model). For this purpose, data from 117 trees cubed at three different regions of Paraná State were used. Analysis of variance and Tukey's test were applied to compare the Hradetzky's model at different levels, taking into account the DBH levels, the height, the DAP division according to height and region, and afterwards, Hradetzky's model and Spurr's model. In the Hradetzky's model, the division between DBH and height featured the best estimates among the models adjusted for each class. Although the statistics generated by Hradetzky's polynomial and Spurr's model are very similar, the percent distribution of the residues demonstrated the superiority of Hradetzky's model, which featured no apparent distortions, unlike Spurr's model, which overestimated volumes for the smaller DHB classes. Hradetzky's model was efficient for total volume estimation, providing satisfactory results and adequate adjustment profiles. The results presented in this paper may be useful as a reference for professionals who need to estimate volume of *Araucaria* forests where no volume equations are available.

Key words: Volumetric equations; Hradetzky's model; Spurr's model; *Araucaria angustifolia*.

Introdução

Apartir do século XIX, a exploração de madeira tornou-se uma das atividades de maior destaque no estado do Paraná, devido à existência de extensas florestas com *Araucaria angustifolia* na região. Com a primeira Guerra Mundial houve um grande aumento da exploração de madeira e o "pinho do Paraná" passou a abastecer o mercado interno e argentino. Após o final da segunda guerra mundial surgiram os primeiros reflorestamentos e a indústria madeireira paranaense iniciou sua maior expansão (SANQUETTA e TETTO, 2000).

Os usos da araucária são os mais diversos, destacando-se a produção de pinhões, a madeira e a resina, utilizada para o fabrico de terebintina, acetona e

outros produtos químicos. Ao longo do século a cobertura florestal do estado do Paraná, com predomínio de araucárias, foi sendo reduzida sistematicamente, de 36,97% em 1895, para apenas 1,30% em 1995 (SANQUETTA e TETTO, 2000).

É indiscutível a importância econômica e ecológica que esta espécie possui em todo o estado do Paraná. A alta qualidade da sua madeira aliada à forma cilíndrica do seu fuste permite que a árvore seja utilizada para fins muito nobres, alcançando altos valores no mercado. Existem muitas empresas florestais que utilizam essa espécie, seja nos seus reflorestamentos ou na recuperação da floresta nativa. Para tanto, torna-se de suma importância que os profissionais possam estimar com confiabilidade o volume das suas árvores.

Machado et.al (2000), compararam os resultados de volumes por hectare e por classe de diâmetro obtidos por três diferentes métodos de avaliação: inventário florestal convencional, tabela de volume do povoamento florestal e distribuição diamétrica utilizando dados provenientes do Inventário Florestal do Pinheiro (*Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze.) no Sul do Brasil, realizado em 1977 e 1978.

Resultados desse mesmo banco de dados foram publicados em 1978, apresentando volumes tabulados por classes de diâmetro, tanto para florestas primárias, como para florestas secundárias de Pinheiro-do-Paraná.

Machado e Pizzato (1998) desenvolveram intensiva pesquisa sobre tabela de volume do povoamento, na qual diversos modelos matemáticos foram testados para então chegar a uma equação para estimar volume por unidade de área (hectare) para o Pinheiro-do-Paraná.

Péllico Netto (2004) apresentou uma metodologia para estimativa do volume de árvores, aplicada às árvores nativas de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Kuntze, amostradas na Estação Experimental de São João do Triunfo, PR, da UFPR, com a denominação de Equivalência Volumétrica. O trabalho foi realizado, e comparado com outras alternativas para obtenção de volumes individuais, como função volumétrica e funções de forma.

Dentre as diversas técnicas estatísticas de modelagem volumétrica, destacam-se os modelos polinomiais não segmentados, tais como o Polinômio do Quinto Grau e o Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras (modelo de

Hradetzky) que apresentaram resultados muito satisfatórios em alguns trabalhos desenvolvidos com *Pinus* (ASSIS, 2000).

Entretanto, ainda existem poucos estudos que testem a eficiência do modelo de Hradetzky, tendo em vista que o grande impulso na aplicação dessas funções foi devido à popularização das tecnologias na área de informática. Além disso, dentre os estudos existentes, poucos abordam as estimativas volumétricas, quando, na verdade, um modelo que estime diâmetros satisfatoriamente não fornece, necessariamente, estimativas confiáveis de volume.

Sendo assim, este trabalho teve por objetivo testar o modelo de Hradetzky para a estimativa do volume com casca para 117 árvores cubadas de *Araucaria angustifolia*, a partir de diferentes estratificações testadas em função do fator de forma das árvores, e comparadas com o modelo de Spurr, ou modelo de variável combinada, comumente usado na Engenharia Florestal.

Materiais e Métodos

Área de estudo

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos em três diferentes regiões do Paraná. A região 1 está situada no centro do estado do Paraná, ao redor do município de Guarapuava. De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, pluvial temperado sempre úmido, com temperatura do mês mais quente inferior a 22° C, caracterizado por apresentar temperatura média de 16° C a 17° C. A

latitude do município é 25° 26' Sul, a longitude é 51° 15' Oeste e a altitude é 1.100 m. A precipitação média anual varia de 1500 – 1600 mm. O solo predominante da área é cambissolo lúmico alumínico com textura argilosa.

A região 2 está situada no sudoeste do estado Paraná, ao redor do município de Quedas do Iguaçu. De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfa, ou seja, pluvial temperado sempre úmido, com temperatura do mês mais quente superior a 22° C, caracterizado por apresentar temperatura média de 18° C a 19° C. A latitude do município é 25° 25' Sul, a longitude é 52° 55' Oeste e a altitude é 590 m. Os solos predominantes da área são o nitossolo vermelho eutrófico e o latossolo vermelho distrófico, ambos com textura argilosa.

A região 3 está situada no sul do estado Paraná, ao redor do município de União da Vitória. De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, pluvial temperado sempre úmido, com temperatura do mês mais quente inferior a 22° C, caracterizado por apresentar temperatura média de 16° C a 17° C. A precipitação média anual varia de 1600 – 1800 mm.

Coleta de dados

Ao total o trabalho utilizou dados de 117 árvores cubadas de *Araucaria angustifolia* obtidos em três diferentes regiões do estado do Paraná, em inventários distintos. Para a coleta de dados, as árvores foram derrubadas e, com fita métrica, medidas as circunferências ao longo do tronco, assim como a altura total.

A região 1 forneceu informações de 60 árvores. A cubagem foi realizada de maneira absoluta e relativa. Com a fita métrica, as medidas dos diâmetros foram adquiridas nas seguintes alturas: 10 cm, 30 cm, 70 cm, 1,30 m, 0%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 50%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores.

Na região 2 foram cubadas 49 árvores. A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 50%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% em função da altura total das árvores.

Na região 3 foram cubadas apenas 8 árvores. As medidas também foram obtidas relativamente a 0,0%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 35%, 50%, 70%, 95% da altura total das árvores.

O cálculo dos volumes das seções foi obtido a partir da fórmula de Smalian (HUSCH et al, 1972).

Análise de forma

Para a análise da forma, os dados foram agrupados em quatro diferentes estratos:

- Classe de DAP: a primeira classe foi composta com as árvores de DAP inferior a 10 cm, a última classe foi composta com as árvores acima de 50 cm e as demais classes com amplitudes variando de 5 em 5 cm;

- Classes de altura: a primeira classe foi composta com as árvores de altura inferior a 12 m, a última classe foi composta com as árvores acima de 24 m e as demais classes com amplitudes variando de 3 em 3 m;

- Classes de divisão entre DAP e altura: para compor essa classe utilizou-

se a divisão da variável DAP pela variável altura. A primeira classe é formada com árvores que têm essa divisão inferior a 0,95, a última com a divisão superior a 2,35 e as demais variando de 0,35 em 0,35 cm/m;

- Classes de região: como o banco de dados foi obtido em 3 diferentes regiões, foi testada a existência de influência da localização geográfica sobre a forma. Cada uma das regiões compunha uma classe distinta.

A partir da ANOVA (análise de variância), calculada para o delineamento totalmente casualizado, foi verificado se esses estratos exercem influência sobre a forma das árvores. Se eles obtivessem significância na ANOVA, era calculado, em seguida, o teste de médias (Teste de Tukey, em nível de 5% de probabilidade), testando quais as classes se diferiram e determinando possíveis agrupamentos entre elas. As amplitudes foram determinadas.

Depois de definidos esses agrupamentos, foi ajustado um modelo para cada classe e testado qual estratificação gerou as melhores estimativas de volume, através do cálculo do volume estimado e a comparação entre os parâmetros estatísticos (coeficiente de determinação e erro padrão da estimativa).

Ajuste do modelo de Hradetzky

Este modelo se diferencia do polinômio do 5º grau por apresentar um mix de potências inteiras e fracionárias como tentativa de melhor representar o perfil da árvore. Hradetzky

(1976) sugeriu a utilização de potências inteiras na ordem de dezenas para melhor representar a base da árvore, em conjunto com potências fracionárias para representar a porção superior do fuste. O modelo possui a seguinte formulação matemática:

$$\frac{d_i}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{p1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{p2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{h}\right)^{pn} + e_i$$

Sendo:

β_s = coeficientes a serem estimados;

d_i = diâmetro correspondente a uma altura h_i (cm);

DAP = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = alturas obtidas nas diversas porcentagens da altura total (m);

e_i = erro de estimativa.

Foram testados expoentes variando de 0,0001 a 95 (0,00001; 0,00005; 0,0009; 0,0007; 0,0006; 0,0004; 0,0002; 0,0001; 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90 e 95), segundo ASSIS *et.al.* (2002). As potências foram escolhidas utilizando o método “Stepwise” do *software* Statistica.

Isolando-se d_i obtém-se a função da qual poderá ser estimado o diâmetro correspondente a qualquer altura da árvore.

$$d_i = DAP \times \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{p1} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{p2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_i}{h}\right)^{pn} \right]$$

Ao simplificar a expressão por:

$$c_0 = \beta_0 \text{ e } ci = \left(\frac{\beta_i}{h^{p_j}} \right), \text{ em que } i = 1, 2, \dots, n$$

e p_j são as potências escolhidas, a expressão assume a forma:

$$d_i = DAP \left[c_0 + c_1 h_1^{p_1} + c_2 h_2^{p_2} + \dots + c_n h_n^{p_n} \right] + e_i$$

A integração do polinômio pode fornecer o volume total ou parcial do tronco conforme especificado no limite de integração. Por esse processo, é possível determinar o volume para qualquer porção do tronco conforme exemplificado a seguir para o polinômio de Hradetzky.

Sendo:
 $c_0 = \beta_0$ e $c_i = \left(\frac{\beta_i}{h^{p_j}} \right)$ $i = 1, 2, \dots, n$ e

p_j são as potências;

β_s = Parâmetros a serem estimados;

p_s = Potências;

DAP = Diâmetro à altura do peito (cm);

H = Altura total (m);

hi = Alturas obtidas nas diversas porcentagens da altura total (m);

$K = \pi / 40.000$.

Ajuste do Modelo de Spurr, ou equação de variável combinada.

Durante a realização do Inventário Florestal do Pinheiro no sul do Brasil, foram ajustadas treze modelos de volume individual, sendo a de Spurr, também denominada modelo de variável combinada, a que apresentou melhores resultados (MACHADO et al 2000), sendo assim, ela foi utilizada no presente trabalho. O modelo é:

$$V = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 H + \varepsilon_i$$

em que:

V = volume total com casca em m^3

DAP = diâmetro à altura do peito, com casca, em cm

H = altura total, em m

β_0 e β_1 = parâmetros do modelo

ε_i = erro aleatório

Os coeficientes da equação foram obtidos, sem nenhuma estratificação, por meio de regressão, utilizando dados reais de volume total, DAP e altura total, adquiridos da cubagem.

$$V = K \times DAP^2 \times \left[\begin{aligned} & c_0^2 hi + 2c_0 c_1 \left(\frac{hi^{(p_1+1)}}{p_1+1} \right) + 2c_0 c_2 \left(\frac{hi^{(p_2+1)}}{p_2+1} \right) + \dots + 2c_0 c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_{n-1}+1)}}{p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_0 c_n \left(\frac{hi^{(p_n+1)}}{p_n+1} \right) + \\ & c_1^2 \left(\frac{hi^{(2p_1+1)}}{2p_1+1} \right) + 2c_1 c_2 \left(\frac{hi^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1} \right) + \dots + 2c_1 c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_1+p_{n-1}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_1 c_n \left(\frac{hi^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1} \right) + \\ & c_2^2 \left(\frac{hi^{(2p_2+1)}}{2p_2+1} \right) + \dots + 2c_2 c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_2+p_{n-1}+1)}}{p_2+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_2 c_n \left(\frac{hi^{(p_2+p_n+1)}}{p_2+p_n+1} \right) + \dots + c_{(n-1)}^2 \left(\frac{hi^{(2p_{n-1}+1)}}{2p_{(n-1)}+1} \right) + \\ & \dots + 2c_{(n-1)} c_n \left(\frac{hi^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)}+p_n+1} \right) + c_n^2 \left(\frac{hi^{(2p_n+1)}}{2p_n+1} \right) \end{aligned} \right]_{hi}^{h^2}$$

Parâmetros de comparação

Para cada estrato testado com o modelo de Hradetzky, bem como para o modelo de Spurr, foi ajustado um conjunto de coeficientes gerando volumes estimados. Esses foram comparados com os volumes reais e, para testar a qualidade dos ajustes do modelo, foram utilizados três parâmetros de comparação: o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), o erro padrão da estimativa (Syx) e a análise gráfica dos resíduos.

Dentre as estratificações feitas com o uso do modelo de Hradetzky foi eleita a que apresentou melhores resultados, esta foi então comparada com o modelo de Spurr.

Resultados e Discussão

Modelo de Hradetzky

Classes de DAP

O resultado da análise de variância por classe de DAP, a ANOVA (Tabela 1) apresentou um $F=3,48$ e $p=0,0008$, tendo “p” apresentado um valor menor do que 0,05, pode-se concluir que existe diferença estatística significativa entre as médias de fator de forma, o que significa que esta variável possui influência sobre a forma das árvores.

As médias dos fatores de forma por classe de DAP diferem estatisticamente entre si, segundo o teste de Tukey (Tabela

2). Ainda no teste de Tukey, pode-se perceber nas médias de fator de forma de cada classe que há uma tendência de a forma ficar mais cilíndrica na medida em que se diminui o DAP, já as árvores com maiores dimensões tendem a ser mais cônicas. Segundo as diferenças apresentadas pelo teste de médias, as árvores foram agrupadas em três classes de DAP, sendo elas:

- Classe 1: menor que 15 cm;
- Classe 2: 15 – 45 cm;
- Classe 3: maior que 45 cm.

Classes de altura

Como resultado da análise de variância por classe de altura, a ANOVA (Tabela 3) apresentou um $F=3,60$ e $p=0,0047$, o que significa que esta variável possui influência sobre a forma das árvores.

As médias dos fatores de forma por classe de altura diferem estatisticamente entre si, segundo o teste de Tukey (Tabela 4). Assim como ocorreu com o DAP, há uma tendência de a forma ficar mais cilíndrica na medida em que se diminui a altura, já as árvores mais altas tendem a ser mais cônicas. O teste de médias aplicado aos dados identificou dois grupos de dados que diferem entre si, mas que são compostos por valores que não diferem estatisticamente uns dos outros. Os dois estratos identificados pelo teste de médias são:

- Classe 1: menor que 15 m;
- Classe 2: maior que 15 m.

Tabela 1. Análise de variância do fator de forma para classe de DAP

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P
Entre grupos	0,0449079	9	0,00499	3,48	0,0008
Dentro dos grupos	0,153599	107	0,001436		
Total	0,198507	116			

Tabela 2. Teste de Média (Tukey) para a classe de DAP

Classe (cm)	Número de Observações	Média dos Fatores de Forma			
>50cm	11	0,532099	A		
45-50cm	5	0,529635	A	B	
40-45cm	8	0,566517	A	B	C
35-40cm	14	0,558436	A	B	C
30-35cm	13	0,568456	A	B	C
25-30cm	18	0,557117	A	B	C
20-25cm	23	0,578629		B	C
15-20cm	12	0,566329	A	B	C
10-15cm	5	0,606464		B	C
<10	8	0,603911			C

Tabela 3. Análise de variância do fator de forma para classe de altura

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P
Entre grupos	0,0356199	5	0,00712	4,85	0,0005
Dentro dos grupos	0,162887	111	0,00147		
Total	0,198507	116			

Tabela 4. Teste de Média (Tukey) para a classe de altura

Classe (m)	Número de Observações	Média dos Fatores de Forma		
>24 m	8	0,548265	A	B
21-24 m	30	0,555062	A	
18-21 m	26	0,557144	A	B
15-18 m	35	0,569787	A	B
12-15 m	12	0,596312		B
<12 m	6	0,602593	A	B

Classes de divisão DAP por altura

A análise de variância decompõe a variância do fator de forma em dois componentes: entre grupos e dentro dos grupos. O valor de F, que neste caso é igual a 4,85, e o valor $p=0,0005$ representam que existe diferença estatística entre as médias de fator de forma de acordo com a classe de DAP por altura nas quais elas se apresentam, ou seja, esta variável possui influência sobre a forma das árvores (Tabela 5)

Para determinar quais médias são significativamente diferentes uma das

outras, foi aplicado o teste de médias Tukey.

As médias dos fatores de forma por classe de DAP com altura diferem estatisticamente entre si, segundo o teste de Tukey (Tabela 6). O teste de médias mostra que existem três grupos distintos, que, dentro deles, possuem médias que não diferem estatisticamente uma das outras, estes três grupos de médias foram separados em classes, sendo elas:

Classe 1: menor que 1,3 cm/m;

Classe 2: 1,3 - 2,0 cm/m;

Classe 3: maior que 2,0 cm/m.

Tabela 5. Análise de variância do fator de forma para classe divisão DAP por altura

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P
Entre grupos	0,0356199	5	0,00712	4,85	0,0005
Dentro dos grupos	0,162887	111	0,00147		
Total	0,198507	116			

Tabela 6. Teste de Média (Tukey a 5% de probabilidade) para a classe divisão DAP por altura

Classe (cm/m)	Número de Observações	Média dos Fatores de Forma			
>2,35	6	0,535299	A	B	
2-2,35	10	0,533320	A		
1,65-2	27	0,561683	A	B	C
1,3-1,65	42	0,564069	A	B	C
0,95-1,3	20	0,582154		B	C
<0,95	12	0,599426			C

Classes de região

Como resultado da análise de variância por classe de região, a ANOVA (Tabela 7) apresentou um $F=4,44$ e $p=0,0139$, o que significa que esta variável possui influência sobre a forma das árvores.

As médias dos fatores de forma por classe de região diferem estatisticamente entre si, segundo o teste de Tukey (Tabela 8), isso significa que, de alguma forma, o fator de forma é influenciado pela região onde as árvores estão localizadas. Deve ser levado em consideração neste estudo o fato de que o número de árvores amostradas entre as regiões foi diferente e algumas regiões não apresentavam todas

as classes de DAP e altura, o que pode afetar suas médias de fator de forma.

Segundo as diferenças apresentadas pelo teste de médias, as árvores foram agrupadas em 3 classes, permanecendo na sua região original.

Ajuste do modelo

Foi ajustado o modelo de Hradetzky para cada uma das classes dentro das estratificações definidas anteriormente. Os resultados dos ajustes dos coeficientes estão apresentados nas tabelas 9, 10, 11, 12 e 13.

Com os modelos ajustados, foi possível calcular o volume estimado e comparar com o real através do

Tabela 7. Análise de variância do fator de forma para a classe de região

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P
Entre grupos	0,0143394	2	0,00717	4,44	0,0139
Dentro dos grupos	0,184167	114	0,00162		
Total	0,198507	116			

Tabela 8 . Teste de Média (Tukey a 5% de probabilidade) para a classe de região

Classe	Número de Observações	Média dos Fatores de Forma		
Região 1	60	0,559003	A	
Região 2	49	0,578449		B
Região 3	8	0,544175	A	B

Tabela 9. Potências e coeficientes obtidos para um modelo geral que contempla todos os dados

Potências	Coeficientes
-	1,256198
2	-0,05888
0,1	-0,93574
20	-0,20028
0,00001	0,463783
3	-0,52482

Tabela 10. Potências e coeficientes obtidos por classe de DAP

< 15 cm		15 – 40 cm		> 40 cm	
Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes
-	1,221330	-	1,247457	-	1,301307
2	-0,710315	2	-0,252068	2	-0,746699
0,2	-1,317019	0,1	-0,896158	0,1	-1,329722
20	-0,261277	20	-0,177045	0,00001	0,670903
0,00001	0,336408	0,00001	0,442760	0,9	0,374879
0,4	0,732353	4	-0,364371	10	-0,208658
				95	-0,061999

Tabela 11. Potências e coeficientes obtidos por classe de altura

< 15 m		> 15 m	
Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes
-	1,230528	-	1,261275
2	-0,830413	0,1	-0,963833
0,2	-0,733991	20	-0,188288
20	-0,266232	0,00001	0,474678
0,00001	0,202136	3	-0,583243
1	0,396923		

Tabela 12. Potências e coeficientes obtidos por classe de divisão DAP pela altura

< 1,3 cm/m		1,3 – 2,0 cm/m		> 2,0 cm/m	
Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes
-	1,191079	-	1,275686	-	1,272884
2	-0,808089	0,1	-0,966104	1	0,227820
0,2	-0,762856	15	-0,210306	15	-0,267077
15	-0,213144	0,00001	0,460640	0,1	-1,154962
0,00001	0,227770	3	-0,559749	0,00001	0,583747
0,9	0,405183			2	-0,661418
95	-0,051637				

Tabela 13. Potências e coeficientes obtidos por classe de região

Região 1		Região 2		Região 3	
Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes	Potências	Coeficientes
-	1,234037	-	1,283333	-	5035,063861
2	-0,735110	2	-0,901472	1	-0,386692
0,2	-0,815504	0,1	-1,196903	20	-0,302403
15	-0,280954	15	-0,242449	0,00001	-5034,159044
0,00001	0,207035	0,00001	0,613428	4	-0,215904
0,9	0,392056	1	0,444247		

coeficiente de determinação (R^2), do erro padrão da estimativa (S_{yx}) e da análise gráfica dos resíduos. As estatísticas de precisão dos modelos oferecem um indicativo da sua qualidade e demonstram a correlação entre as variáveis independentes e a variável dependente gerando assim, os parâmetros de comparação de modelos, que estão apresentados na tabela 14.

Modelo de Spurr

Com os coeficientes determinados e o modelo ajustado (Tabela 15), o volume estimado pôde ser calculado e ter sua acuracidade avaliada com base em estatísticas como o coeficiente de determinação (R^2), do erro padrão da estimativa (S_{yx}) e da análise gráfica dos resíduos, gerando assim os parâmetros

Tabela 14 . Estatísticas de comparação entre as diferentes classes e modelos

	Modelo de Hradetzky					Modelo de Spurr
	Geral	DAP	Altura	DAP/H	Região	
SQ resíduos	1,287	0,832	1,128	0,720	1,367	0,835593
nº de coef.	6	19	11	18	17	2
R^2	0,9839	0,9882	0,9852	0,9899	0,9810	0,989553
S_{yx} %	11,3%	9,6%	10,8%	8,9%	12,2%	9,0%

de comparação entre este modelo e o modelo de Hradetzky (Tabela 14).

Comparação entre os modelos

Comparação entre as diferentes classes determinadas para o modelo de Hradetzky

As estatísticas geradas mostram que todas as classes mantiveram uma tendência de desempenho semelhante, no entanto, as estatísticas geradas para a classe região obtiveram os piores índices, mostrando que esta estratificação não agrega qualidade ao modelo e que

os resultados são melhores quando agrupados em um modelo geral.

A classe de divisão DAP por altura gerou o maior coeficiente de determinação (0,9899) e o menor erro padrão da estimativa (8,9%), por isso esta foi a estratificação escolhida para gerar estimativas volumétricas para a *Araucaria angustifolia*.

O perfil do ajuste e os respectivos dados empregados na primeira (<1,3 cm/m), segunda (1,3 – 2,0 cm/m) e terceira (> 2,0 cm/m) classes estão demonstrados nas figuras 1, 2 e 3, respectivamente.

Com base nos perfis e ajustes apresentados, pode-se perceber que o modelo de Hradetzky retratou satisfatoriamente os dados e, que o mix de potências fracionárias e inteiras representou bem tanto a porção superior quanto a inferior das árvores, o que

Tabela 15. Coeficientes obtidos para o Modelo de Spurr

Coeficientes	
bo	0,039816457
b ₁	4,14539E-05

Figura 1. Dispersão dos dados de cubagem do estrato divisão DAP por altura e da classe menor que 1,3cm/m e linha de ajuste do modelo de Hradetzky

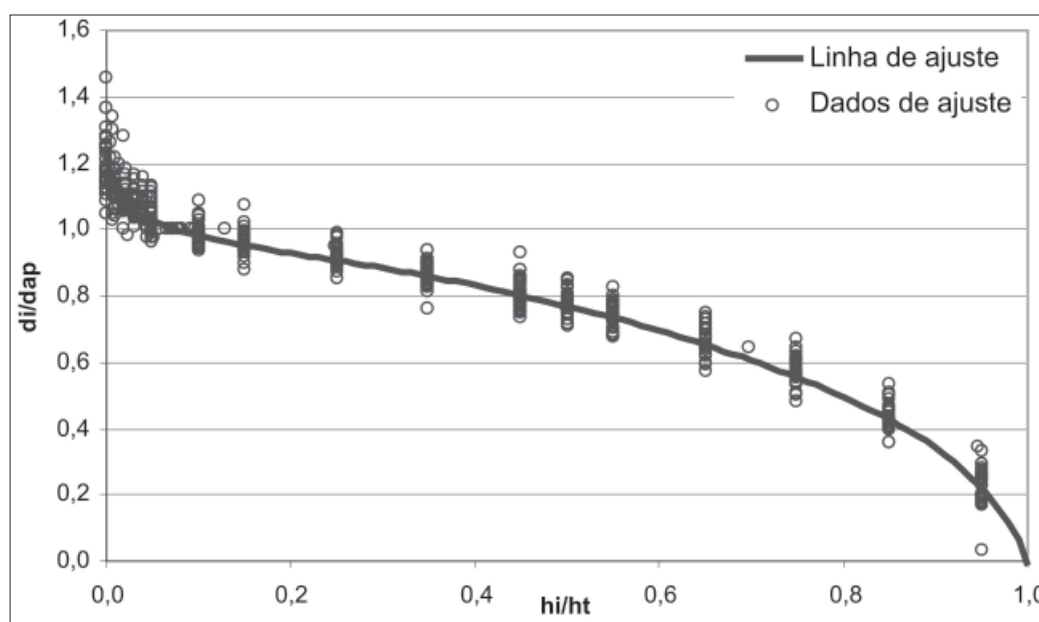


Figura 2. Dispersão dos dados de cubagem do estrato divisão DAP por altura e da classe entre 1,3-2,0cm/m e linha de ajuste do modelo de Hradetzky

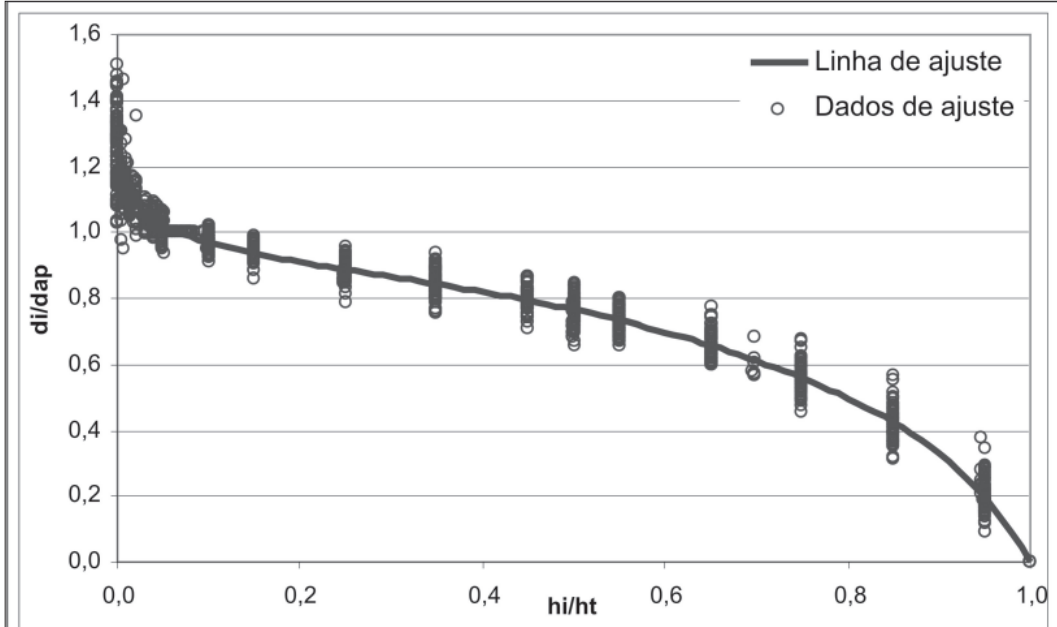


Figura 3. Dispersão dos dados de cubagem do estrato divisão DAP por altura e da classe maior que 2,0cm/m e linha de ajuste do modelo de Hradetzky.

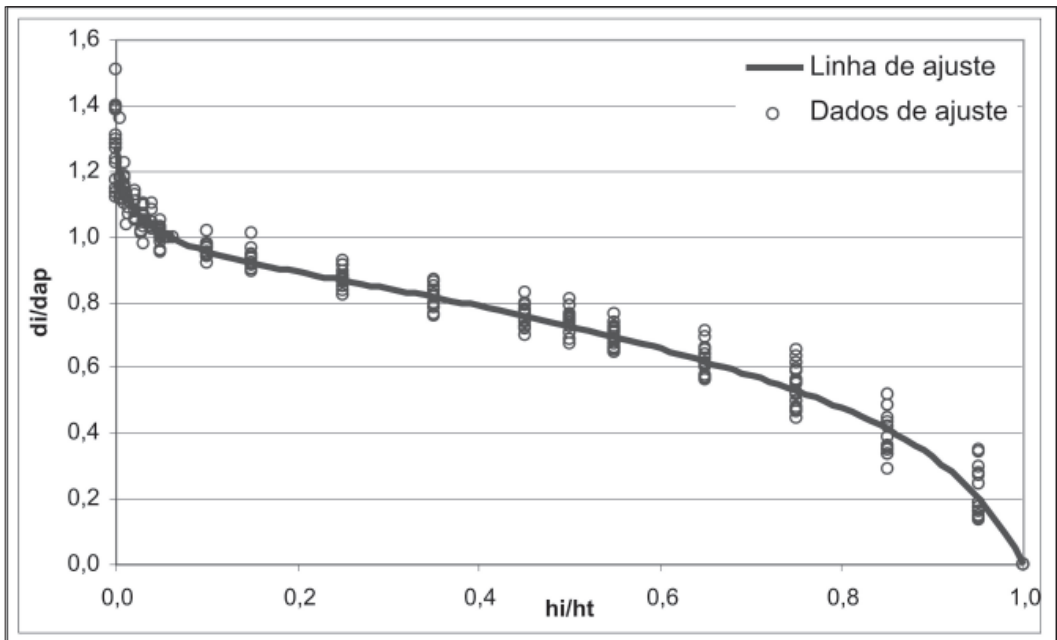


Figura 4. Distribuição dos resíduos percentuais para o modelo de Spurr

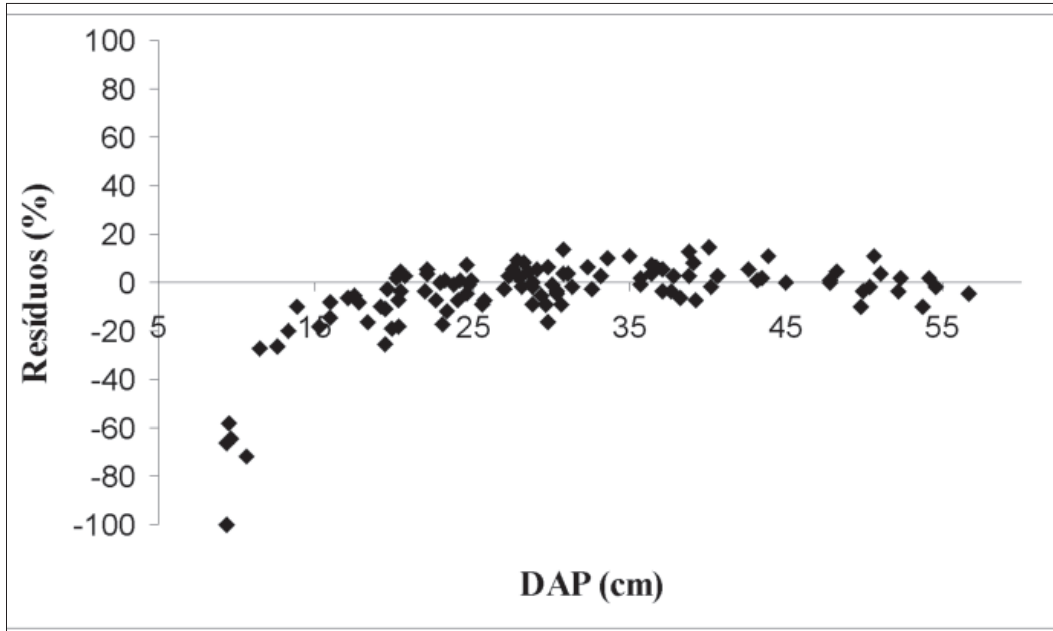
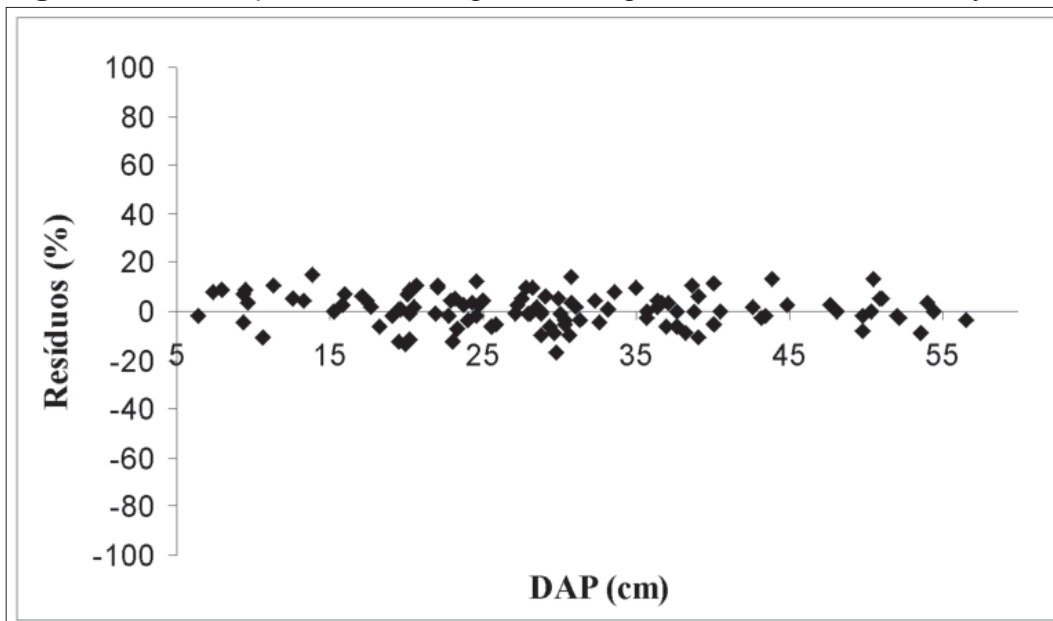


Figura 5. Distribuição dos resíduos percentuais para o modelo de Hradetzky



significa que o modelo de Hradetzky está modelando bem a árvore, assim como está apto para fornecer estimativas confiáveis.

Comparação entre o modelo de Hradetzky e o Modelo de Spurr

Os valores das estatísticas do coeficiente de determinação (R^2) e do erro padrão da estimativa ($Syx_{\%}$) mostram-se muito semelhantes entre os dois modelos. O modelo de Spurr mostrou uma ligeira superioridade obtendo valores de $Syx_{\%}$ igual a 9,0%, e R^2 de 0,9895, o modelo de Hradetzky, em classes de DAP por altura possui valores de $Syx_{\%}$ de 8,9% e R^2 de 0,9899.

Na distribuição gráfica (Figuras 4 e 5), os resíduos foram plotados em relação ao DAP, com amplitudes que variavam entre 5 e 60 cm e resíduos de -100% a 100%, no entanto três pontos foram ocultados do gráfico de distribuição de resíduos do modelo de Spurr, para facilitar a visualização e diferenciação entre os gráficos dos modelos de Spurr e Hradetzky, sendo eles: -157,41% (DAP=7,4cm), -237,66% (DAP=6,4cm), e -833,72% (DAP=3,9cm).

A distribuição gráfica dos resíduos, mostra um desempenho significativamente superior do modelo de Hradetzky, que apresentou uma distribuição dos resíduos sem tendenciosidade aparente e, ao contrário, o modelo de Spurr superestima

acentuadamente os volumes nas classes de DAP menor, principalmente inferiores a 10 cm, onde os resíduos chegam a -833,82%.

Conclusão

Segundo os resultados apresentados pela análise de variância, existe a tendência da forma das árvores ficar mais cilíndrica na medida em que se diminui o DAP e a altura, já as árvores com maiores dimensões tendem a ser mais cônicas;

Das estratificações testadas a que contempla o DAP e altura apresenta as melhores estimativas volumétricas;

O modelo de Hradetzky se mostrou eficiente na estimativa do volume total, apresentando resultados satisfatórios e perfis de ajuste adequados;

Embora as estatísticas do polinômio de Hradetzky e do modelo de Spurr sejam semelhantes, a distribuição porcentual dos resíduos mostra a superioridade do modelo de Hradetzky, que não apresentou tendenciosidades aparentes, ao contrário do modelo de Spurr que superestimou os volumes na classe de menores DAPs;

Os resultados que aqui foram apresentados servirão de referência para profissionais que necessitam quantificar as suas florestas compostas dessa espécie e que ainda não possuam equações volumétricas.

Referências

ASSIS, A. L. de *Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de Pinus taeda.* Lavras: 2000. 189p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras.

ASSIS, A.L.; SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M.; OLIVEIRA, A.D. Avaliação de modelos polinomiais não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. *Revista Ciência Florestal*, Santa Maria, v.12, n. 1, p.89-108, 2002.

HUSCH, B.; MILLER, C.I.; BEERS, T.W. *Forest mensuration*. 2.ed. New York: Ronald Press, 1972. 417p.

HRADETZKY, J.: *Analyse und interpretation statistischer abrängerkeiten*. Mitteilungen der Forstlichen Versuchs-und Forschungsanstalt Baden-Wüettemberg, Heft Nr. 76, 1976. 146p.

MACHADO, S.A.; PIZZATO, V. Tabela de volume do povoamento para florestas nativas de *Araucária angustifolia* nos estados da região sul do Brasil. *Revista Floresta*, Curitiba, v.26, n.1-2, p.11-26, 1998.

MACHADO S.A.; MELLO, J.M.; BARROS, D.A. Comparação entre métodos para avaliação de volume total de madeira por unidade de área, para o Pinheiro-do-Paraná, na região sul do Brasil. *Revista Cerne*, v.6, n.2, p.055-066, 2000.

SANQUETTA, C.R.; TETTO, A.F. *Pinheiro – do - Paraná: lendas e realidades*. Curitiba: [s.n], 2000. 112p.

PÉLLICO NETTO, S. Equivalência volumétrica: uma nova metodologia para estimativa do volume de árvores. *Revista Acadêmica: ciências agrárias e ambientais*, Curitiba, v.2, n.1, p. 17-30, 2004.