

# Abordagem Fuzzy na Taxa de Sobrevivência de *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* (Hymenoptera: Crabronidae)

## Fuzzy Approach in the Survival Rate of *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* (Hymenoptera: Crabronidae)

Lilian Berton<sup>1</sup>  
Maria José de Paula Castanho<sup>2</sup>  
Maria Luisa Tunes Buschini<sup>3</sup>

### Resumo

Este trabalho apresenta um sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF) abordando a interação entre fertilidade, tamanho do ninho e sobrevivência de machos e fêmeas de *Trypoxylon lactitarse* Saussure. A partir de informações sobre fertilidade e tamanho do ninho, o sistema retorna a taxa de sobrevivência de machos e fêmeas permitindo abordar as implicações de uma razão sexual enviesada a favor de machos, uma razão sexual enviesada a favor de fêmeas, ou uma razão sexual de 1:1.

**Palavras-chave:** Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*; Conjuntos *Fuzzy*; *Trypoxylon lactitarse* Saussure.

### Abstract

This paper presents a fuzzy rule-based system (FRBS) addressing the interaction among fertility, size of the nest and survival of *Trypoxylon lactitarse* Saussure males and females. From information on fertility and nest size, the system returns the survival rate of male and female allowing us to address the implications of a skewed sex ratio in favor of males, a skewed sex ratio in favor of females, or a sex ratio of 1:1.

**Key words:** Fuzzy Rule-Based System; Fuzzy Set; *Trypoxylon lactitarse* Saussure.

---

1 Matemática; Mestranda em Ciências da Computação e Matemática Computacional pelo Instituto de Computação e Matemática Computacional da Universidade de São Paulo; E-mail: lilianberton@yahoo.com.br

2 Dr<sup>a</sup>.; Matemática, Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO; E-mail:zeza@unicentro.br

3 Dr<sup>a</sup>.; Bióloga; Professora do Departamento de Biologia da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO; E-mail: mbuschini@unicentro.br

## Introdução

*Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* Saussure é uma espécie de vespa solitária que nidifica, exclusivamente, em cavidades pré-existentes como perfurações em madeira, interior de galerias abandonadas de larvas de coleópteros ou escavando a medula de ramos mortos (AMARANTE, 1999). As fêmeas constroem seus ninhos cujas células, em série linear, são subdivididas por partições de barro e aprovisionadas com aranhas paralisadas. Essa vespa tem ampla distribuição geográfica ocorrendo desde o Sul do Canadá até o Sul da Argentina (BOHART e MENKE, 1976; CAMILLO et al., 1993; COVILEE, 1980; FISHER, 1930).

Vários autores têm estudado a biologia de *T. lactitarse* tanto aqui no Brasil (BUSCHINI, NIESING, WOLF, 2006; CAMILLO et al., 1993; CAMILLO e BRESCOVIT, 1999; PEREZ-MALUF, 1993), quanto na Costa Rica (COVILLE, 1981, 1982). O que tem sido observado nesses estudos é que a taxa de sobrevivência dessa vespa pode variar de uma região para a outra. Tanto em Viçosa (MG), (PEREZ-MALUF, 1993) quanto em Guarapuava (PR), (BUSCHINI, NIESING, WOLF, 2006) a taxa de sobrevivência dessa vespa foi semelhante, sendo sua mortalidade provocada, principalmente, por falha no desenvolvimento. Já em Cajuru (SP), Camillo et al. (CAMILLO et al., 1993) registraram uma taxa de sobrevivência bem mais alta que nestas duas regiões.

Um outro fator que tem sido relatado, é que a taxa de sobrevivência desses insetos pode ser diferente

dependendo do tamanho do orifício utilizado pela fêmea na construção de seus ninhos. Buschini et al. (2006) observou que ela foi significativamente menor nos orifícios com menor diâmetro.

Têm-se alguns trabalhos relacionados a insetos que utilizam modelos matemáticos baseados na teoria dos conjuntos *fuzzy*, tais como na dinâmica de populações acopladas de dípteros califorídeos, popularmente conhecidos por moscas varejeiras (CASTANHO et al., 2006), em modelos presa-predador dos citros (PEIXOTO, BARROS, BASSANEZI, 2005), dentre outros.

O objetivo deste trabalho é descrever a taxa de sobrevivência de *T. lactitarse* em função da fertilidade e condições ambientais. Tendo em vista que o estudo da *T. lactitarse* é recente e ainda não há dados numéricos suficientes para a elaboração de um modelo, mas existem especialistas que podem descrever o comportamento da vespa em termos qualitativos, foi feita a opção pela teoria dos conjuntos *fuzzy* que é apropriada para lidar com informações subjetivas.

## Alguns Conceitos da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi introduzida por Lotfi Asker Zadeh (1968), em 1965, como uma teoria matemática aplicada a conceitos vagos, com a intenção de dar um tratamento matemático a termos linguísticos subjetivos. Uma variável linguística interpreta uma variável cujos valores são em linguagem natural, como “aproximadamente”, “em torno de”, dentre outros, e é descrita por conjuntos *fuzzy*. Zadeh formalizou

matematicamente essas imprecisões, usando conjuntos *fuzzy*.

### Conjuntos *fuzzy*

Seja  $U$  um conjunto (clássico). Um conjunto *fuzzy*  $F$  de  $U$  é caracterizado por uma função  $\mu_F : U \rightarrow [0,1]$ , chamada função de *pertinência do conjunto fuzzy*. O valor  $\mu_F(x) \in [0,1]$  indica o grau com que o elemento  $x$  de  $U$  está no conjunto *fuzzy*  $F$ ;  $\mu_F(x) = 0$  e  $\mu_F(x) = 1$  indicam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de  $x$  ao conjunto *fuzzy*  $F$ .

Do ponto de vista formal, a definição de conjuntos *fuzzy* foi obtida simplesmente ampliando-se o contradomínio da função característica clássica, que é o conjunto  $\{0,1\}$ , para o intervalo  $[0,1]$ . Nesse sentido, podemos dizer que um conjunto clássico é um caso particular de conjunto *fuzzy* cuja função de pertinência  $\mu_F$  é a sua função característica  $\chi_F$ .

Todo conjunto *fuzzy* é subconjunto do conjunto universo clássico. Assim, os termos conjunto ou subconjunto *fuzzy* podem ser usados indiferentemente.

### Operações com conjuntos “*fuzzy*”

Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos *fuzzy*. A união entre  $A$  e  $B$  é o conjunto *fuzzy* de  $U$  cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_{(A \cup B)}(x) = \max_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

A intersecção entre  $A$  e  $B$  é o conjunto *fuzzy* de  $U$  cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_{(A \cap B)}(x) = \min_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

### Operações *t-norma* e *t-conorma*

Uma operação binária  $\Delta : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ , é uma *t-norma* se satisfizer as seguintes condições:

1) Elemento neutro:

$$\Delta(1, x) = 1 \Delta x = x;$$

2) Comutativa:

$$\Delta(x, y) = x \Delta y = y \Delta x = \Delta(y, x);$$

3) Associativa:

$$x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z;$$

4) Monotonicidade: se  $x \leq u$  e

$$y \leq v, \text{ então } x \Delta y \leq u \Delta v.$$

A operação *t-norma* estende o operador mínimo,  $\wedge$ , que modela o conectivo “e”.

Uma operação binária  $\nabla : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ , é uma *t-conorma* (ou uma *s-norma*) se satisfizer as seguintes condições:

1) Elemento neutro:

$$\nabla(0, x) = 0 \nabla x = x;$$

2) Comutativa:

$$\nabla(x, y) = x \nabla y = y \nabla x = \nabla(y, x);$$

3) Associativa:

$$x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z;$$

4) Monotonicidade: se  $x \leq u$  e

$$y \leq v, \text{ então } x \nabla y \leq u \nabla v.$$

A operação *t-conorma* estende o operador máximo,  $\vee$ , que modela o conectivo “ou”.

### Sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF)

Os sistemas baseados em regras *fuzzy* contêm quatro componentes:

1) Um módulo de codificação dos dados de entrada, onde as entradas do

sistema são modeladas por conjuntos *fuzzy* em seus respectivos domínios, e as funções de pertinência são formuladas para cada conjunto *fuzzy* envolvido no processo.

2) Uma base de conhecimento que contém a base de regras e um conjunto de funções de pertinência conhecido como base de dados. Cada uma das proposições da base é escrita na forma linguística: “Se  $X$  é  $A$  então  $Y$  é  $B$ ”, de acordo com as informações de especialistas.

3) Um módulo de inferência *fuzzy*, em que cada proposição *fuzzy* é “traduzida” matematicamente por meio das técnicas da lógica *fuzzy*. É onde são definidas as *t-normas*, *t-conormas*, e regras de inferência que serão utilizadas para se obter a relação *fuzzy* que modelará a base de regras. Fornece a saída *fuzzy* a partir de cada entrada *fuzzy*.

4) Um módulo de decodificação que permite encontrar um valor *crisp* (número real) que representa o conjunto *fuzzy* de saída. Um dos métodos mais utilizados é o Centro de Gravidade do conjunto  $C$ , dado por

$$z = \frac{\int_R u \mu_C(u) du}{\int_R \mu_C(u) du}$$

### Método de inferência de Mamdani

O método de Mamdani é baseado na regra de composição de inferência *max-min* e segue o procedimento:

- Em cada regra  $R_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ , da base de regras *fuzzy*, a condicional “se  $x$  é  $A_j$  então  $u$  é  $C_j$ ” é modelada pela aplicação  $\wedge$  (mínimo);

- Adota-se a *t-norma*  $\wedge$  (mínimo) para o conectivo lógico “e” e a *t-conorma*  $\vee$  (máximo) para o conectivo “ou”.

Formalmente, é uma relação *fuzzy*  $M$  cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_M(x, u) = \max_{1 \leq r \leq r} (\mu_{R_r}(x, u)) = \max_{1 \leq r \leq r} [\mu_{A_j}(x) \wedge \mu_{C_j}(u)],$$

em que  $r$  é o número de regras que compõem a base de regras e,  $A_j$  e  $C_j$  são os conjuntos *fuzzy* da regra  $j$ . Cada um dos valores  $\mu_{A_j}(x)$  e  $\mu_{C_j}(u)$  é interpretado como o grau com que  $x$  e  $u$  estão nos conjuntos *fuzzy*  $A_j$  e  $C_j$ , respectivamente.

A figura 1<sup>j</sup> ilustra um sistema de inferência do tipo Mamdani, cujas saídas  $z$  e  $u$  são geradas a partir das entradas  $x$  e  $y$  reais, e a regra de composição *max-min*. As saídas  $z \in \mathfrak{R}$  e  $u \in \mathfrak{R}$  são obtidas pela decodificação dos conjuntos *fuzzy* de saída  $C = C'_1 \cup C'_2$  e  $D = D'_1 \cup D'_2$ , respectivamente.

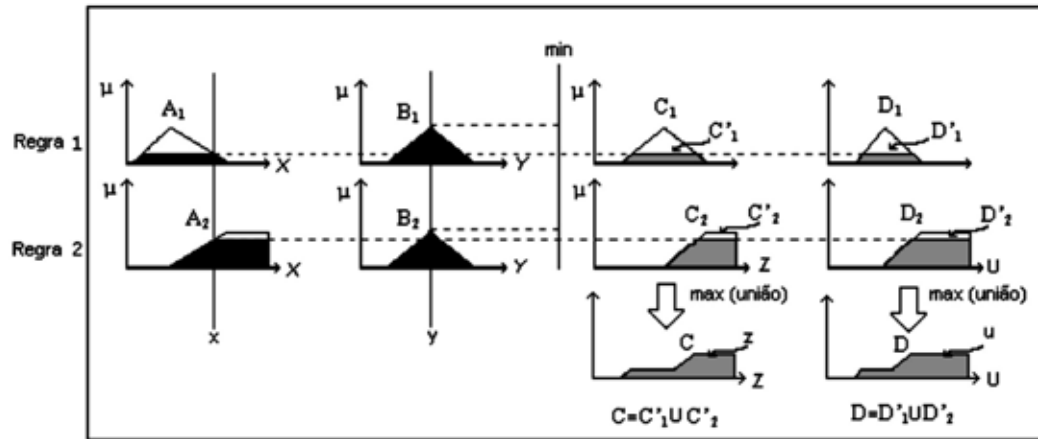
### Materiais e Métodos

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes do estudo desenvolvido por Buschini et. al. (2006, 2007) sobre a história de vida e a alocação sexual de *T. lactitarse*. Para captura desses insetos, foram utilizados ninhos armadilhas, instalados no Parque Municipal das Araucárias, no Município de Guarapuava (PR), de dezembro de 2001 a dezembro de 2004.

### Modelo Matemático

Levando em consideração que a fertilidade dos seres vivos é afetada

**Figura 1.** Representação gráfica do Método de Mamdani com duas variáveis de entrada (A e B) e duas variáveis de saída (C e D)



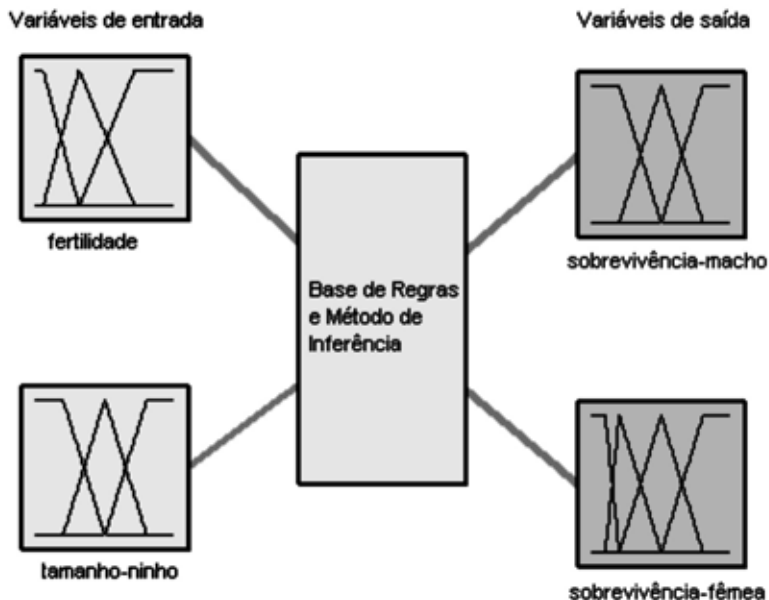
Fonte: Adaptado de BASSANEZI, R. C.; BARROS, L. C. 2006

pela disponibilidade de recursos no ambiente, e que em *T. lactitarse* a taxa de sobrevivência foi significativamente diferenciada em orifícios com tamanhos diferentes (BUSCHINI, 2007), é proposto, neste trabalho, um modelo que representa

a interação entre fertilidade, tamanho do ninho e sobrevivência de machos e de fêmeas.

Para isso, foi construído um SBRF cujas variáveis de entrada são as variáveis linguísticas: *fertilidade* e *tamanho-ninho*,

**Figura 2.** Estrutura do sistema baseado em regras *fuzzy*



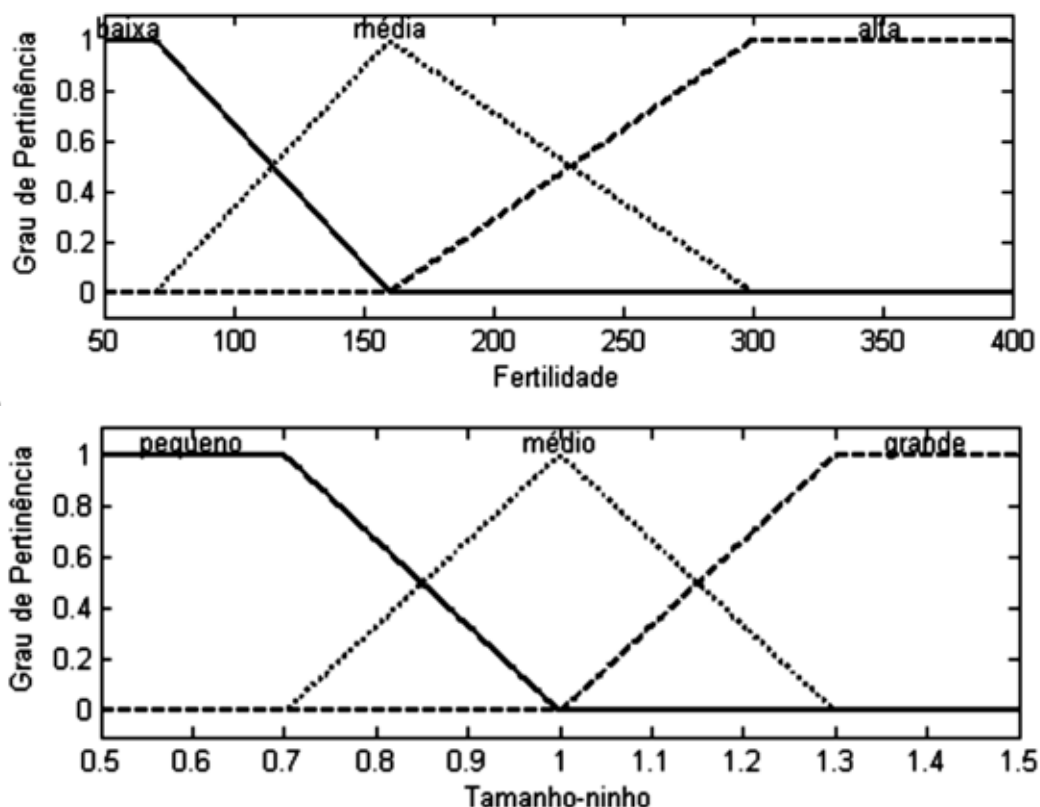
Fonte: Os autores

e as variáveis de saída são *sobrevivência-macho* e *sobrevivência-fêmea*. A figura 2 mostra um esquema do modelo.

A fertilidade foi classificada como: baixa, média e alta, levando-se em consideração a soma do número de células dos ninhos aprisionados nos três anos, sendo que em cada célula a vespa realiza a postura de um ovo. Assim, o domínio desta variável é o intervalo [50 400] indicando que, no ambiente estudado, a população de vespas varia de 50 a 400. À variável linguística *tamanho-ninho* foram atribuídos os termos: pequeno, médio e grande baseando-se

no tamanho dos ninhos normalmente utilizados pelas vespas, que seriam em torno de 0,7 cm, 1,0 cm e 1,3 cm de diâmetro. Dependendo do diâmetro da armadilha há variação quanto ao número de machos e de fêmeas que emerge de cada um deles. Em *T. lactitarse* nos ninhos com menor diâmetro, em torno de 0,7 cm, o número de machos é maior, e naqueles com cerca de 1,0 cm e 1,3 cm de diâmetro ocorre o inverso (BUSCHINI, NIESING, WOLFF, 2006; BUSCHINI, 2007; PEREZ-MALUF, 1993).

**Figura 3.** Funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* representado as variáveis de entrada *Fertilidade* e *Tamanho-ninho*



Fonte: Os autores

Estes termos foram modelados matematicamente por conjuntos *fuzzy*, conforme a figura 3.

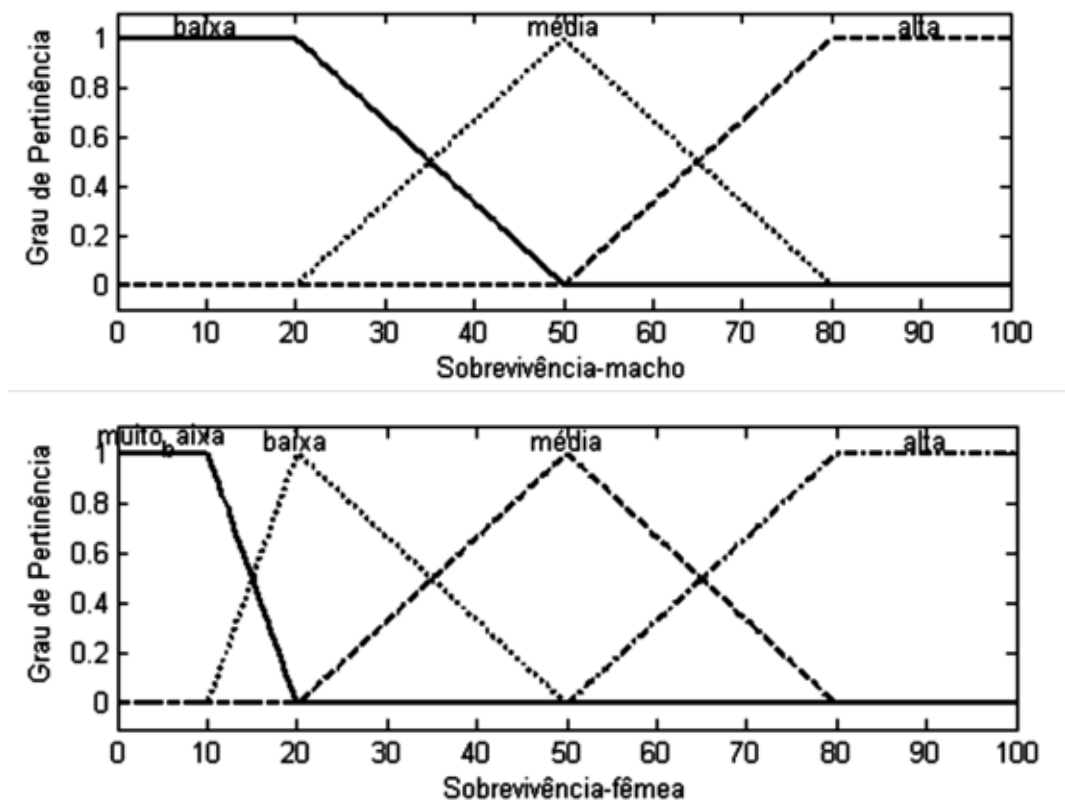
Para modelar as variáveis de saída: *sobrevivência-macho* e *sobrevivência-fêmea* foi utilizado o número de vespas emergentes em todos os ninhos. Essa divisão foi feita para que se possa analisar a razão sexual. O conjunto domínio é o intervalo [0 100] indicando a sobrevivência mínima e máxima verificada. As variáveis de saída estão representadas na figura 4.

O método de inferência utilizado foi o método de Mamdani e o de decodificação

foi o Centro de Gravidade. A base de regras, elaborada com o auxílio da especialista e composta por uma coleção de proposições na forma *se-então*, é descrita na tabela 1. A primeira regra da tabela pode ser lida como “Se a Fertilidade é baixa e o Tamanho do ninho é pequeno, então a Sobrevivência-macho é baixa e a Sobrevivência-fêmea é muito baixa”.

A sobrevivência dos machos e fêmeas em função da fertilidade e do tamanho do ninho, de acordo com o modelo construído, estão representados graficamente nas figuras 5 e 6, respectivamente.

**Figura 4.** Funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* representando as variáveis de saída *Sobrevivência-macho* e *Sobrevivência-fêmea*



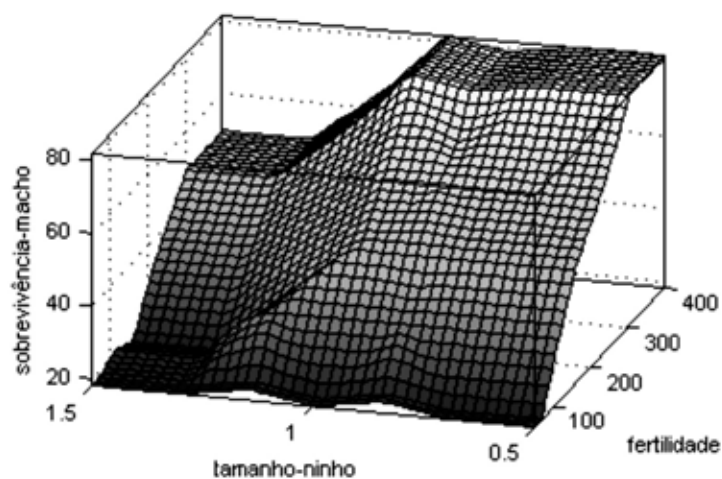
Fonte: Os autores

**Tabela 1.** Base de regras

Regra	Fertilidade	Tamanho-ninho	Sobrevivência-macho	Sobrevivência-fêmea
1	baixa	Pequeno	baixa	muito-baixa
2	baixa	Médio	baixa	baixa
3	baixa	Grande	baixa	média
4	média	Pequeno	média	muito-baixa
5	média	Médio	média	média
6	média	Grande	baixa	média
7	alta	Pequeno	alta	muito-baixa
8	alta	Médio	alta	alta
9	alta	Grande	média	alta

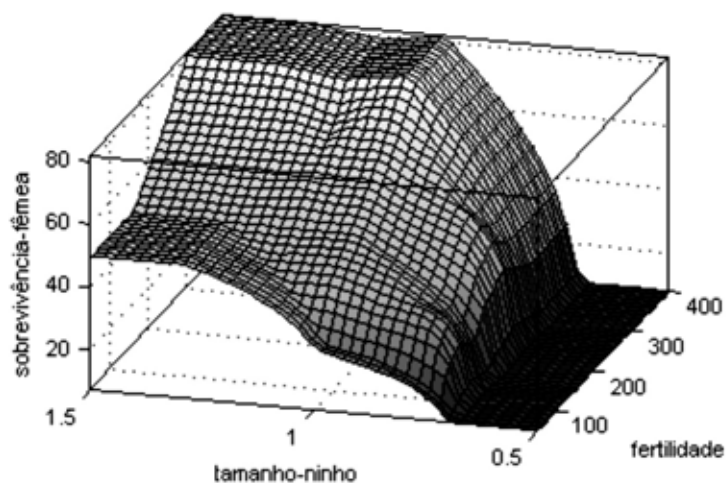
*Fonte: Os autores*

**Figura 5.** Sobrevivência de machos em função da fertilidade e do tamanho do ninho



*Fonte: Os autores*

**Figura 6.** Sobrevivência de fêmeas em função da fertilidade e do tamanho do ninho



*Fonte: Os autores*



## Simulações

O sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF) permite predizer qual será a sobrevivência de machos e de fêmeas de *T. lactitarse*, considerando as variáveis de entrada *fertilidade* e *tamanho-ninho*. Com uma fertilidade de 214 ovos e um ninho do tipo pequeno obter-se-ia uma sobrevivência de oito vespas fêmeas e sessenta vespas machos. Com a mesma fertilidade, mas com um ninho do tipo médio, obter-se-ia uma sobrevivência de sessenta vespas fêmeas e sessenta vespas machos. E ainda, com a mesma fertilidade, mas com um ninho do tipo grande obter-se-ia uma sobrevivência de sessenta vespas fêmeas e 32 vespas machos.

Para analisar a dinâmica da população, foi feito um algoritmo iterativo, e a partir deste algumas simulações onde se supõe que as condições ambientais permanecem constantes ao longo de várias gerações, e não há sobreposição de geração.

Primeiramente levou-se em consideração que cada vespa adulta vive em torno oito semanas e constrói cerca de dois ninhos por semana (BUSCHINI, 2007), e que cada ninho tem em média três células. Então uma vespa fêmea adulta constrói cerca de dezesseis ninhos e coloca 48 ovos.

Na primeira simulação, estes dados foram conservados, e considerou-se uma fertilidade inicial de cinquenta na qual a cada nova geração todas as vespas fêmeas que sobreviveram de acordo com o SBRF colocariam ovos. Com isso, obteve-se uma superpopulação de vespas (acima de vinte mil), independente do tamanho do ninho. Esses dados não estavam condizentes com os dados coletados.

Na segunda simulação, considerou-se que cada vespa construía cerca de dez

ninhos, já que próximo ao inverno ela demora mais de três dias na construção destes, e, portanto, cada vespa colocaria trinta ovos. Considerou-se, também, que, a cada nova geração, metade das vespas sobreviventes no SBRF colocaria ovos. Com isso, obteve-se ainda uma população elevada, atingindo até oito mil vespas. Esses dados continuavam não condizentes com os observados na área de estudos.

Foram feitas várias simulações diminuindo o número de vespas que colocariam ovos a cada nova geração, até que, considerando apenas 10% das vespas colocando ovos, foram obtidos resultados próximos aos observados na região estudada. Algumas simulações são mostradas nas figuras 7, 8 e 9.

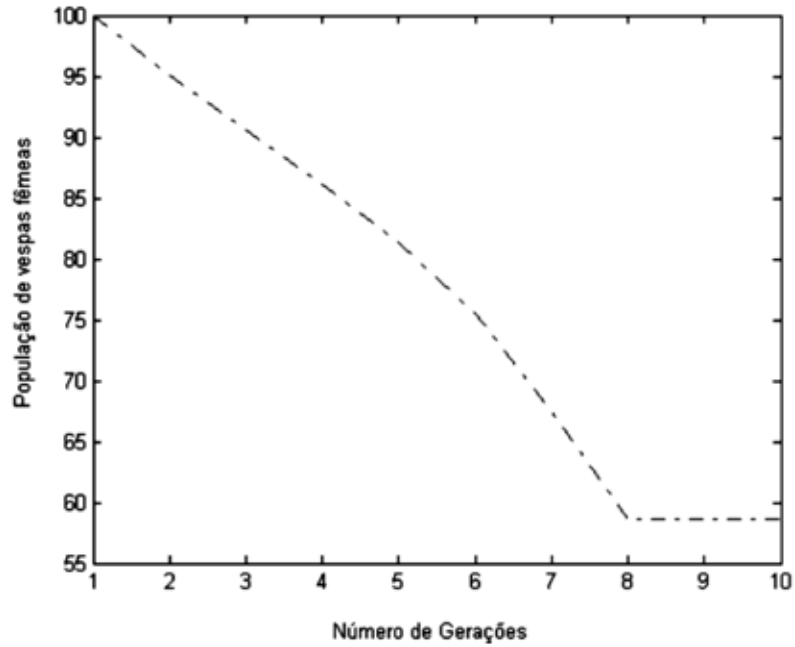
Assim, nota-se que cerca de 10% das vespas permanecem na região estudada. Quanto às outras 90% não se pode identificar ao certo seu destino. Uma hipótese razoável é que elas estejam migrando para outra região para diminuir a competição por recursos, a competição entre espécies, ou por outro fator biológico.

As simulações e figuras foram feitas utilizando o *software* MATLAB®, versão 7.0.

## Resultados e Discussão

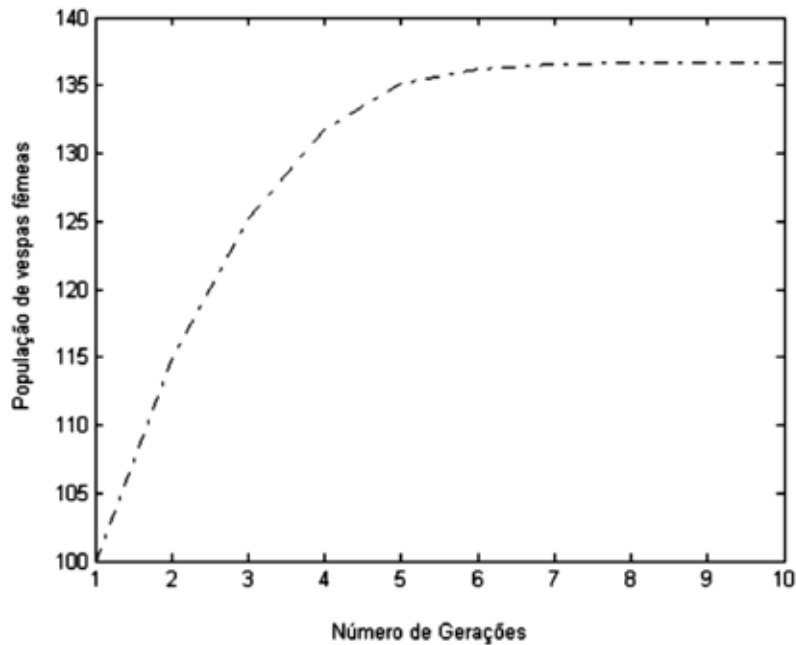
A disponibilidade de recursos no ambiente varia constantemente, podendo levar a um ambiente hostil ou favorável para determinada espécie. Consequentemente, as taxas de sobrevivência e fecundidade, além da taxa de migração podem flutuar de acordo com a disponibilidade de recursos entre os habitats (CASTANHO et al., 2006). Para *T. lactitarse*, além

**Figura 7.** Variação da população de vespas fêmeas, considerando o ninho pequeno e uma fertilidade inicial de 100



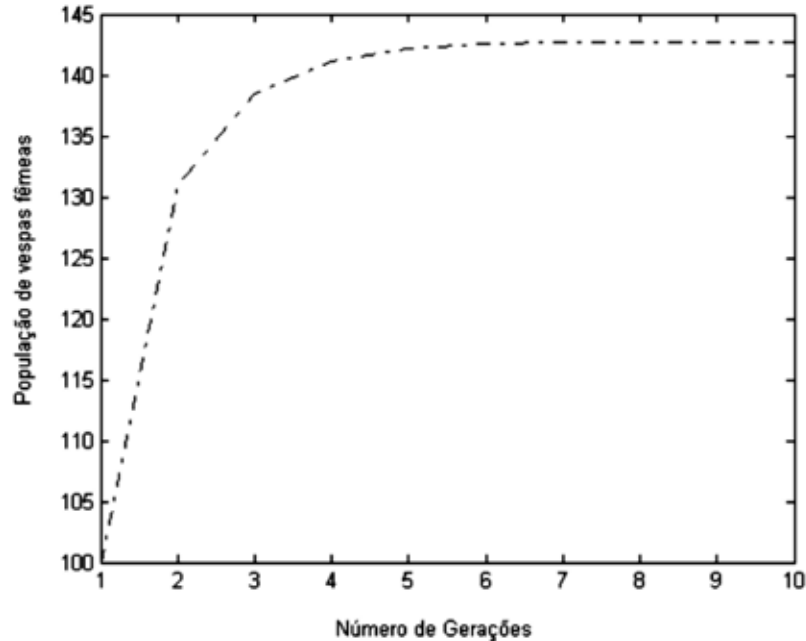
*Fonte: Os autores*

**Figura 8.** Variação da população de vespas fêmeas, considerando o ninho médio e uma fertilidade inicial de 100



*Fonte: Os autores*

**Figura 9.** Variação da população de vespas fêmeas, considerando o ninho grande e uma fertilidade inicial de 100



Fonte: Os autores

desses fatores, pode-se considerar a disponibilidade de locais para nidificação em determinado ambiente.

Observando as simulações realizadas, nota-se que tendo uma disponibilidade maior do ninho pequeno, em torno de 0,7 cm de diâmetro, e uma fertilidade baixa, a população de vespas fêmeas tende a diminuir e se estabilizar num valor menor que o inicial (Figura 7), havendo a predominância de machos. Tem-se então uma razão sexual enviesada a favor de machos.

Com uma disponibilidade maior de ninhos médios, em torno de 1,0 cm de diâmetro, e uma fertilidade baixa, a população de fêmeas cresce progressivamente em várias gerações, se estabilizando em um valor maior que o

inicial (Figura 8), havendo um número aproximadamente igual de machos e de fêmeas. Tem-se então uma razão sexual de 1:1.

Com uma disponibilidade maior de ninhos grandes, em torno de 1,3 cm de diâmetro, e uma fertilidade baixa, a população de fêmeas cresce bastante já na primeira geração, se estabilizando em um valor maior que o inicial (Figura 9), havendo então a predominância de fêmeas. Tem-se, então, uma razão sexual enviesada a favor de fêmeas.

As implicações disso, segundo Fisher (1930) é que uma razão sexual enviesada a favor de machos não será estável, pois os casais que gerarem apenas filhas estarão em vantagem, já que tendo muitos machos, somente um entre vários irá contribuir com seus genes para cada

filho, e assim, cada fêmea alcança um sucesso reprodutivo bem maior que um macho. O mesmo acontece para uma razão sexual enviesada a favor de fêmeas. Com uma razão sexual 1:1, o sucesso esperado de um macho e de uma fêmea torna-se igual havendo estabilidade na população.

## Conclusões

Este estudo foi muito importante, pois não há dados numéricos suficientes na literatura para a construção de um modelo, porém utilizando a teoria dos conjuntos *fuzzy*, juntamente com o auxílio da especialista, foi possível a construção deste modelo, sendo o primeiro que trata da dinâmica de população de *T. lactitarse*.

É muito difícil ou até impossível, estabelecer uma predição exata, tanto com relação à sobrevivência quanto à razão sexual, pois há uma variação constante no ambiente entre os anos, tais como disponibilidade de alimentos, predadores, clima, entre outros, e com isso a razão sexual também varia ao longo do tempo de acordo com estes fatores. Este modelo matemático, embora simplificado, é uma importante ferramenta para clarificar suposições, analisar o comportamento dessa espécie, e a taxa de sobrevivência frente a diferentes condições ambientais.

Como trabalho futuro pode-se incluir novas variáveis no modelo e/ou aplicar esse modelo em outros ambientes, a fim de verificar se a taxa de sobrevivência de machos e de fêmeas

permanece semelhante às observadas neste trabalho. Como a especialista continua estudando esta espécie e coletando dados, este modelo poderá ser aperfeiçoado.

## Referências

- AMARANTE, S. T. P. Sphecidae (Hymenoptera). In: Carlos Roberto Ferreira Brandão; Eliana Marques Cancellato. (Org.). *Biodiversidade do Estado de São Paulo*. Brasil. 5. Invertebrados terrestres. 1. ed. São Paulo: Fapesp, v. 5, p. 183-192, 1999.
- BASSANEZI, R. C.; BARROS, L. C. *Tópicos de lógica Fuzzy e biomatemática*. Campinas, SP: UNICAMP / IMECC, 2006.
- BOHART, R. M.; MENKE, A. S. *Sphecidae wasps of the world*. A generic revision. Berkeley, University Of California Press, 1976.
- BUSCHINI, M. L. T.; NIESING, F.; WOLFF, L. L. Nesting Biology of *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* Saussure (Hymenoptera, Crabronidae) in Trap-nests in southern Brazil. *Brazilian Journal of Biology*, v.66, p. 919-929, 2006.
- BUSCHINI, M. L. T. Life History and sex allocation in *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* Saussure (Hymenoptera; Crabronidae). *Journal of Zoological Systematics and Evolutionary Research*, v.45, p. 206-213, 2007.

- CAMILLO, E.; GAROFALO, C. A.; MUCCILO, G.; SERANO, J. C. Biological observations on *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* Saussure in southeastern Brazil (Hymenoptera: Sphecidae). *Revista Brasileira Entomologia*, v.37, n.4, p.769-778, 1993.
- CAMILLO, E.; GAROFALO, C. A.; SERRANO, J. C. Observações sobre a biologia de *Trypoxylon (Trypargilum) rogenhoferi* Kohl (Hymenoptera: Sphecidae). *Anais da Sociedade Entomológica do Brasil*, v.23, p.299-310, 1994.
- CAMILLO, E.; BRESCOVIT, A. D. Aspectos biológicos de *Trypoxylon (Trypargilum) lactitarse* Saussure e *Trypoxylon (Trypargilum) rogenhoferi* Kohl (Hymenoptera: Sphecidae) em ninhos-armadilhas, com especial referência a suas presas. *Anais da Sociedade Entomológica do Brasil*, v.28, n.2, p. 251-261, 1999.
- CASTANHO, M. J. P.; MAGNAGO, K. F.; BASSANEZI, R. C.; GODOY, W. A. C. Fuzzy subset approach in coupled population dynamics of blowflies, *Biological Research*, v.39, p. 341-352, 2006.
- COVILLE, R. E.; COVILLE, P. L. Nesting biology and male behavior of *Trypoxylon (Trypargilum) tenocitlan* in Costa Rica (Hymenoptera: Sphecidae). *Annals of the Entomological Society of America*, v.73, p.110-119, 1980.
- COVILLE, R. E. Biological observations on three *Trypoxylon* wasps in the subgenus *Trypargilum* from Costa Rica: *T. nitidum schulthessi*, *T. saussurei*, and *T. lactitarse* (Hymenoptera: Sphecidae). *Pan-pacific Entomologist*, v.57, p.332-340, 1981.
- COVILLE, R. E. *Wasps of the genus Trypoxylon subgenus Trypargilum in North América*. Berkeley, University of California Press, 1982. 147p.
- FISHER, R. A. *The genetical theory of natural selection*. Clarendon Press, Oxford, 1930.
- PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Um modelo presa-predador e a morte súbita dos Citros, *Biomatemática*, v.15, p. 53-66, 2005.
- PEREZ-MALUF, R. *Biologia de vespas e abelhas solitárias, em ninhos-armadilhas, em Viçosa - MG*. M. S. 1993. 87f. Dissertação (Mestrado em Entomologia) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, Berkeley, California, v.8, p.338-353, 1965.