

## Resumo

Inúmeras pesquisas têm se procurado aplicar a geometria fractal nas mais variadas áreas do conhecimento científico, tendo se mostrado bastante promissora na estimativa das propriedades físico-hídricas do solo, neste sentido objetivou-se com esta pesquisa estimar a água disponível do solo (AD) por meio da teoria fractal baseada em duas propriedades físicas de fácil determinação; a curva de retenção de água no solo e da distribuição do tamanho das partículas do solo. Para a aplicação do modelo proposto, os parâmetros, tais como: a dimensões fractal  $D_{SWRC}$  e  $D_{PSD}$ , medida fractais representativa da distribuição do tamanho dos poros e das partículas do solo, respectivamente, foram definidos como ferramentas descritivas para estimativa da curva de retenção no solo. Amostras do solo foram coletadas para três profundidades 0-20, 20-40 e 40-60 cm, totalizando 36 pontos amostrais. A comparação dos resultados obtidos com o modelo permitiu concluir que o modelo proposto é simples em sua utilização é capaz de prever satisfatoriamente tanto a curva de retenção como a água disponível no solo.

**Palavra-chave:** física do solo; curva de retenção; manejo de irrigação.

## Estimativa da água disponível do solo por meio da teoria fractal<sup>1</sup>

*Antônio R. S. Andrade<sup>2</sup>; Francisco J. R. da Paixão<sup>3</sup>, Carlos A. V. de Azevedo<sup>4</sup>, José D. Neto<sup>5</sup>*

## Estudio sobre la estimativa del agua disponible en el suelo por medio de la teoría fractal

### Resúmen

Innumeras pesquisas buscaron aplicar la geometría fractal en las mas variadas áreas del conocimiento científico y se han mostrado muy promisoras al estimar las propiedades físico-hídricas del suelo, de esta forma objetivamos con la pesquisa estimar el agua disponible del suelo (AD) por medio de la teoría fractal embasada en dos propiedades físicas de fácil determinación; la curva de retención del agua en el suelo y la distribución del tamaño de las partículas del suelo. Para aplicación del modelo propuesto, los parámetros, tales como las dimensiones fractales  $DSWRC$  e  $DPSD$ , medida fractal que representa la distribución del tamaño de los poros y de las partículas del suelo respectivamente, fueron definidos como herramientas descriptivas para estimar la curva de retención en el suelo. Muestras del suelo fueron colectas para tres profundidades: 0-20 ; 20-40 y 40-60cm, totalizando 36 puntos de muestras. La comparación de los resultados obtenidos con el modelo permitió concluir que el modelo propuesto es de simple aplicación y capaz de prescribir con satisfacción tanto la curva de retención cuanto del agua disponible en el suelo.

**Palabra – llave:** física del suelo; curva de retención; manejo de irrigación.

### Introdução

A geometria fractal foi introduzida, nos anos 70, por Benoit Mandelbrot, matemático polonês, que propôs, através dela, uma maneira que possibilitasse melhor capacidade de representar estruturas complexas e irregulares da natureza. Ao contrário da geometria euclidiana, a fractal se apresenta como ferramenta eficientemente capaz de quantificar e qualificar série de dados temporais

e espaciais descrevendo, com maior exatidão, a sua complexidade.

Pela definição de Mandelbrot (1982) citado por Reichardt e Timm (2004) e Hott (2005), o termo fractal provém do latim *fractus*, que significa fragmentar, quebrar as partes, opostamente ao termo álgebra, que se refere à junção das partes, ou seja, fractais são objetos cujos valores de suas dimensões são números reais não inteiros; no entanto, a dimensão fractal descrita por Mandelbrot

1 Parte da Dissertação de Mestrado do 1º. Autor, apresentada ao Departamento de Engenharia Agrícola - DEAg, Centre de Tecnologia e Recursos Naturais - CTRN, Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, Campina Grande-PB;

2 UAG/UFRPE, Av. Bom Pasto, S/N, Boa Vista, Garanhuns/PE, CEP: 55296-901, Fone: 87 3761.0882 e-mail: arsauag@uag.ufrpe.br

3 Doutorando, DEAg/CCT/UFCG, Av. Aprígio Veloso, 882, Bodocongó, CEP 58109-115, Campina Grande, PE. Fone: 83 3310.1056, e-mail: jardel.paixao@gmail.com

4,5 DEAg/CTRN/UFCG, Av. Aprígio Veloso, 882, Bodocongó, CEP 58109-115, Campina Grande, PE. Fone: 83 3310.1056. E-mail: cazevedo@deag.ufcg.edu.br

é uma medida do grau de irregularidade do objeto considerado em todas as escalas de observação, sendo que uma estrutura fractal é toda aquela em que partes dela se assemelham ao todo, ou seja, existem partes auto-similares, estatisticamente dentro da estrutura global.

A teoria dos fractais tem sido amplamente usada para descrever a rugosidade das superfícies terrestres devido à sua eficiência na sensibilidade em áreas de texturas diferentes, sendo útil também, na classificação de imagens definições das diversidades de paisagens, determinação de escala operacional dos fenômenos naturais em imagens digitais, efeitos na conversão de dados em sistemas de informações geográficas e, ainda, no escalonamento aplicado às variabilidades espaciais em sensoriamento remoto para interferência na administração, evolução, ecologia, amostragens dos recursos e simulação (LAUX; PEREIRA, 2005).

Em ciências do solo, os fractais são utilizados para descrição do percurso de infiltração e redistribuição da água, além de modelar, de forma eficiente, a ocorrência de fenômenos durante estes dois processos, uma vez que o solo é um corpo tridimensional.

A dimensão fractal pode ser determinada com alguns atributos físicos do solo, permitindo estudos com novas abordagens fundamentadas em parâmetros físicos, passando a ocupar o espaço de estudos utilizando-se parâmetros puramente empíricos (HOTT et al., 2005). Diante do exposto objetivou-se com esta pesquisa estimar a água disponível do solo por meio da dimensão fractal com base na curva de retenção e também com base na curva de distribuição do tamanho das partículas.

Diante o exposto a presente pesquisa tem como objetivo, verificar a adequabilidade dos métodos da dimensão fractal na estimativa da água disponível do solo por meio da dimensão fractal.

## Material e métodos

A pesquisa foi realizada no Laboratório de Física dos Solos da Universidade Federal de Campina Grande, onde inicialmente foram determinadas as percentagens de areia silte e argila do solo usado pesquisa, que classificado segundo a classificação

da EMBRAPA, 1999, como um Neosolo Reolítico. Inicialmente foi determinada a curva de distribuição de partículas do solo e posteriormente a curva de retenção do mesmo.

Foram coletadas amostras de solo deformadas de uma área cultivada com Gergelim irrigada com um sistema de irrigação por aspersão nas profundidades de 0-20, 20-40 e de 40-60 cm de profundidade, em um total de 36 pontos amostrais. No presente trabalho a curva retenção de água do solo foi determinada em laboratório usando o Extrator de Umidade de Reichardt, nas tensões de 10, 33, 100, 300, 500, 1000 e 1500 kPa, em que a água disponível foi obtida através da umidade correspondente aos potenciais matriciais de 10 e 1500 kPa, segundo a metodologia descrita por Guerra (2000) e a curva de distribuição do tamanho das partículas do solo foi determinada pelo Método do Hidrômetro, como recomendado por Bouyoucos (1951).

Uma das metodologias capazes de determinar a dimensão fractal do solo é baseada na distribuição do tamanho médio das partículas sólidas do solo uma vez em que o tamanho médio das partículas do solo bem como dimensão fractal, estão ligadas com a estrutura do solo e pode ser estimada através da expressão:

$$W(R)=cR^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4}} \quad (1)$$

Sendo que,  $W(R)$  – massa acumulativa das partículas do solo,  $c$  – constante,  $R$  – raio médio das partículas do solo,  $D$  – dimensão fractal.

A equação (1) é a expressão através da qual se estima o percentual da massa acumulativa das partículas, em função dos raios das partículas do solo. No sentido de se estimar  $D$ , aplica-se o método dos mínimos quadrados para obtenção dos coeficientes da reta linearizada e, por via de consequência da própria dimensão fractal ( $D$ ). A dimensão fractal  $D$ , obtida por este procedimento, resulta na dimensão fractal de superfície (baseada na distribuição do tamanho das partículas do solo) representada por  $D_{psd}$ .

Com base na equação de proposta por Brooks e Corey (1964), modificada por Pierrer et al. (1996) citado por Andrade, 2002, aplica-se o processo de regressão não linear aos dados de tensão de água no solo. Uma maneira mais específica entre o volume de poros e o seu raio, foi encontrada por

Perrie et al. (1996) e se escreve da seguinte forma:

$$-\frac{dV(\leq r)}{dr} = \beta(E - D)r^{E-D-1} \quad (2)$$

em que : E - representa a dimensão euclidiana,  $\beta$  - uma constante e r - raio do poro.

Para estimar o teor de água no solo, assume-se que o valor que o raio de poro é inversamente proporcional ao potencial hidráulico h, assim como  $h=A/r$ , em que A é uma constante. Tradicionalmente, usam-se valores absolutos das tensões de água no solo, em lugar de tensões negativas. A equação (2) é muito usada para se estimar a curva de retenção de água no solo, mesmo havendo outras formas de se correlacionar os poros do solo com as tensões da água (TYLER; WHEATCRAFT, 1990; BIRD et al., 1996).

O modelo para se estimar a curva de retenção de água proveniente da equação (2) apresenta uma rígida relação com uma lei física, o conteúdo de água do solo e a tensão com que esta água encontra-se retida entre as partículas sólidas do solo (PIERRER et al., 1996). Com base na equação de proposta por Brooks e Corey (1964), modificada por Pierrer et al (1996) citado por Andrade, 2002, a dimensão fractal ( $D_{SWRC}$ ) foi determinada aplicando-se o processo de regressão não linear aos dados de unidade do solo ( $\theta$ ) versus o potencial matricial de água no solo ( $\psi_m$ ) por meio da seguinte expressão:

$$\theta_{(h)} = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left( \frac{h_s}{h} \right)^{3-D} \quad (3)$$

Sendo que:  $\theta(h)$  - umidade do solo em base de volume, na tensão h,  $\theta_s$  - umidade do solo em base de volume na saturação,  $\theta_r$  a umidade residual do solo (correspondente ao ponto de murcha permanente),  $h_0$  - valor absoluto da tensão de água no ponto de entrada de ar e D representa dimensão fractal distribuição dos tamanhos de poros do solo ( $D_{SWRC}$ ).

Para os valores da água disponível do solo foram aplicadas estatísticas descritivas e para análise de exatidão e precisão dos métodos de interpolação, adotando como padrão o erro padrão de estimativa (ER). Para ajuste da curva de retenção de água no solo por meio da dimensão fractal foi editado um programa em linguagem Java e para ajuste da curva de retenção por meio do modelo de Brooks e Corey

empiricamente usou-se o programa computacional Soil Water Retention Curve (Versão Beta 3.0).

## Resultados e discussão

Na tabela 1, estão descritos o resumo estatístico da água disponível para três profundidades estimadas pelos três modelos usados nesta pesquisa. Conforme a tabela 1, os baixos valores de desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV) indicam uma baixa variabilidade dos valores médios dos teores de água no solo em função do potencial matricial. Os maiores valores de CV (%) e DP foram constatados na profundidade de 40-60 cm. Verifica-se para as três profundidades estudadas que o CV teve um acentuado acréscimo para os conteúdos de umidades correspondentes aos maiores potenciais matriciais de água no solo (superiores a 300 kPa). De acordo Mayr E Jarvis (2000), os solos arenoso são mais sensíveis as variações nos valores da dimensão fractal e valores tanto de  $D_{PSD}$  e  $D_{SWRC} < 2$  poderá indicar problemas metodológicos na obtenção da curva de retenção.

Nota-se pela tabela 1, que as menores variações dos teores de água no solo ocorreram na presença de valores baixas tensões de aplicada no solo, entre os valores de 0,01 a 100 kPa e maiores variações entre 300 a 1500 kPa para os potenciais mais altos. Observa-se também que para as quatro profundidades do solo as maiores variações de teores de água do solo ocorreram na tensão que corresponde a ponto de murcha permanente (1500 kPa). Estes resultados corroboram com aqueles encontrados por Poulsen et al. (1999), que evidenciaram maiores variabilidade, compreendido entre as tensões de água no solo de 200 kPa e, menores variação entre 1500 kPa. Pela figura 1, se tem uma melhor visualização do comportamento desta variabilidade dos valores médios dos teores de água no solo em função das tensões aplicadas ao solo.

Nota-se pela figura 1, que os modelos Brooks e Corey (1964) e  $BCD_{SWRC}$  tiveram desempenhos semelhantes (Figura 1), uma vez que estimaram valores de umidade bem próximos dos valores experimentais; já o modelo  $BCD_{PSD}$  subestimou os valores de umidade quando o solo foi submetido a baixas tensões e os superestimou quando em altos potenciais matriciais, indicando que para o estudo

**Tabela 1.** Resumo estatístico dos valores médios da umidade volumétrica (cm<sup>3</sup> cm<sup>-3</sup>) do solo nas respectivas profundidades estudadas em função do potencial matricial aplicado, Campina Grande, PB, 2006.

$\Psi$ (kPa)	$\bar{X}$	DP	CV	$\bar{X}$	DP	CV	$\bar{X}$	DP	CV	$\bar{X}$	DP	CV
	--- Observados ---			---- BCD <sub>SWRC</sub> ----			----- BCD <sub>PSD</sub> -----			Broocks & Correy (1964)		
<b>0-20 cm de profundidade</b>												
0,01	0,41	0,00	0,00	0,43	0,03	6,88	0,39	0,0008	0,0297	0,41	0,00	0,00
10	0,17	0,02	14,50	0,17	0,02	14,50	0,23	0,0012	0,0354	0,18	0,02	14,27
30	0,16	0,02	13,80	0,15	0,02	15,85	0,19	0,0002	0,0161	0,15	0,02	14,83
100	0,14	0,02	16,10	0,13	0,02	17,33	0,16	0,0004	0,0210	0,13	0,02	15,06
300	0,12	0,02	17,62	0,11	0,02	18,70	0,13	0,0001	0,0104	0,11	0,01	15,13
500	0,10	0,01	16,44	0,10	0,02	19,34	0,12	0,0001	0,0122	0,11	0,01	14,90
1000	0,09	0,01	16,35	0,09	0,02	20,20	0,11	0,0001	0,0123	0,10	0,01	14,87
1500	0,08	0,01	12,68	0,09	0,01	20,71	0,09	0,0008	0,0092	0,10	0,01	14,89
20-40 cm profundidade												
0,01	0,43	0,00	0,00	0,44	0,02	5,90	0,36	0,0007	0,027	0,43	0,00	0,00
10	0,17	0,01	9,24	0,17	0,01	9,24	0,23	0,00211	0,0459	0,18	0,01	8,09
30	0,16	0,01	7,03	0,15	0,01	9,96	0,20	0,0008	0,0293	0,15	0,01	8,20
100	0,14	0,01	8,29	0,12	0,01	10,79	0,17	0,00052	0,0229	0,12	0,01	8,24
300	0,12	0,01	10,07	0,11	0,01	11,56	0,18	0,00474	0,068	0,11	0,01	8,69
500	0,10	0,01	11,96	0,10	0,01	11,93	0,16	0,00371	0,0609	0,10	0,00	8,63
1000	0,09	0,01	8,21	0,09	0,01	12,43	0,12	0,00019	0,0139	0,10	0,00	9,05
1500	0,08	0,01	9,82	0,08	0,01	12,73	0,11	0,00033	0,0182	0,10	0,00	9,01
40-60 cm profundidade												
0,01	0,49	0,00	0,00	0,44	0,02	4,94	0,36	0,0009	0,030	0,49	0,00	0,00
10	0,18	0,05	31,58	0,14	0,02	18,24	0,24	0,00137	0,0371	0,19	0,06	35,45
30	0,15	0,05	31,57	0,12	0,02	20,61	0,21	0,00040	0,0202	0,14	0,044	30,01
100	0,13	0,04	35,12	0,10	0,02	23,24	0,19	0,00036	0,0191	0,11	0,03	27,35
300	0,10	0,03	29,75	0,08	0,02	25,67	0,17	0,00047	0,021	0,10	0,02	26,49
500	0,09	0,01	21,32	0,07	0,02	26,80	0,13	0,00022	0,0149	0,09	0,02	27,17
1000	0,08	0,01	23,40	0,07	0,02	28,35	0,11	0,00023	0,0154	0,09	0,02	26,47
1500	0,07	0,01	24,99	0,06	0,01	29,26	0,10	0,00011	0,0107	0,08	0,02	26,17

*BCD<sub>SWRC</sub>* – com base na curva de retenção de água no solo, *BCD<sub>PSD</sub>* – com base na curva de distribuição do tamanho de partículas,  $\bar{X}$  – média, DP – desvio padrão e CV – coeficiente de variação

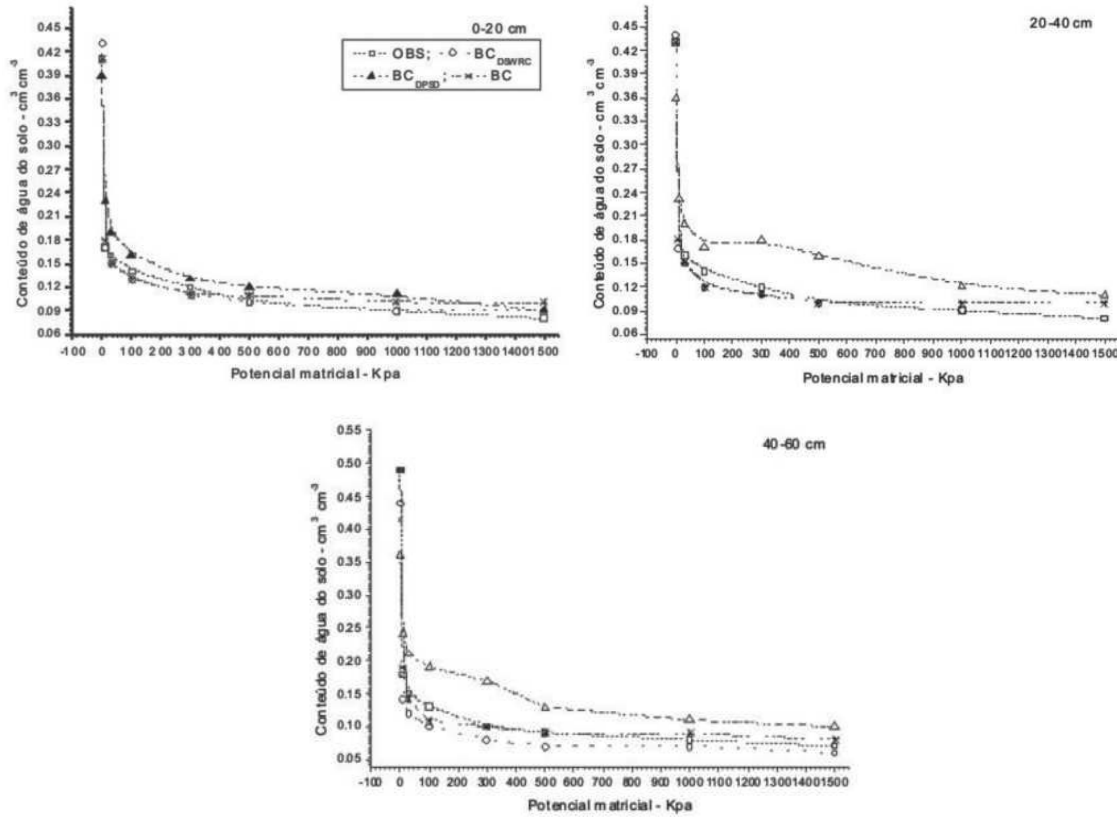
de movimento de água no solo é mais adequado levar em consideração a geometria e o diâmetro médio dos poros do solo (ANDRADE, 2002).

Nos potenciais matriciais de 0 até 100 kPa, os modelos BC e BCD<sub>SWRC</sub> mostraram-se adequados com excelentes estimativas, porém, o modelo BC tende a subestimar os valores de  $\theta$  com o acréscimo do potencial matricial, já o modelo BCD<sub>SWRC</sub> subestima os valores de  $\theta$  no intervalo de 100 a 300 kPa, estimando, entretanto, com boa precisão o conteúdo de umidade do solo em potenciais superiores a 500 kPa (500 a 1500 kPa), nas três profundidades estudadas; desta forma, a curva dos valores de  $\theta$

estimada pelo modelo BCD<sub>SWRC</sub> foi a que mais se aproximou da curva dos dados experimentais, conferindo, então, melhor adequabilidade, em relação aos demais modelos testados (Figura 1). Porém Tyler e Wheatcraft (1990) encontraram boa concordância de resultados entre curvas de retenção estimadas pela dimensão fractal da distribuição de partículas e as determinadas em laboratório, principalmente para solos cujo valor de D é maior que 3.

Na tabela 2, apresenta-se os valores dos parâmetros de erro padrão de estimativa da média (ES) utilizados para a avaliação da qualidade e comparar o desempenho do modelo proposto por

**Figura 1.** Curvas de retenção de água no solo ajustadas pelos três modelos avaliados, nas profundidades de 0-20, 20-40 e 40-60 cm, Campina Grande, PB, 2006.



Brooks e Corey modificada por Pierrer na predição da curva de retenção de água no solo em relação aos valores medidos.

Observa-se na tabela 2, que o ajuste dos dados pelo modelo  $BCD_{PSD}$  resultou em valores altos de 11,416; 23,275 e 15,336, para as três profundidades, respectivamente; já com os modelos  $BC_{SWRC}$  e  $BC$  estes parâmetros foram menores em relação aos valores observados (MC). Estes resultados indicam que os modelos  $BC_{SWRC}$  e  $BC$ , ajustou melhor os dados do conteúdo de água no solo em função do potencial matricial  $[\theta(\Psi)]$ , mostrando-se satisfatórios quando comparados com os dados observados. Tal comportamento está associado ao fato de a variação de  $D_{SWRC}$  conter fatores físicos diretamente relacionados com a retenção de água no solo, como a distribuição dos tamanhos dos poros e o tamanho dos agregados do solo (CASTRIGNANÒ

e STELLUTI, 1999). Este resultado evidencia que  $D_{SWRC}$  é, além do potencial, outra propriedade de interesse da física do solo que se apresenta como ferramenta eficientemente capaz de quantificar a retenção de água no solo.

Na tabela 3, estão descritos o resumo estatístico da água disponível para três profundidades estimadas pelos três modelos usados nesta pesquisa. Verifica-se que os valores médios da água disponível para as três profundidades apresentam normalmente distribuídos, e um crescente coeficiente de variação com o acréscimo da profundidade, para os três modelos estudados, porém dentro de uma faixa aceitável para solos.

Estatisticamente constata-se que os valores de água disponível apresentaram pequena variabilidade nas profundidades estudadas de 0-20 e 40-40 cm com um acréscimo mais acentuado para a profundidade

**Tabela 2.** Erro padrão de estimativa para os modelos de ajustes da curva de retenção de água no solo nas três profundidades estudadas, Campina Grande, PB, 2006

Modelos	Erro padrão de estimativa		
	0-20 cm	20-40 cm	40-60 cm
BCD <sub>SWRC</sub>	0,0136	0,0124	0,0435
BCD <sub>PSD</sub>	11,416	23,275	15,336
Brooks & Corey (BC)	0,0107	0,0105	0,0420

**Tabela 3.** Resumo estatístico da água disponível determinada pelo método de laboratório, estimada pelo modelo de Brooks & Corey modificado com fractal (DPSD e DSWRC) e sem a dimensão fractal, para as três profundidades

Parâmetros Estatísticos	Profundidade (cm)		
	0-20	20-40	40-60
Observados (OBS)			
Média	9,242	9,305	10,978
Desvio padrão (%)	1,598	1,126	5,543
Coef. de variação (%)	17,23	12,098	50,496
BCDSWRC			
Média	8,371	8,622	7,949
Desvio padrão (%)	0,674	0,554	0,762
Coef. de variação (%)	8,048	6,421	9,587
Erro padrão de estimativa (ES)	0,804	0,946	1,586
BCD <sub>PSD</sub>			
Média	3,754	2,117	1,951
Desvio padrão (%)	0,545	0,196	0,663
Coef. de variação (%)	14,58	9,240	33,978
Erro padrão de estimativa (ES)	7,889	10,243	14,337
Brooks & Corey (BC)			
Média	8,525	8,538	10,325
Desvio padrão (%)	1,289	0,852	5,636
Coef. de variação (%)	3,600	2,400	16,500
Erro padrão de estimativa (ES)	1,049	1,157	1,970

de 40-60 cm (50,49%), quando determinada pelo método de laboratório.

Para o método BCD<sub>SWRC</sub> e sem uso da dimensão fractal Brooks e Corey (BC), verifica-se valores baixos dos parâmetros estatísticos coeficiente de variação e desvio padrão para as três profundidades estudadas; porém, para o modelo de Brooks e Corey com a dimensão fractal baseada na curva de distribuição de partículas (BCD<sub>SWRC</sub>), verifica-se uma maior variabilidade, tornando-se mais acentuada na última profundidade. Tal fato pode estar associado à ampla variação da composição das percentagens dos separados texturais do solo, a variação da estrutura do solo, como também o tamanho da amostra.

É possível observar ótimos valores para o modelo de Brooks e Corey com aproximação fractal baseada na curva de retenção de água no solo (BCD<sub>SWRC</sub>), mostrando-se satisfatórios quando comparados com os dados experimentais; desta forma, o modelo BCD<sub>SWRC</sub> apresenta-se adequado para estimativa da água disponível do solo, com erros padrões de estimativa de 0,804; 0,946 e 1,586%, respectivamente, nas profundidades de 0-20, 20-40 e 40-60 cm (Tabela 3). Esta abordagem também pode ser utilizada como outra ferramenta eficiente para prever a água disponível no solo, por meio de relações funcionais da dimensão fractal com os modelos de Brooks e Corey.

## Conclusões

Com base nos resultados obtidos, estabelecem-se as seguintes conclusões nas estimativas de valores água disponível no solo:

1. A teoria fractal por meio da determinação da dimensão fractal baseada na curva de retenção de água no solo ( $D_{\text{SWRC}}$ ) estimou com excelente precisão os valores de água disponível, seguida pelo modelo de Brooks e Corey sem aproximação fractal.

2. A incorporação do parâmetro  $D_{\text{SWRC}}$  no modelo Brooks e Corey produziu estimativas mais

precisas de água disponível no solo, seguida pelo modelo de Brooks e Corey sem aproximação fractal.

3. Método proposto Brooks e Corey modificado para a dimensão fractal determinada a partir das medições em laboratório da curva de retenção de água no solo ( $BCD_{\text{SWRC}}$ ) subestima, em média, os valores do conteúdo de água no solo, principalmente para potencias matriciais mais próximas da saturação.

## Referências

Apresentadas no final da versão em inglês.